

JOHANNES GUTENBERG-UNIVERSITÄT MAINZ
INSTITUT FÜR PHYSIK



JOHANNES GUTENBERG
UNIVERSITÄT MAINZ

Physik und Fußball

Schülergerechte Darstellung mit Modellbildungssystemen und Videoanalysen

WISSENSCHAFTLICHE PRÜFUNGSARBEIT

gemäß §12 der Landesverordnung über die Erste Staatsprüfung für das Lehramt an
Gymnasien vom 07. Mai 1982, in der derzeit gültigen Fassung

vorgelegt von:

Sven Fischer

Erstgutachter: PD Dr. Frank Fiedler

Zweitgutachter: Prof. Dr. Heinz-Georg Sander

Mainz, den 06. Juli 2012

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	10
1 Physikalische Grundlagen aus der Strömungslehre	11
1.1 Physikalische Eigenschaften der Luft	11
1.2 Der Bernoulli-Effekt	12
1.3 Die Reynolds-Zahl	13
1.4 Aerodynamische Beiwerte	14
2 Einsatz von Modellbildungssystemen im Unterricht	15
2.1 Didaktischer Hintergrund	15
2.2 Vorstellung der Programme	17
2.2.1 Dynasys	18
2.2.2 Coach 6	19
2.3 Numerische Berechnungen	20
2.3.1 Euler-Cauchy-Verfahren	20
2.3.2 Runge-Kutta-Verfahren	21
3 Einsatz von Videoanalysen im Unterricht	24
3.1 Didaktischer Hintergrund zum Einsatz von Videoanalysen	24
3.2 Verwendete Kameras	25
3.3 Bearbeitung der Videos	26
3.3.1 Any Video Converter	26
3.3.2 VirtualDub	26
3.4 Analyse der Videos mit <i>VidAnToo</i>	27
4 Physik und Fußball	29
4.1 Historische Entwicklung des Fußballspiels	30
4.2 Frauenfußball	30
4.3 Kräfte beim Fußball-Spiel	31
4.3.1 Gravitationskraft	32
4.3.2 Auftriebskraft	32
4.3.3 Luftwiderstands-Kraft	33
4.3.4 Magnus-Kraft	39
4.4 Der Schuss als inelastischer Drehstoß eines Pendels	43
4.4.1 Elastizität des Balles	43
4.4.2 Das Modell eines Schussvorgangs	45
4.4.3 Videoanalyse eines Schusses mit <i>VidAnToo</i>	47
4.5 Flugbahn eines Torwartabstoßes unter idealisierten Bedingungen	52
4.5.1 Modellierung mit <i>Dynasys</i>	54

4.6	Flugbahn eines Torwartabstoßes unter Berücksichtigung des Luftwiderstandes	54
4.6.1	Bewegungsgleichung für die x -Komponente	55
4.6.2	Bewegungsgleichung für die z -Komponente	56
4.6.3	Resultierende Flugbahn	58
4.6.4	Modellierung mit <i>Dynasys</i>	59
4.6.5	Einfluss einer Rückwärtsrotation auf die Flugbahn des Balles . .	60
4.6.6	Videoanalyse mit <i>VidAnToo</i>	62
4.6.6.1	Videoanalyse eines flachen Torwartabstoßes	63
4.6.6.2	Videoanalyse eines hohen Torwartabstoßes	65
4.6.6.3	Fazit	67
4.6.7	Abschusswinkel für maximale Reichweite beim Torwartabstoß .	68
4.7	Flugbahn eines Bananenschusses	70
4.7.1	Bewegungsgleichung für die x -Komponente	72
4.7.2	Bewegungsgleichung für die y -Komponente	73
4.7.3	Bewegungsgleichung für die z -Komponente	73
4.7.4	Resultierende Ortskurve	74
4.7.5	Modellierung mit <i>Dynasys</i>	75
4.7.6	Videoanalyse mit <i>VidAnToo</i>	77
4.7.6.1	Korrektur der y -Koordinaten	79
4.7.6.2	Bestimmung der Winkelgeschwindigkeit	81
4.7.7	Vergleich zwischen Modell und Realität	82
5	Konzeption eines Schülerversuchstages	87
5.1	Ablauf	90
5.2	Station 1 - Der Torschuss	91
5.3	Station 2 - Der Torwartabstoß	92
5.4	Station 3 - Die Bananenflanke	94
6	Beschreibung und Evaluation der Erst-Durchführung des Versuchstages	97
6.1	Auswertung der Evaluationsbögen	102
7	Fazit	108
8	Quellenangaben	110
8.1	Literaturangaben	110
8.2	Internetquellen	112
9	Eidesstattliche Erklärung	114

Anhang	115
A Ergänzende Abbildungen und Plots	115
B Tabellen mit Messwerten	120
C Modellierungen mit Coach 6	125
D Skizzen für die Videoanalysen	127
E Programmoberflächen	129
F Bedienungsanleitungen für die Programme	130
G Einführungs-Präsentation	137
H Arbeitsblätter für die Schüler	140
I Evaluationsbögen der Schüler	175

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1:	Geschwindigkeitsgefälle zwischen zwei nebeneinanderlaufenden Stromlinien	11
Abb. 1.2:	Strömendes Fluid in einem Rohr mit verschiedenen Querschnitten . .	12
Abb. 2.1:	Entwicklungsschritte einer Modellierung	16
Abb. 2.2:	Benutzeroberfläche von DYNASYS: Modelleditor und Gleichungen (links) sowie Eingabefenster für Parameter oder Zustandsgrößen (rechts) . .	19
Abb. 2.3:	Runge-Kutta-Tableaus: allgemein (links), explizites Verfahren der Ordnung 2 (Mitte), explizites Verfahren der Ordnung 4 (rechts)	22
Abb. 2.4:	Vergleich der Genauigkeiten des Euler-Cauchy- (EC) und Runge-Kutta-Verfahrens (RK) mit großer Schrittweite $dt = 1 s$ anhand der numerischen Lösung der Differentialgleichung $\dot{y} = y$ mit DYNASYS	23
Abb. 3.1:	Kameras Samsung ES-65 (links), Casio Exilim EX-Z90 (Mitte) und Hochgeschwindigkeitskamera Casio Exilim EX-FS10 (rechts)	26
Abb. 4.1:	Weltkarte der beliebtesten Sportarten	29
Abb. 4.2:	Verformung eines Balles bei einem Kopfball	31
Abb. 4.3:	Stromlinien um eine Kugel in einer idealen Flüssigkeit	33
Abb. 4.4:	Ablösung der Grenzschicht vom Ball	34
Abb. 4.5:	Strömungsgeschwindigkeiten und Druckverteilung um den Ball	35
Abb. 4.6:	Entstehung von Luftwirbeln hinter dem Ball	35
Abb. 4.7:	Luftwiderstand eines Fußballs (rot) in Abhängigkeit der Geschwindigkeit im Vergleich mit einer glatten Kugel. Die blaue Kurve stellt den linearen Trend des Verlaufs des Fußballs dar.	36
Abb. 4.8:	Verringerung des Luftwiderstandes durch Turbulenzen in der Grenzschicht	37
Abb. 4.9:	WM-Bälle. Von links nach rechts: <i>Telstar</i> (WM 1970 und 1974, Mexiko bzw. Deutschland), <i>Etrusco</i> (WM 1990, Italien), <i>Teamgeist</i> (WM 2006, Deutschland) und <i>Jabulani</i> (WM 2010, Südafrika)	38
Abb. 4.10:	Raue Oberfläche des <i>Jabulani</i> -Balls	38
Abb. 4.11:	Erklärung des Magnus-Effekts mit dem Bernoullischen Prinzip	40
Abb. 4.12:	Erklärung des Magnus-Effekts mit der asymmetrischen Ablösung der Grenzschicht	41
Abb. 4.13:	Fallversuch zur Bestimmung des Elastizitätskoeffizienten	44
Abb. 4.14:	Modellhafter Vorgang eines Schusses als Doppelpendel (links) und als Einfachpendel (rechts)	45
Abb. 4.15:	Ballgeschwindigkeiten in Abhängigkeit der Geschwindigkeit der Fußspitze für verschiedene Elastizitätskoeffizienten	47
Abb. 4.16:	Videoanalyse von Torschuss 1 mit der Hochgeschwindigkeitskamera .	48

Abb. 4.17: Fuß- und Ballgeschwindigkeit bei einem Schussvorgang	50
Abb. 4.18: Bestimmung der Fußgeschwindigkeit v_o	50
Abb. 4.19: Bestimmung der Ballgeschwindigkeit v_{Ball}	51
Abb. 4.20: Videoanalyse des Torschusses mit der Kamera Casio EX-Z90 (24 fps)	52
Abb. 4.21: Parabel-Flugbahn bei Nicht-Berücksichtigung des Luftwiderstandes für einen Schuss mit $100 \frac{km}{h}$ bei einem Abschusswinkel von 45°	53
Abb. 4.22: DYNASYS-Modell eines Torwartabstoßes unter idealisierten Bedingun- gen mit $v_o = 100 \frac{km}{h}$ und $\alpha = 45^\circ$	54
Abb. 4.23: Vergleich der Flugbahnen eines Fußballs mit (rot) und ohne (blau) Luftwiderstand für einen Schuss mit $100 \frac{km}{h}$ bei einem Abschusswinkel von 45°	59
Abb. 4.24: DYNASYS-Modell eines Torwartabstoßes mit STOKES-Reibung gemäß Gleichung (4.4)	59
Abb. 4.25: DYNASYS-Modell eines Torwartabstoßes mit Berücksichtigung einer Rückwärtsrotation des Balles	61
Abb. 4.26: Theoretische Auswirkung eines Rückwärtsdralls auf die Flugbahn ei- nes Torwartabstoßes	61
Abb. 4.27: Bildausschnitt der Videoanalyse eines Torwartabstoßes mit kleinem Abschusswinkel	63
Abb. 4.28: Anpassung der z - x -Kurve gemäß Gleichung (4.39) für einen flachen Torwartabstoß	63
Abb. 4.29: Bildausschnitt der Videoanalyse eines Torwartabstoßes mit großem Abschusswinkel	65
Abb. 4.30: Anpassung der z - x -Kurve gemäß Gleichung (4.39) für einen hohen Torwartabstoß	65
Abb. 4.31: Flugweite in Abhängigkeit des Abschusswinkels α für $v_0 = 100 \frac{km}{h}$. .	70
Abb. 4.32: Flugbahn eines Bananenschusses im dreidimensionalen Koordinaten- system	70
Abb. 4.33: DYNASYS-Modell einer Bananenflanke	76
Abb. 4.34: Zustandsgleichungen für die Modellierung einer Bananenflanke aus Abbildung 4.33	76
Abb. 4.35: Bildausschnitt der Videoanalyse eines Bananenschusses aus der Sei- tenansicht	77
Abb. 4.36: x - t -Diagramm für den Bananenschuss für die ortsabhängige Skalie- rung der y -Achse	78
Abb. 4.37: Bildausschnitt der Videoanalyse eines Bananenschusses aus der Fron- talansicht	79
Abb. 4.38: Pixelweise Bestimmung der $5 m$ breiten Pylonen-Linien	79
Abb. 4.39: Darstellung der zeitabhängigen Skalierung der y -Achse	80

Abb. 4.40: Darstellung der Korrektur-Strecken b_x als Funktion der Ortskoordinate x	81
Abb. 4.41: Zeitlicher Verlauf der ermittelten x -Komponenten mit Näherung durch Gleichung (4.66) für einen Bananenschuss	82
Abb. 4.42: Zeitlicher Verlauf der ermittelten y -Komponenten mit Näherung durch Gleichung (4.67) für einen Bananenschuss	83
Abb. 4.43: Zeitlicher Verlauf der ermittelten z -Komponenten mit Näherung durch Gleichung (4.68) für einen Bananenschuss	83
Abb. 5.1: Vorschlag für die Umsetzung des Modells eines Torschusses mit Excel	92
Abb. 5.2: Vorschlag für die Umsetzung des Schülermodells für einen Torwartabstoß	93
Abb. 5.3: Excel-Tabelle mit Schiebereglern für den Vergleich zwischen Theorie und Realität beim Torwartabstoß	94
Abb. 5.4: Vorschlag für die Umsetzung des Schülermodells für eine Bananenflanke	95
Abb. 6.1: Bildausschnitt einer Aufnahme eines Torschusses	97
Abb. 6.2: Schüler bei der Bearbeitung der Arbeitsaufträge	98
Abb. 6.3: Von Schülern entwickeltes DYNASYS-Modell einer Bananenflanke . .	99
Abb. 6.4: Schüler bei der Auswertung der Videos	99
Abb. 6.5: Schüler analysieren und vergleichen die Ergebnisse der Videoanalyse mit der Theorie	100
Abb. 6.6: Vergleich der Videoanalyse mit dem Modell in der x -Komponente . .	100
Abb. 6.7: Vergleich der Videoanalyse mit dem Modell in der y -Komponente . .	101
Abb. 6.8: Vergleich der Videoanalyse mit dem Modell in der z -Komponente . .	101
Abb. 6.9: Schüler bei der „Arbeit“	102
Abb. 6.10: Verteilung der Schüler-Noten grundlegender Rahmenbedingungen . .	103
Abb. 6.11: Verteilung der Schüler-Noten bei der Bewertung der verwendeten Programme	104
Abb. 6.12: Verteilung der Schüler-Noten bezüglich des Schwierigkeitsgrades der Aufgaben, dem Verhältnis zwischen Theorie und Praxis und dem Konzept „Physik und Fußball“	105
Abb. 6.13: Schülerangaben über das Interesse an Fußball und dem Versuchstag .	105
Abb. A.1: Abmessungen eines Fußballfeldes	115
Abb. A.2: Flugweite in Abhängigkeit des Abschusswinkels α für einen Schuss mit $v_0 = 100 \frac{km}{h}$ und einer nur bis zum 5. Grad approximierten Lambert-Funktion	115
Abb. A.3: Modellierung eines Torwartabstoßes mit NEWTON-Reibung gemäß Gleichung (4.3) [Zustandsgleichungen siehe Abbildung A.4]	116
Abb. A.4: Zustandsgleichungen für das Modell aus Abbildung A.3	116
Abb. A.5: h-t-Diagramm zur Bestimmung des Elastizitätskoeffizienten auf Kunstrasen	117

Abb. A.6: h-t-Diagramm zur Bestimmung des Elastizitätskoeffizienten auf Stein-	
boden	117
Abb. A.7: Anpassung der z - t -Kurve gemäß Gleichung (4.41) für einen hohen	
Torwartabstoß mit Berücksichtigung einer Rückwärtsrotation des Balls	118
Abb. A.8: Bestimmung der Anfangsgeschwindigkeit v_{0x} aus der Geradensteigung	
des x - t -Diagramms für den hohen Torwartabstoß	118
Abb. A.9: Bestimmung der Anfangsgeschwindigkeit v_{0z} aus der Geradensteigung	
des z - t -Diagramms für den hohen Torwartabstoß	119
Abb. A.10: Anpassung der z - x -Kurve gemäß Gleichung (4.39) für einen hohen	
Torwartabstoß mit Fehlern $\Delta x = \Delta z = 0,11 m$	119
Abb. C.1: Modellierung eines Torwartabstoßes mit COACH 6	125
Abb. C.2: Modellierung eines Torwartabstoßes mit COACH 6 bei Berücksichti-	
gung eines Rückwärtsdralls	125
Abb. C.3: Modellierung einer Bananenflanke mit COACH 6	126
Abb. C.4: Modellierung einer Bananenflanke mit COACH 6 in der Schülerversion	126
Abb. C.5: Modellierung einer Bananenflanke mit COACH 6 mit beliebiger Dreh-	
achse. Für $n_x = n_z = 0$ und $n_y < 0$ entspricht dies einem Torwartab-	
stoß mit Rückwärtsdrall	127
Abb. D.1: Versuchsskizze für den Torschusses	127
Abb. D.2: Versuchsskizze für den Torwartabstoß	128
Abb. D.3: Versuchsskizze für den Bananenschuss	128
Abb. E.1: Benutzeroberfläche von <i>Any Video Converter</i>	129
Abb. E.2: Benutzeroberfläche von <i>VidAnToo</i>	129
Abb. E.3: Oberfläche des Modellbildungssystems von COACH 6	130

Tabellenverzeichnis

Tab. 1.1:	Physikalische Größen der Luft	12
Tab. 4.1:	Reynoldszahlen verschiedener Ballgeschwindigkeiten	36
Tab. 4.2:	Elastizitätskoeffizient des Fußballs auf Kunstrasen und Steinboden	44
Tab. 4.3:	Ergebnisse der Videoanalyse von Torschuss 1 mit der Hochgeschwindigkeitskamera	51
Tab. 4.4:	Durch die Anpassung der z - x -Kurve ermittelte Parameter für einen flachen Torwartabstoß	64
Tab. 4.5:	Daten aus der Videoanalyse für einen flachen Torwartabstoß	64
Tab. 4.6:	Durch die Anpassung der z - x -Kurve ermittelte Parameter für einen Torwartabstoß mit großem Abschusswinkel	66
Tab. 4.7:	Daten aus der Videoanalyse für einen Torwartabstoß mit großem Abschusswinkel	66
Tab. 4.8:	Flugzeiten des Balles bis zur Überquerung der Markierungslinien	78
Tab. 4.9:	Skalierung der y -Achse auf Höhe der Pylonen-Linien	80
Tab. 4.10:	Durch Anpassung mit der Theorie ermittelte Parameter für einen Bananenschuss	84
Tab. 4.11:	Physikalische Größen für das Modell eines Bananenschusses	84
Tab. 5.1:	Vorschlag der Gruppeneinteilung für die Durchführung des Schülerversuchstages	88
Tab. B.1:	Messwerte der Videoanalysen zur Bestimmung des Elastizitätskoeffizienten	120
Tab. B.2:	Messwerte der Videoanalyse von Torschuss 1 mit der Hochgeschwindigkeitskamera	121
Tab. B.3:	Ergebnisse der Videoanalysen der Torschüsse 2-6 mit der Hochgeschwindigkeitskamera	121
Tab. B.4:	Messwerte der Videoanalyse des flachen Torwartabstoßes	122
Tab. B.5:	Messwerte der Videoanalyse des hohen Torwartabstoßes	123
Tab. B.6:	Messwerte des Bananenschusses aus der Analyse des Videos	124

Vorwort

Fußball ist gesellschaftlich betrachtet die populärste Sportart der Welt. Die Popularität dient in der vorliegenden Arbeit als Grundlage, um in der Schule die Welt des Fußballs im Rahmen eines Projekttages oder einer Projektwoche physikalisch zu betrachten. Die Arbeit soll Lehrern und Lehrerinnen einen Ansatzpunkt und Mut vermitteln, ein solches Projekt im Rahmen des Unterrichts durchzuführen. Ein wesentlicher Bestandteil dieser Arbeit ist die Konzeption eines Schülerversuchstages, der eine physikalische Betrachtung von Fußball beinhaltet. Die dazu erforderlichen Unterlagen und Arbeitsblätter sind im Anhang H zu finden.

Zahlreiche Fußballer sind zwar herausragende Spieler, jedoch besteht überwiegend die Meinung, dass sie ihre Schwierigkeiten mit der Mathematik und der Physik haben. Neben vielen anderen Aussagen wird dies durch die beiden folgenden Zitate bestätigt:

Zwei Chancen, ein Tor - das nenne ich hundertprozentige Chancenauswertung. (Roland Wohlfahrt, ehemaliger Stürmer des FC Bayern München)

Ihr fünf spielt jetzt vier gegen drei. (Fritz Langner, ehemaliger Fußballspieler und Trainer)

Fußball bietet allerdings zahlreiche Möglichkeiten für physikalische Betrachtungen. Aus den vielen Möglichkeiten werden drei genauer betrachtet: der Schuss als Bewegungsablauf sowie die Flugbahnen eines Torwartabstoßes und einer „Bananenflanke“. Auf Basis dieser drei Möglichkeiten wurde ein Schülerversuchstag konzipiert. Zu den Hauptbedingungen dieses Schülerversuchstags zählte ein möglichst anschauliches, mit wenig Aufwand und geringen Kosten verbundenes Konzept. Unter diesen Gesichtspunkten wird auf Modellbildungssysteme zurück gegriffen, deren graphische Gestaltung der Modelle die Anschauung unterstützt. Dies wird durch Videoanalysen vervollständigt. Im Hinblick auf eine möglichst kostengünstige Durchführung wurde nach geeigneten Freeware-Programmen gesucht.

Die vorliegende Arbeit ist so aufgebaut, dass sich der Leser einen Überblick über die genauen Vorgänge und physikalischen Zusammenhänge verschaffen kann. Es wird viel Wert auf die Nachvollziehbarkeit von Formeln und Herleitungen gelegt, sodass die Umformungen zum Teil zu kleinschrittig erscheinen können.

An dieser Stelle soll noch angemerkt werden, dass Bezeichnungen von Personen wie Schüler, Lehrer, oder Fußballer geschlechtsneutral angesehen werden und aus sprachlichen Gründen die männliche Form verwendet wird, was in keiner Form als Diskriminierung des weiblichen Geschlechts verstanden werden darf.

1. Physikalische Grundlagen aus der Strömungslehre

Ein fliegender Fußball wird von der umgebenden Luft umströmt. Das Verhalten der Strömung ist entscheidend für den Verlauf der Flugbahn des Balles. Daher ist es notwendig die wichtigsten Eigenschaften des strömenden Mediums sowie weitere Grundlagen der Strömungslehre zu betrachten.

1.1. Physikalische Eigenschaften der Luft

Die im Folgenden angeführten physikalischen Eigenschaften gelten sowohl für Flüssigkeiten als auch für Gase, weshalb der übergeordnete Begriff *Fluid* verwendet wird. Zu den in diesem Fall wichtigsten Eigenschaften der Luft gehören ihre Dichte ρ und die Viskosität η . Die Strömung eines Fluides ist mit Hilfe von nebeneinander laufenden Stromlinien vorstellbar, deren Geschwindigkeiten nicht notwendigerweise gleich sein müssen (siehe Abb. 1.1). Dadurch entsteht ein Geschwindigkeitsgradient $\frac{dv}{dx}$, wobei dx senkrecht zu dv ist. Durch den Geschwindigkeitsunterschied resultiert eine innere Reibung zwischen den Stromlinien, die proportional zu dem Geschwindigkeitsgradienten ist. Um eine solche Stromschicht der Fläche A zu verschieben ist eine Kraft

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{dv}{dx} \quad (1.1)$$

vonnöten, wobei der Proportionalitätsfaktor η die *dynamische Viskosität* ist. Mit ihr wird die Zähflüssigkeit eines Stoffes beschrieben.

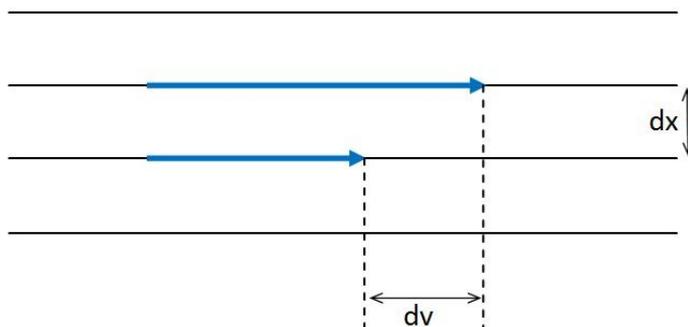


Abb. 1.1: Geschwindigkeitsgefälle zwischen zwei nebeneinanderlaufenden Stromlinien

Für die Dichte und die Viskosität ist die Temperatur T entscheidend, da die Viskosität von Flüssigkeiten gemäß dem Arrhenius-Gesetz mit steigender Temperatur sinkt und ebenso die Dichte temperatur- und weiterhin druckabhängig ist. Bei Gasen unterscheidet sich das Temperaturverhalten der Viskosität gegenüber Flüssigkeiten. Mit steigender Temperatur nimmt die Viskosität von Gasen zu. Für Gase gilt

$$\eta_{Gas} = \frac{1}{3} \cdot n \cdot m \cdot l \cdot v, \quad (1.2)$$

mit n der Teilchenzahldichte, m der Masse, l der mittleren freien Weglänge und v der mittleren Geschwindigkeit der Gasteilchen. Da die mittlere freie Weglänge l umgekehrt proportional zur Teilchenzahldichte n ist [Mes06, S.222], ist das Produkt $n \cdot l$ konstant. Zudem ist die Masse m eine sich nicht verändernde Größe. Da die mittlere Geschwindigkeit v mit der Temperatur zunimmt, muss folglich die Viskosität für steigende Temperaturen zunehmen [vgl. Mes06, S.240].

Die für die vorliegende Arbeit relevanten Größen sind in Tab. 1.1 aufgeführt.

Physikalische Größen der Luft	
Dichte ρ bei 0° (Standardbedingung)	$1,293 \frac{kg}{m^3}$
Dichte ρ bei 15°	$1,225 \frac{kg}{m^3}$
Dichte ρ bei 25°	$1,184 \frac{kg}{m^3}$
Viskosität η bei 0°	$17,1 \cdot 10^{-6} Pa \cdot s$

Tab. 1.1: Physikalische Größen der Luft

1.2. Der Bernoulli-Effekt

Der Bernoulli-Effekt soll hier nur qualitativ erläutert werden, ansonsten sei auf die Arbeit von ALTHERR [Alt10] verwiesen, die eine ausführliche Behandlung des Bernoulli-Effekts beinhaltet. Der Bernoulli-Effekt stellt einen Zusammenhang zwischen der Strömungsgeschwindigkeit v eines Fluides und dem Druck p her. Ändert sich der Querschnitt A eines Rohres, durch das ein Fluid der Dichte ρ strömt, so muss an dieser Engstelle die Strömungsgeschwindigkeit v zunehmen. Dies ist auf die Kontinuitätsgleichung $\rho \cdot A \cdot v = konst.$ zurückzuführen, die die Erhaltung der Masse und damit eine gleich bleibende Durchflussrate $\frac{\Delta V}{\Delta t}$ ausdrückt.

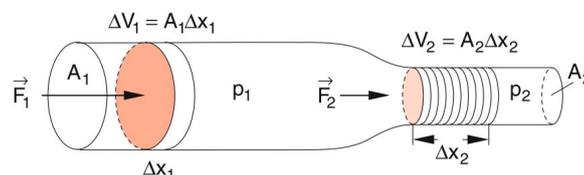


Abb. 1.2: Strömendes Fluid in einem Rohr mit verschiedenen Querschnitten [Dem06, S.230]

Dieser Sachverhalt wird durch die Bernoullische Gleichung beschrieben, die sich auf ein reibungsfreies, inkompressibles Fluid bezieht.

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_0 = konst. \quad \text{Bernoullische Gleichung} \quad (1.3)$$

Die Bernoullische Gleichung sagt aus, dass die Summe aus dem statischen Druck p und dem Staudruck $\frac{1}{2}\rho v^2$ eine Konstante ist [vgl. Mes06, S.118]. Qualitativ ist somit ein geringerer statischer Druck mit einer größeren Strömungsgeschwindigkeit verbunden, bzw. umgekehrt.

1.3. Die Reynolds-Zahl

Die Reynolds-Zahl (auch: Re-Zahl) ist eine dimensionslose Zahl der Strömungslehre. Sie beschreibt das Verhältnis zwischen Trägheit und Reibung eines Systems konstanter Temperatur. Die Reynolds-Zahl gilt als die wichtigste Kennzahl der Strömungsmechanik und ist ein Maß für den Einfluss der Viskosität [vgl. SA06, S.87]. Sie ist definiert durch

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot L}{\eta}, \quad (1.4)$$

wobei ρ und η die Dichte bzw. die dynamische Viskosität des strömenden Fluides sind. L ist eine charakteristische Länge, die in der Regel die Höhe oder Breite des Körpers ist. Im Prinzip ist sie jedoch frei wählbar. BECKER beschreibt in seiner Arbeit, dass sich für L der hydrodynamische Radius

$$d_h = \frac{4A}{u} \quad (1.5)$$

als Verhältnis der angeströmten Querschnittsfläche A und dem umströmten Umfang u , anbietet [vgl. Bec11, S.16]. Für Kugeln entspricht dies gerade dem Kugeldurchmesser d_{Kugel} .

$$d_{h,Kugel} = \frac{4A}{u} = \frac{4\pi r^2}{2\pi r} = 2r = d_{Kugel} \quad (1.6)$$

Des Weiteren charakterisiert die Re-Zahl den Übergang von einer laminaren zu einer turbulenten Strömung. Dieser Übergang findet bei einer kritischen Reynolds-Zahl Re_{krit} statt, die in der Literatur häufig mit einem Wert von 2300 angegeben ist [vgl. Dem06, S.249]. Der kritische Wert ist jedoch nicht allgemein gültig, sondern hängt von dem vorliegenden Problem und insbesondere von Einlauf und Zuströmung ab. Wird die Luft als besonders störungsfreie Zuströmung angesehen, sind auch kritische Reynolds-Zahlen bis 40000 messbar [vgl. SA06, S.222]. Mit dem Reynolds-Kriterium kann entschieden werden, ob eine Bewegung durch ein Fluid mit STOKES-Reibung, das heißt $F \propto v$, oder mit NEWTON-Reibung $F \propto v^2$ beschrieben werden muss. Bei Gasen ist die Reynolds-Zahl aufgrund der geringen Viskosität dagegen so groß, dass ihr Einfluss meist vernachlässigbar ist.

Bei gleicher Reynolds-Zahl eines geometrisch ähnlichen Objektes, wie zum Beispiel

einem verkleinerten Fußball, ist ein Modellversuch im Windkanal mit dem kleineren Objekt möglich. Stimmen die Reynolds-Zahlen überein, weisen beide Körper das gleiche Turbulenz-Verhalten auf. Mit dem kleinen Modell können somit Rückschlüsse auf das reale Objekt gezogen werden. Stimmen Viskosität und Dichte des Fluides überein, können die gewonnenen Daten anhand ihrer charakteristischen Längen zurückgerechnet werden. Ein Modell, das nur ein Zehntel der charakteristischen Länge des Vorbildes hat, muss dafür bei zehnfacher Strömungsgeschwindigkeit untersucht werden [Bec11, S.16].

1.4. Aerodynamische Beiwerte

Der Widerstandsbeiwert c_W (auch: c_W -Wert) ist wie die Reynolds-Zahl eine dimensionslose Größe. Der c_W -Wert hängt zum einen vom Profil des umströmten Körpers und zum anderen von seiner Oberflächenbeschaffenheit ab. Der c_W -Wert eines Körpers kann im Windkanal ermittelt werden, indem die Kraft F_W bestimmt wird, die aufgrund des Luftwiderstandes auf den Körper wirkt. Über den Staudruck $\frac{1}{2}\rho v^2$ und die Querschnittsfläche A des Körpers ergibt sich die Definition des c_W -Wertes:

$$c_W = \frac{F_W}{\frac{1}{2}\rho v^2 \cdot A} \quad (1.7)$$

Analog dazu wird der Auftriebsbeiwert c_A für den dynamischen Auftrieb F_A eines von einem Fluid umströmten Körpers definiert.

$$c_A = \frac{F_A}{\frac{1}{2}\rho v^2 \cdot A} \quad (1.8)$$

Bei einem freien Fall entspricht der Auftriebsbeiwert dem Widerstandsbeiwert, da hier der dynamische Auftrieb und der Luftwiderstand identisch sind.

2. Einsatz von Modellbildungssystemen im Unterricht

Modellbildungssysteme wie DYNASYS, STELLA oder VENSIM sind Software-Werkzeuge, mit denen einfache wie auch komplexe Zusammenhänge aus den verschiedensten Gebieten modelliert und simuliert werden können. Durch die graphische Gestaltung der Programme können die Modelle schrittweise entwickelt und damit handhabbar gemacht werden. Sie können zu den vielseitigsten Zwecken eingesetzt werden, um systemdynamische Vorgänge zu beschreiben. Dazu gehören viele Anwendungsgebiete der Naturwissenschaften Physik, Chemie und Biologie, aber auch betriebswirtschaftliche, ökologische und demographische Modelle sind damit umsetzbar. In der Systemdynamik werden die Modellarten zweckgerichtet zwischen Beschreibungs-, Erklärungs-, Prognose- und Entscheidungsmodellen unterschieden. Beschreibungs- und Erklärungsmodelle sollen dem besseren Verständnis eines Systems dienen, wohingegen Prognosemodelle zukünftige Entwicklungen abschätzen. Mit Entscheidungsmodellen soll eine optimale Verhaltensweise entwickelt werden, wobei feste Parameter den vorliegenden Gegebenheiten angepasst werden müssen [Lei10a].

Grundlage der vorliegenden Arbeit ist eine Mischung aus Entscheidungs- und Prognosemodell. In einem ersten Schritt soll mit einem Modell die Flugbahn eines Fußballs vorhergesagt werden. Im zweiten Schritt werden die mit Videoanalysen experimentell bestimmten Daten den entwickelten Modellen angepasst und verglichen.

2.1. Didaktischer Hintergrund

Die Verwendung eines Modellbildungssystems verlangt von seinem Benutzer zunächst eine genaue Auseinandersetzung mit der Realität. Die Zusammenhänge zwischen Wirkung und Ursache einer realen Situation müssen zunächst im Kopf erschlossen werden, bevor sie formalisiert und in einem entsprechenden Modell symbolisch umgesetzt werden. Die Auseinandersetzung fördert neben der fachlichen Kompetenz das systemdynamische Denken, indem Probleme einerseits veranschaulicht und andererseits komplexe Zusammenhänge vereinfacht werden [vgl. Lei10a]. Einflussfaktoren können leicht hinzugefügt oder wieder entfernt werden, so dass der Benutzer das Modell schrittweise entwickeln und beliebig erweitern kann. Damit können eigene Ideen schnell umgesetzt und erprobt werden, was insbesondere für Schüler aus lerntheoretischer Sicht von großem Nutzen sein kann. Die entworfenen Modelle können anschließend simuliert und als Tabelle, Graph oder Fluss dargestellt werden. Mit den gewonnenen Daten wird eine Überprüfung der Übereinstimmung mit einem Real-Experiment ermöglicht. An diesen Stellen wird deutlich, ob das Modell eine realitätsnahe Beschreibung liefert, ob es verändert werden muss oder ob es nur einer Anpassung der Parameter bedarf.

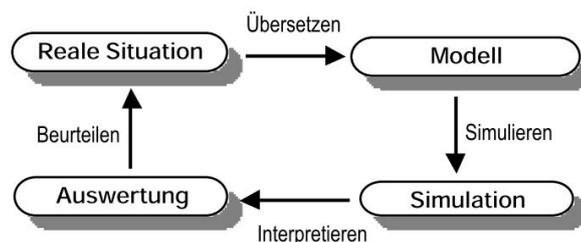


Abb. 2.1: Entwicklungsschritte einer Modellierung [Lei10a]

In der vorliegenden Arbeit wird zudem fachübergreifender Unterricht ermöglicht. Aus dem Sportbereich können zahlreiche Vorgänge physikalisch untersucht werden. In dieser Arbeit wird das Modellbildungssystem vor allem als „*Rechenknecht*“ und „*Differentialgleichungslöser*“ verwendet [Lei10a]. Die Berechnung der Flugbahn einer Bananenflanke ist eine umfangreiche Herleitung, die in der Regel keinem Schüler zumutbar ist [siehe Abschnitt 4.7]. Die Differentialgleichungen, die verhältnismäßig einfach aufgestellt werden können, verlangen zur Lösung sehr gute und tiefgreifende mathematischen Kompetenzen. Mit den Ergebnissen wären die meisten Schüler überfordert, da nur die wenigsten Schüler mit zeilenlangen Gleichungen zu begeistern sind. Mit Modellbildungssystemen ist dies kein Problem. Mit wenigen Parametern und Wirkungspfeilen wird die zu Grunde liegende Differentialgleichung numerisch gelöst und ist in verschiedenen Formen darstellbar. Durch die einfache Handhabung werden dem Unterricht viele Möglichkeiten erschlossen und Themen behandelbar, die sonst im Unterricht nicht möglich wären. In der Schule werden Vorgänge häufig idealisiert, damit sie handhabbar gemacht werden. Zum Beispiel wird der Luftwiderstand oft vernachlässigt, wodurch eine Bewegung zwar einfacher berechnet werden kann, jedoch eine erhebliche Abweichung zur Realität besteht. Durch den Einsatz von Modellbildungssystemen lernen Schüler zudem Grundzüge der Vorgehensweise der modernen Physik. Zunächst wird eine Theorie entwickelt, bevor sie durch kostspielige Experimente nachgewiesen wird oder verworfen werden muss.

Die Übersetzung einer komplexeren, realen Situation in ein Modell kann je nach Aufgabenstellung sehr schwierig sein, da sie Kenntnisse im Umgang mit dem Programm und Kompetenzen im systemdynamischen Denken erfordern. Dieser Transfer erfordert neben den fachlichen Kompetenzen zudem Zeit. Als Lehrer ist aus diesem Grund eine geeignete Einsatzform eines Modellbildungssystems zu wählen. Es können im Grunde drei unterschiedliche Einsatzformen unterschieden werden:

1. Entwicklung des Modells

In dieser Form sollen die Schüler das Modell von Grund auf selbst entwickeln. Geeignet ist diese Form, wenn bereits Kompetenzen im systemdynamischen Denken aufgebaut wurden. Ohne jegliche Unterstützung können Schüler dabei schnell an

ihre Grenzen stoßen. Eine freie Entwicklung erfordert von den drei Varianten die längste Zeit.

2. Gestufte Hilfe-Modelle

Um den Schülern möglichst viel eigenen Spielraum zu lassen, kann zunächst auf die erste Form zurückgegriffen werden, bei der die Schüler zunächst das Modell frei entwickeln. Neben dem Umgang mit dem Programm selbst wird systemdynamisches Denken entwickelt. Wird von der Lehrperson bemerkt, dass die Schüler damit überfordert sind, wäre der Einsatz gestufter Hilfe-Dateien sinnvoll, um den Schülern neue Ansatzpunkte zur Weiterentwicklung zu geben. Sollte auch dies nicht funktionieren, kann nach einer entsprechenden Zeit auf die dritte Variante zurückgegriffen werden.

3. Arbeit mit fertigen Modellen

Diese Form erfordert zwar den geringsten Zeitaufwand, allerdings auf Kosten des Lernerfolgs. Arbeit mit fertigen Modellen bedeutet nur eine Simulation eines Vorgangs, die möglicherweise keine Klarheit über die Zusammenhänge verschafft. Je nach Ziel der Unterrichtsstunde oder Komplexität des Modells, kann aber auch diese Variante sinnvoll sein.

Der mehrfache Einsatz eines Modellbildungssystems im Unterricht ermöglicht noch weitere, aus obigen Varianten ableitbare, Einsatzformen [vgl. Lei10a]. Der Gebrauch von Modellbildungssystemen erfordert die Verwendung eines Computers und Erfahrungen im Umgang mit Computern. Diese Voraussetzung ist heutzutage größtenteils erfüllt, da die meisten Schüler über einen privaten PC verfügen und heutzutage auch Schulen gut ausgerüstet sind. Der Gebrauch von Computern und Modellbildungssystemen bedarf allerdings einer guten Vorbereitung: zunächst muss ein geeignetes Thema für den sinnvollen Einsatz gefunden werden, ein Computerraum muss organisiert werden, die Software muss für die Schüler verfügbar sein, Hilfen im Umgang mit den Programmen müssen vorhanden sein und anleitende Arbeitsblätter müssen entworfen werden [siehe Lei10a]. Der Unterricht wird zwar durch eine weitere Methode bereichert, muss jedoch gut organisiert und vorbereitet werden.

2.2. Vorstellung der Programme

Es gibt eine Vielzahl an Modellbildungssystemen. Dazu gehören unter anderem DYNASYS, STELLA, POWERSIM, VENSIM¹ oder PAKMA. Zudem beinhaltet die kostenpflichtige Software COACH 6 ein Modellbildungssystem. Der große Vorteil des Programms COACH 6 gegenüber allen anderen ist, dass es auch ein Videoanalyse-Programm beinhaltet. So kann das Modell sehr einfach mit Daten aus Realexperimenten verglichen

¹Freeware-Download unter: <http://www.vensim.com/freedownload.html> (30.04.12)

werden, wohingegen alle anderen Programme reine Modellbildungssysteme sind. DYNASYS² ist ein Freeware-Programm, das ohne Installation als ausführbare .exe-Datei verfügbar ist. Durch seine einfache Gestaltung überzeugt es für den Einsatz im Unterricht. In dieser Arbeit wurden die Modellbildungssysteme DYNASYS und COACH 6 eingesetzt. Aus diesem Grund wird auf diese beiden Programme näher eingegangen.

2.2.1. Dynasys

Der Hersteller wirbt auf der Web-Site, dass das Programm für die Anforderungen des Unterrichts konzipiert wurde und eine einfache Umsetzung der Modelle in einer ausführbaren Form ermöglicht³.

„Mit DYNASYS für Windows steht ein einfaches Werkzeug zur Simulation dynamischer Systeme zur Verfügung, das den Anforderungen der Schule voll gerecht wird. Mit Hilfe des graphischen Eingabeeditors können Modelle interaktiv am Rechner aufgebaut werden, die Ausgabe der Simulation ist in Form von Zeitkurven, Phasendiagrammen oder als Wertetabelle möglich.“
[Hup01]

Die Benutzeroberfläche (siehe Abb. 2.2) ist einfach und schlicht gehalten, was in der Schüleranwendung ein durchaus positiver Aspekt ist. Es stehen vier Werkzeuge zur Verfügung, die für schulische Zwecke ausreichend sind. Dazu gehören Zustandsgrößen, Parameter, Wirkungspfeile und Zustandsänderungen. Mit Hilfe der Wirkungspfeile ist erkennbar, welche Größe von welchen Parametern oder Zustandsgrößen beeinflusst wird. Eine Anleitung befindet sich im Anhang F.

Ein Nachteil der Freeware-Version DYNASYS2.0.2 ist, dass es nicht möglich ist Startwerte von Zustandsgrößen mit Parametern zu belegen. Der Startwert der Geschwindigkeit kann daher nicht mit einem Parameter v_0 oder einem Abschusswinkel α festgelegt werden. Hängen mehrere Zustandsgrößen davon ab, muss dies in jeder einzelnen jeweils von Hand eingegeben werden. Ein weiterer Nachteil ist, dass sich die Wertetabellen zwar anzeigen, aber in keiner Form kopieren, ausdrucken oder exportieren lassen. Bei Graphen besteht die Möglichkeit sie zu kopieren. Werden die Daten zur Weiterverarbeitung in einer Tabellenkalkulation benötigt, müssen alle Werte von Hand abgeschrieben werden. Ist eine Weiterverarbeitung der Daten nicht vorgesehen, können diese mit einem *screenshots* gesichert werden. Eine Exportfunktion wäre für ein solches Programm jedoch wünschenswert.

²Freeware-Download unter: <http://code.google.com/p/dynasys/downloads/list> (30.04.12)

³vgl. <http://www.hupfeld-software.de/pmwiki/pmwiki.php?n=Main.Dynasys> (30.04.12)

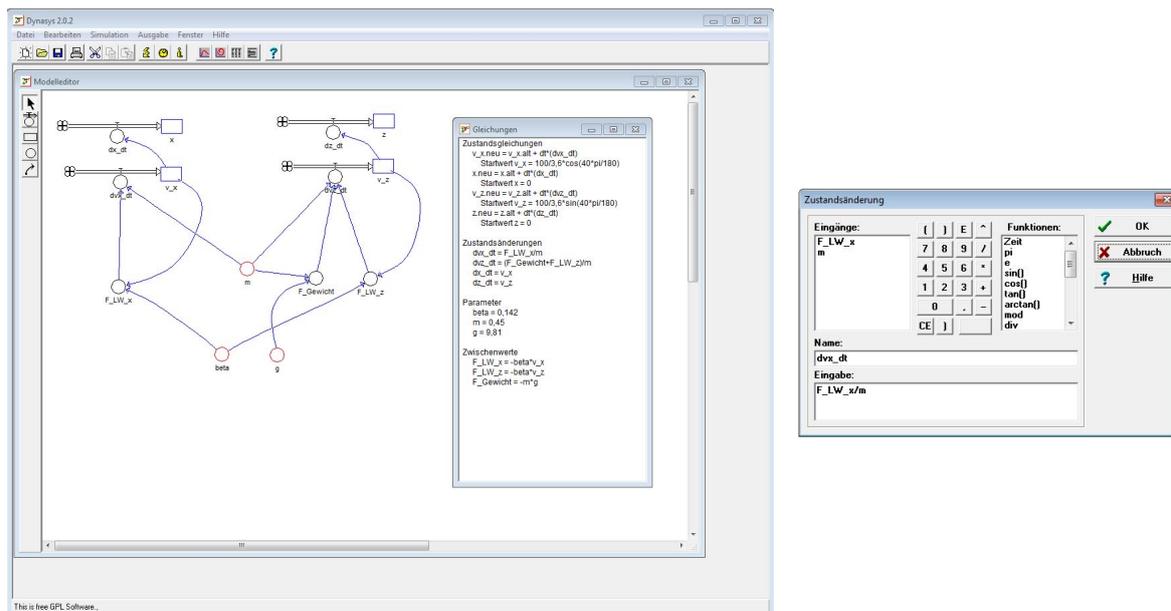


Abb. 2.2: Benutzeroberfläche von DYNASYS: Modelleditor und Gleichungen (links) sowie Eingabefenster für Parameter oder Zustandsgrößen (rechts)

Die Weiterentwicklung von DYNASYS wurde vor ca. 10 Jahren eingestellt, da sich niemand der Weiterentwicklung der Software angenommen hat. An manchen Stellen erscheinen daher Fehlermeldungen, die durch häufigeren Umgang mit DYNASYS vermieden werden können. Aus diesem Grund sollte vor jeder Simulation das Modell gespeichert werden.

Die beiden genannten Nachteile sind jedoch die einzigen, die im Umgang mit dem Programm aufgefallen sind. Die Bedienung ist recht intuitiv, wenn die entsprechenden Symbole verstanden sind. Mit den vorhandenen vier Werkzeugen lassen sich die verschiedensten Modelle⁴ anfertigen, simulieren und analysieren. Wegen seiner Einfachheit und Verfügbarkeit als ausführbare .exe-Datei, die keiner Installation bedarf, wird es in dieser Arbeit als Grundlage für die schülergerechte Darstellung verwendet.

2.2.2. Coach 6

COACH 6 ist zwar eine kostenpflichtige Software, aber auch als günstige Version COACH 6 MV STUDENT erhältlich. Diese Version ist auf der Begleit-CD des Physik-Buchs *Impulse Physik Oberstufe* des Klett-Verlags enthalten. Die Version umfasst die Funktionen Modellbildung und Videoanalyse, welche für die in dieser Arbeit relevanten Zwecke ausreichend ist. COACH 6 (siehe Abb. E.3) verfügt über ähnliche Werkzeuge wie DYNASYS. Dazu gehören Bestandsvariablen, Flüsse, Hilfsvariablen, Konstanten und Konnektoren. Außerdem können Ereignisse eingefügt werden, die es ermöglichen Ereignisse zeitlich verzögert einsetzen zu lassen.

⁴Eine Sammlung von Modellen ist u.a. auf der DYNASYS-Homepage zu finden: <http://modsim.hupfeld-software.de/pmwiki/pmwiki.php?n=Main.Modellsammlung>

Leider besteht nicht die Möglichkeit ein „neues“ Modell zu entwerfen. Um ein neues Modell zu entwerfen muss zunächst ein altes Modell geladen werden und der Inhalt gelöscht werden. Die geöffneten Fenster verfügen über sehr viele Möglichkeiten der Darstellung, lassen sich jedoch nicht schließen. Dennoch ist die Gestaltung der Oberfläche mit verschiedenen Fenstern sehr übersichtlich und die Vielzahl an Darstellungsmöglichkeiten bietet eine gute Übersicht über das Modell. Das Programm ist sehr einfach und intuitiv zu bedienen und damit schülergerecht. Für die Integrationsmethode stehen drei numerische Verfahren zur Verfügung: das Euler-Verfahren und die Runge-Kutta-Verfahren zweiter sowie vierter Ordnung.

Das Modell kann zur besseren Übersicht farblich gestaltet werden, so dass verschiedene Einflussfaktoren oder Variablen von anderen Größen deutlicher absetzen. Die Modelle lassen sich sehr einfach erstellen, wobei die Vorgehensweise in weiten Zügen dem Umgang mit DYNASYS entspricht. Ein großer Vorteil ist der einfache Export der Tabellenwerte, wodurch die Weiterverarbeitung erleichtert wird. Zudem kann im Gegensatz zu DYNASYS eine Bestandsvariable, die in DYNASYS einer Zustandsgröße entspricht, mit Konstanten belegt werden. Für die in dieser Arbeit zugrunde liegenden Modelle hat dies den großen Vorteil, dass eine Anfangsgeschwindigkeit v_0 sowie ein Abschusswinkel α , welche die Anfangswerte der jeweiligen Geschwindigkeitskomponente festlegen, leicht abgeändert werden können und nicht in jeder einzelnen Komponente geändert werden müssen. Sollte dieses Programm in der Schule vorhanden sein wäre es DYNASYS vorzuziehen, da es aktueller und damit weiter entwickelt ist und Videoanalysen mit Modellbildung kombiniert. Aufgrund der Exportfunktion wurde für den Vergleich zwischen Modell und Videoanalyse in den Abschnitten 4.6.6 und 4.7.7 auf COACH 6 zurückgegriffen.

2.3. Numerische Berechnungen

Hier sollen die beiden in Modellbildungssystemen am häufigsten verwendeten numerischen Verfahren, das Euler-Cauchy-Verfahren und das Runge-Kutta-Verfahren, vorgestellt werden. An dieser Stelle soll erwähnt werden, dass dieser Abschnitt für das weitere Verständnis nicht notwendig ist und lediglich einen Exkurs in die numerische Mathematik darstellt. Für genauere Informationen sei auf HANKE-BOURGEOIS [HB09] verwiesen.

2.3.1. Euler-Cauchy-Verfahren

Das Euler-Cauchy-Verfahren (auch: eulersches Polygonzugverfahren oder explizites Euler-Verfahren) ist das einfachste Verfahren zur Approximation eines Anfangswertproblems.

Zur numerischen Lösung einer Differentialgleichung

$$\dot{y}(t) = f(t, y) \quad \text{mit Anfangswert} \quad y(t_0) = y_0 \quad (2.1)$$

wird dem zu betrachtenden Zeit-Intervall ein Gitter $\Delta = t_0 < t_1 < \dots < t_n$ von Stützstellen zu Grunde gelegt und ein linearer Spline zur Näherung der tatsächlichen Lösung $y(t)$ verwendet. In Modellbildungssystemen wie DYNASYS oder COACH 6 ist das Gitter äquidistant, da zur Modellierung eine feste Schrittweite dt des Zeitintervalls vorgegeben wird, d.h. $t_1 = t_0 + dt$, $t_2 = t_0 + 2dt$, usw. An jedem Gitterpunkt ist die rechtsseitige Ableitung \dot{y} durch $\dot{y}(t) = f(t, y)$ vorgegeben, was als Fluss in den Modellbildungssystemen gut zu erkennen ist. Ausgehend von dem Startwert (t_0, y_0) wird die Ableitung $\dot{y}(t_0)$ durch die Berechnung von $f(t_0, y_0)$ erhalten. Damit lassen sich die Punkte $y_i := y(t_i)$ rekursiv von links nach rechts bestimmen:

$$y_{i+1} = y_i + \underbrace{(t_{i+1} - t_i)}_{=dt} \cdot f(t_i, y_i) \quad i = 0, 1, \dots, n-1. \quad (2.2)$$

Die so erhaltenen Wertepaare (t_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$ werden linear verbunden und stellen so eine Approximation der tatsächlichen Lösung $y(t)$ dar. Eine lineare Verbindung ist jedoch in der Regel nicht sehr genau, insbesondere bei stark schwankenden Funktionen. Die Sinusfunktion könnte somit für eine sehr ungeschickte Gitterwahl mit der Null-Funktion approximiert werden. Eine höhere Genauigkeit kann durch eine Verkleinerung der Schrittweite dt erreicht werden, was jedoch einen erheblich größeren Rechenaufwand zur Folge hat.

Die große Ungenauigkeit ist vor allem auf die lokalen Fehler zurückzuführen, die sich durch die lineare Verbindung der Punkte ergibt. Das Problem ist, dass die Tangentensteigung $f(t_i, y_i)$ eine schlechte Approximation der Sekante durch zwei aufeinander folgende Punkte (t_i, y_i) und (t_{i+1}, y_{i+1}) liefert [vgl. HB09, S.565f.].

2.3.2. Runge-Kutta-Verfahren

Runge-Kutta-Verfahren ist ein übergeordneter Begriff einer ganzen Familie von Verfahren. Das Euler-Cauchy-Verfahren zählt ebenso zu den Runge-Kutta-Verfahren. Es ist das am einfachsten zu implementierende Verfahren, jedoch ist der lokale Diskretisierungsfehler ϵ , die Differenz zwischen exakter Lösung und Näherung, $\epsilon = \mathcal{O}(dt^2)$ für $dt \rightarrow 0$. Der Unterschied zum Euler-Cauchy-Verfahren ist, dass die Steigung an mehreren zusätzlichen Stellen $t_i + c_j \cdot dt$, $c_j \in [0, 1]$ innerhalb einer Schrittweite dt ausgewertet und je nach Verfahren unterschiedlich stark mit Koeffizienten b_j gewichtet wird. Die Parameter c_j sind die sogenannten *Knoten*. Die y -Werte der zusätzlichen Stützstellen zwischen den vorgegebenen Stützstellen werden als Stufen η_j bezeichnet,

wobei s die Stufenzahl ist. Die Runge-Kutta-Verfahren sind in beliebiger Genauigkeit entwickelbar und nur durch die Anzahl s der Stufen η beschränkt. Wenn die Rede von dem Runge-Kutta-Verfahren ist, wird in der Regel das klassische 4-stufige explizite Runge-Kutta-Verfahren mit Konsistenzordnung 4 gemeint.

Durch die zusätzlichen Auswertungen mit unterschiedlicher Gewichtung wird die Steigung zwischen zwei aufeinanderfolgenden Punkten (t_i, y_i) und (t_{i+1}, y_{i+1}) genauer approximiert. Allgemein werden die Runge-Kutta-Verfahren durch den folgenden Ansatz konstruiert:

$$y_{i+1} = y_i + dt \cdot \sum_{j=1}^s b_j \cdot f(t_i + c_j \cdot dt, \eta_j) \quad , \quad \sum_{j=1}^s b_j = 1 \quad (2.3)$$

$$\eta_j = y_i + dt \cdot \sum_{\nu=1}^s a_{j\nu} \cdot f(t_i + c_\nu \cdot dt, \eta_\nu) \quad j = 1, \dots, s. \quad (2.4)$$

$$\sum_{\nu=1}^s a_{j\nu} = c_j. \quad (2.5)$$

Die Koeffizienten $a_{j\nu}$, b_j und c_j werden meist in einem quadratischen Tableau wie in Abb. 2.3 zusammengefasst.

c_1	a_{11}	a_{12}	\dots	a_{1s}		0			
c_2	a_{21}	a_{22}		a_{2s}	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
\vdots	\vdots			\vdots	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$
c_s	a_{s1}	a_{s2}	\dots	a_{ss}	0	0	1	0	1
	b_1	b_2	\dots	b_s		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

Abb. 2.3: Runge-Kutta-Tableaus: allgemein (links), explizites Verfahren der Ordnung 2 (Mitte), explizites Verfahren der Ordnung 4 (rechts)

Mit dem klassischen Runge-Kutta-Verfahren der Ordnung 4 wird das Anfangswertproblem

$$\dot{y}(t) = f(t, y) \quad \text{und Anfangswert} \quad y(t_0) = y_0 \quad (2.6)$$

mit Schrittweite dt durch folgenden Algorithmus bestimmt: Der Folgewert $y_1 := y(t_0 + dt) = y(t_1)$ wird mit Hilfe zusätzlicher Stützstellen $t_0 + c_j \cdot dt$, $j = 1, \dots, s$ approximiert. Anfangen mit der rechtsseitigen Ableitung

$$\dot{y}_0 = f(t_0, y_0)$$

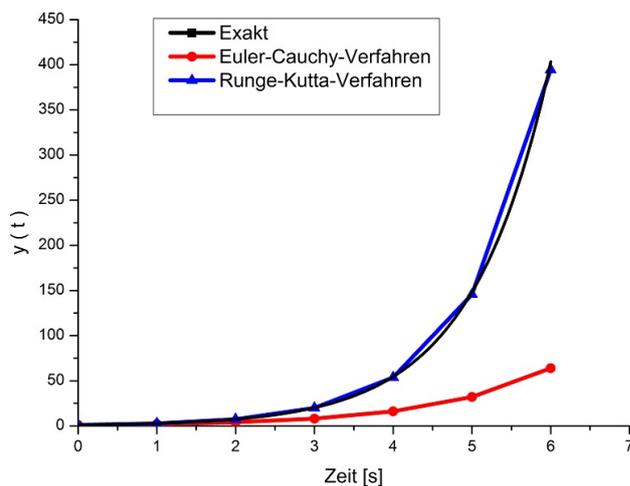
werden die zusätzlichen Stützstellen mit den Koeffizienten c_j ausgewertet. Da für $j = 1$ die Koeffizienten $a_{1\nu} = 0$ allesamt verschwinden, ist gemäß Gl. (2.4) $\eta_1 = y_0$.

$$\begin{aligned} \eta_1 &= y_0 & \dot{\eta}_1 &= f(t_0, \eta_1) = \dot{y}_0 \\ \eta_2 &= y_0 + \frac{1}{2}dt \cdot \dot{y}_0 & \dot{\eta}_2 &= f(t_0 + \frac{1}{2}dt, \eta_2) \\ \eta_3 &= y_0 + \frac{1}{2}dt \cdot \dot{\eta}_1 & \dot{\eta}_3 &= f(t_0 + \frac{1}{2}dt, \eta_3) \\ \eta_4 &= y_0 + 1dt \cdot \dot{\eta}_1 & \dot{\eta}_4 &= f(t_0 + 1dt, \eta_4) \end{aligned}$$

Mit den Gewichten b_j kann nun y_1 bestimmt werden:

$$y_1 = y_0 + dt \cdot \left(\frac{1}{6}\dot{y}_0 + \frac{1}{3}\dot{\eta}_2 + \frac{1}{3}\dot{\eta}_3 + \frac{1}{6}\dot{\eta}_4 \right).$$

Mit dem neuen Wertepaar (t_1, y_1) können nun die folgenden Wertepaare (t_i, y_i) durch Wiederholung des Algorithmus bestimmt werden. Durch die zusätzlichen Auswertungen wird die Genauigkeit der Approximation gegenüber dem Euler-Cauchy-Verfahren deutlich erhöht wie in Abb. 2.4 deutlich wird. Für den lokalen Diskretisierungsfehler gilt $\epsilon = \mathcal{O}(dt^5)$ für $dt \rightarrow 0$. Der Fehler des Runge-Kutta-Verfahrens der Ordnung 2 ist $\epsilon = \mathcal{O}(dt^3)$ für $dt \rightarrow 0$. Das Verfahren wird somit umso genauer, je kleiner die Schrittweite dt gewählt wird. Durch die zusätzlichen Auswertungen wird jedoch der benötigte Rechenaufwand erhöht.



t [s]	exakte Lösung	EC	RK
0	1,00	1,00	1,00
1	2,72	2,00	2,71
2	7,39	4,00	7,34
3	20,09	8,00	19,87
4	54,60	16,00	53,80
5	148,41	32,00	145,72
6	403,43	64,00	394,65

Abb. 2.4: Vergleich der Genauigkeiten des Euler-Cauchy- (EC) und Runge-Kutta-Verfahrens (RK) mit großer Schrittweite $dt = 1$ s anhand der numerischen Lösung der Differentialgleichung $\dot{y} = y$ mit DYNASYS

In DYNASYS ist das Runge-Kutta-Verfahren der Ordnung 2 implementiert, bei Coach 6 besteht die Auswahl zwischen dem Runge-Kutta-Verfahren der Ordnung 2 (RK2) und dem Runge-Kutta-Verfahren der Ordnung 4 (RK4).

3. Einsatz von Videoanalysen im Unterricht

Die ersten Videoaufnahmen oder Fotografien stammen bereits aus dem 19. Jahrhundert. Eine rasante Entwicklung von Videoaufnahmen begann jedoch erst vor rund 20 Jahren, als erste digitale Kameras entwickelt wurden. Seitdem ist ein regelrechter Boom um Digitalkameras entstanden, die mit der Zeit über immer bessere Auflösungen verfügen und vergleichsweise wenig Speicherplatz in Anspruch nehmen. Gute Digital-Kameras sind heutzutage zu moderaten Preisen zwischen 50 und 100 € zu erhalten. Nicht zuletzt ausschlaggebend für die niedrigen Preise ist möglicherweise unter anderem, dass jedes Smartphone heutzutage über eine leistungsfähige Kamera mit sehr hoher Auflösung verfügt und eine Digitalkamera damit überflüssig macht. Auch die Entwicklung von Speichermedien wie USB-Sticks, SD-Karten bzw. Festplatten allgemein, trägt wesentlich dazu bei, da sie heutzutage über einen großen Speicher im Gigabytebereich verfügen und als kleine handliche Geräte am Schlüsselbund getragen werden können. Damit ist es in der heutigen Zeit ohne großen Aufwand möglich ein Video aufzunehmen und innerhalb von wenigen Minuten auf einem PC zu speichern und weiterzuverarbeiten.

3.1. Didaktischer Hintergrund zum Einsatz von Videoanalysen

Der Einsatz von Videoanalysen hat den großen Vorteil, dass Bewegungen oder Vorgänge aus der Lebenswelt der Schüler sehr einfach in den Physikunterricht integriert werden können. Bewegungsabläufe aus dem Alltag sind meist komplexer als sie zum Teil im Unterricht betrachtet werden oder betrachtet werden können. Für eine theoretische Beschreibung müssen viele reale Vorgänge zunächst idealisiert werden. Mittels Videoaufnahmen und einer entsprechenden Software zur Messwerterfassung kann dieser Schritt entfallen und viele Messwerte sehr einfach und schnell gewonnen werden. Das eröffnet weitere Auswertungsmöglichkeiten. Insbesondere im Fach Physik ist dies von großer Bedeutung, da hier Experimente sowie die Beobachtung und Beschreibung der Natur im Zentrum stehen.

Verfügt das Videoanalyse-Programm über entsprechende Darstellungsmöglichkeiten wie Graphen oder Tabellen, können die gewonnenen Messwerte direkt in gewünschten Diagrammen oder Tabellen dargestellt werden. Durch Videoaufnahmen haben die Schüler die Möglichkeit einen Bewegungsablauf in Zeitlupe und mehrfachen Wiederholungen zu betrachten und damit auch schnelle Bewegungsabläufe genauer zu untersuchen, wodurch ein Vorgang wesentlich anschaulicher wird beziehungsweise mehrere Details zu beobachten sind. Vorgänge, die mit bloßem Auge möglicherweise nicht sichtbar sind, können durch eine Hochgeschwindigkeitskamera mit einer hohen Bildrate aufgenommen und in Zeitlupe untersucht werden. Dem in der Physik elementaren Aspekt der Beobachtung wird dadurch mehr Zeit eingeräumt. Die Auswertung kann mit einem

geeigneten Programm vorgenommen werden, um Messwerte zur Weiterverarbeitung zu erhalten. Da heutzutage viele Schüler zu Hause über einen PC verfügen, kann die Auswertung auch zu Hause erfolgen. Die meisten Schulen verfügen heutzutage zudem über gut ausgestattete Computerräume, so dass zumindest zwei Schüler an einem PC arbeiten können, wodurch möglichst viele Schüler direkt eingebunden werden.

„Messwerterfassungssysteme sind eher technische Hilfsmittel als didaktische, d.h. ihr Einsatz dient in der Regel nicht primär dem besseren Verständnis eines Experiments, sondern ihr Vorteil liegt meist in der schnelleren Erfassung bei der Aufnahme der Messwerte und in der Automatisierung bei deren Auswertung.“ [3]

Der Schwerpunkt bei Videoanalysen liegt nicht mehr auf der Erfassung und Aufnahme der Messwerte sondern in der Interpretation der gewonnenen Daten. Aufgrund der vielen Darstellungsmöglichkeiten von Graphen, sei es ein zeitlicher oder ein ortsabhängiger Verlauf einer Größe, ist es wichtig die Graphen ausführlich zu diskutieren. Die Frage „*Was ist hier eigentlich dargestellt?*“ ist von großer Bedeutung für das Verständnis des Versuchs.

Wie eine Videoanalyse in den Unterricht eingebaut wird ist dagegen von dem vorliegenden Problem abhängig. Einerseits ermöglicht eine Videoanalyse die Entwicklung einer Theorie, andererseits kann sie aber auch als Überprüfung einer Theorie dienen. Damit eignet sich eine Videoanalyse besonders im Zusammenspiel mit Modellbildungssystemen. Bei den Modellbildungssystemen ist der Kreativität der Schüler viel Raum gegeben. Ein entwickeltes Modell kann mit einer Videoanalyse eines Realexperiments überprüft werden. Mit einer Videoanalyse wird somit die Vorgehensweise der modernen Physik durch den experimentellen Teil vervollständigt.

3.2. Verwendete Kameras

Für die Aufnahmen dieser Arbeit werden drei Kameras (siehe Abb. 3.1) benötigt. Dabei wird auf zwei gängige Digitalkameras (Samsung ES-65 und Casio Exilim EX-Z90) sowie eine Hochgeschwindigkeitskamera (Casio Exilim EX-FS10) zurückgegriffen. Die beiden Digitalkameras sind bereits für weniger als 100 € zu erhalten, die Hochgeschwindigkeitskamera liegt bei ungefähr 200 €.

Die Videoaufnahmen der beiden Digitalkameras sind für die Aufnahmen von Schüssen von ausreichend guter Qualität, wobei die Kamera von Samsung Videos mit einer etwas höheren Bildrate von 30 fps (frames per second) gegenüber der Kamera von Casio (24 fps) aufnimmt. Bei der Hochgeschwindigkeitskamera sind Bildraten von 30, 210, 420 und 1000 fps einstellbar, wobei 30 fps einer Normalaufnahme entsprechen. Eine höhere Bildrate bedingt jedoch eine geringere Auflösung. Mit steigender Bildrate



Abb. 3.1: Kameras Samsung ES-65 (links), Casio Exilim EX-Z90 (Mitte) und Hochgeschwindigkeitskamera Casio Exilim EX-FS10 (rechts)

wird die Auflösung immer geringer und der Bildausschnitt kleiner. Eine gute Aufnahme ausreichender Auflösung und Bildgröße ist mit einer Bildrate von 210 fps möglich.

3.3. Bearbeitung der Videos

Die meisten Videoanalyse-Programme arbeiten mit Videos im AVI-Format (= Audio Video Interleave). Viele Digital-Kameras verwenden zwar dieses Format, jedoch ist dies kein Standard. Die Videos müssen daher gegebenenfalls in das AVI-Format konvertiert werden. Die Konvertierung kann mit dem Freeware-Programm *Any Video Converter*⁵ vorgenommen werden, das eine Vielzahl von Formaten unterstützt.

3.3.1. Any Video Converter

Die Benutzeroberfläche der Version *Any Video Converter 3.3.5* ist in Abb. E.1 zu sehen. Die Vorgehensweise zur Konvertierung eines Videos ist auf der Startoberfläche zu erkennen und sehr intuitiv. Wichtig ist die Auswahl des entsprechenden Formats, die in diesem Fall AVI sein sollte. Außerdem muss in dem Feld unten rechts unter „Video Optionen“ ein passender Codec ausgewählt werden. In diesem Fall ist der Codec „**mjpeg**“ auszuwählen, da die Weiterverarbeitung mit dem Programm *VirtualDub* sonst nicht möglich ist. Optional, aber nicht zwingend notwendig, kann unter „Audio Optionen - Audio ausschalten“ die Tonspur ausgeschaltet werden, welcher bei der Untersuchung von Bewegungsabläufen in der Regel keine Bedeutung zukommt. Da die verwendeten Kameras allesamt Videos im AVI-Format speichern, entfällt dieser Schritt der Bearbeitung.

3.3.2. VirtualDub

*VirtualDub*⁶ in der Version 1.9.11 ist eine Freeware-Software zum Bearbeiten von Videos. Für die Bearbeitung der vorliegenden Videos sind neben den Einstellungen der

⁵Freeware-Download unter: http://www.chip.de/downloads/Any-Video-Converter_42658474.html (02.05.12)

⁶Freeware-Download unter: http://www.chip.de/downloads/VirtualDub-32-Bit_12994844.html (03.05.12)

Bildrate (*Frame rate*) und gegebenenfalls der Komprimierung (*Compression*) im Menüpunkt „**Video**“ das Schneiden des Videos relevant. Unter dem Menüpunkt „Audio“ sollte „**No Audio**“ ausgewählt werden, da es nur unnötigen Speicherplatz in Anspruch nimmt. Um in dem Videoanalyseprogramm ein langes Suchen des interessanten Bereichs im Video zu vermeiden, sollte mit den beiden zur Verfügung stehenden Auswahlwerkzeugen der Anfang und das Ende des Videos markiert werden. *VirtualDub* speichert und bearbeitet dann nur den markierten Teil des Videos.

Da die Kameras Videos mit verschiedenen Bildraten aufnehmen, sollte unter dem Menüpunkt „**Video - Framerate**“ in dem Kasten „**Frame rate conversion**“ die Framerate auf die niedrigste der verwendeten Kameras angepasst werden, damit bei den Videoanalysen gleiche Zeitabstände vorliegen. Im vorliegenden Fall muss daher die Framerate der Kamera von Samsung von 30 auf 24 fps (frames per second) konvertiert werden. Die Hochgeschwindigkeitskamera nimmt zwar Videos mit einer Bildrate von 210 fps auf, spielt diese jedoch nur in Zeitlupe mit einer Bildrate von 30 fps ab. Dies kann in dem Kasten „**Source rate adjustment**“ durch die Option „**Change frame rate to (fps)**“ durch die Eingabe von „210“ korrigiert werden. Für die Hochgeschwindigkeitskamera ist noch eine weitere Möglichkeit interessant, auf die bei den Analysen eines Torschusses zurückgegriffen wird. Durch die Auswahl von „**Process every third frame (decimate by 3)**“ wird nur jedes dritte Bild der Aufnahme ausgewählt. Die Framerate wird damit von 210 auf 70 fps konvertiert.

Sollte sich das Video durch diese Bearbeitungen noch nicht in dem Videoanalyseprogramm öffnen lassen, muss das Video unter dem Menüpunkt „**Video - Compression**“ komprimiert werden. Dafür muss der Codec „**Cinepak Codec von Radius**“ ausgewählt werden. Es ist zu beachten, dass die Codecs häufig im Lieferumfang von Betriebssystemen enthalten sind [vgl. May01, S.23], so dass Abweichungen mit anderen Betriebssystemen möglich sind. Zum Speichern wird unter dem Menüpunkt „File“ „Save as AVI...“ ausgewählt. Die Anleitung befindet sich zudem im Anhang F.

3.4. Analyse der Videos mit *VidAnToo*

Es gibt eine Vielzahl an Videoanalyseprogrammen, die teilweise Freeware oder kostenpflichtig sind. Zu den Freeware-Programmen zählt zum Beispiel das VideoMess- und Präsentationssystem ViMPS⁷, das im Rahmen einer Staatsexamensarbeit an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz von Martin Becker entwickelt wurde. ViMPS

„bietet die Möglichkeit, in einer Videosequenz Zeit- und Ortskoordinaten per Mausklick direkt zu messen und damit auch daraus ableitbare Größen

⁷Freeware-Download unter: <http://www.physik.uni-mainz.de/lehramt/vimps/>

wie Geschwindigkeit, Beschleunigung etc. zu bestimmen. Diese Ergebnisse können als Textdatei gespeichert und dann in einem beliebigen Programm ausgewertet werden“ [MK03].

ViMPS verfügt über die wichtigsten Funktionen, die für die Gewinnung von Messwerten aus einem Video erforderlich sind. Zudem ist die Bedienung sehr intuitiv und durch die Reduzierung auf die notwendigsten Funktionen sehr einfach. Obige Beschreibung gilt im Grunde genommen für alle Videoanalyse-Programme dieser Art. Der Grund, warum die Wahl des Analyseprogramms nicht auf ViMPS fiel, liegt an der zusätzlichen Auswertungsfunktion, über die *VidAnToo* verfügt. Zu den weiteren Videoanalyse-Programmen gehören unter vielen anderen GALILEO⁸, MEASURE DYNAMICS⁹ und COACH 6, das in der Version COACH 6 MV STUDENT auf der Begleit-CD des Physik-Buchs *Impulse Physik Oberstufe* des Klett-Verlags enthalten ist.

*VidAnToo*¹⁰ ist ein Werkzeug zur digitalen Videoanalyse, mit dem die reale Bewegung eines Objektes erfasst und ausgewertet werden kann. Nach dem Laden eines Videos erfolgt zunächst eine Kalibrierung, bei der eine bekannte Strecke markiert werden muss. Nach der Wahl des Koordinatenursprungs können bis zu drei Objekte aus einem Video erfasst werden, die in drei verschiedenen Farben dargestellt werden. Die Erfassung des Objektes erfolgt manuell durch wiederholtes Anklicken des Objektes in den Einzelbildern des Videos. Der Fadenkreuz-Cursor wird entweder mit der Maus oder mit den Tasten W, A, S und D gesteuert, wodurch eine pixelgenaue Bestimmung der Position des Objektes ermöglicht wird. Nach Abschluss der Datenaufnahme können über den Button „Auswerten“ verschiedene Darstellungen von Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsdiagrammen ausgewählt werden.

Die Graphen lassen sich in den für die Arbeit wichtigsten Funktionen schnell, einfach und damit schülergerecht auswerten. Unter „ROI“ (= Region of Interest) kann durch Markieren eines Diagrammbereichs der Mittelwert, die Fläche sowie eine lineare Ausgleichsgerade mit allen wichtigen Parametern und Fehlerangaben ausgegeben werden. Außerdem stehen noch zwei Möglichkeiten zur quadratischen Näherung zur Verfügung. Sollten diese Auswertungs-Möglichkeiten nicht ausreichen, besteht durch den Button „Export“ die Möglichkeit, die Messwerte als Ortskoordinaten (t, x, y) , als Geschwindigkeitskomponenten (t, v_x, v_y) oder Beschleunigungskomponenten (t, a_x, a_y) in weitere Tabellenkalkulations-Programme zu exportieren. Eine Anleitung mit Bildern ist im Anhang F zu finden.

⁸siehe: <http://www.schulphysik.de/galileo.html> (Zugriff: 22.05.12)

⁹siehe <http://www.phywe.de/141n110/Service/Downloads/Software.htm> (Zugriff: 22.05.12)

¹⁰Freeware-Download unter: <http://hbecker.sytes.net/vidantoo/> (Zugriff: 22.05.12)

4. Physik und Fußball

Aus didaktischer Sicht ist es wertvoll, Aufgabenstellungen aus dem Schüleralltag als Ansatzpunkt für den Unterricht zu verwenden. Aus dem Sportbereich bieten sich dabei zahlreiche Möglichkeiten: der Wurf eines Basketballs oder ein Kugelstoß zur Analyse der Fallgesetze und Bestimmung der Erdbeschleunigung, Analysen von Drehbewegungen zum Beispiel beim Hammerwurf, Geschwindigkeits- oder Beschleunigungsvorgänge aus dem Bereich der Leichtathletik oder dem Rennsport. Dazu gehört auch die Thematisierung der wichtigsten physikalischen Erhaltungssätze der Energie, des Impulses oder des Drehimpulses, der zum Beispiel bei einem Schussvorgang betrachtet werden kann. Aus dem Bereich Fußball lassen sich zahlreiche Vorgänge wie Flugkurven unter Einfluss des Luftwiderstands oder Gegenwinds, die Magnuskraft, Reaktionszeiten und Größenordnungen der auftretenden Kräfte abschätzen. Insbesondere bei einem Kopfball oder der Abwehr eines Elfmeters kommt es dabei kurzzeitig zu erheblichen Kräften von mehreren 1000 N .

Fußball gilt mit Abstand als die weltweit populärste Sportart. Kaum eine andere Sportart ist so weit verbreitet wie Fußball. Überall in der Welt, mit Ausnahme von nur wenigen Ländern wie China, Indien sowie den Kontinenten Australien und Nordamerika gilt Fußball als die beliebteste Sportart, wie in Abb. 4.1 zu erkennen ist.

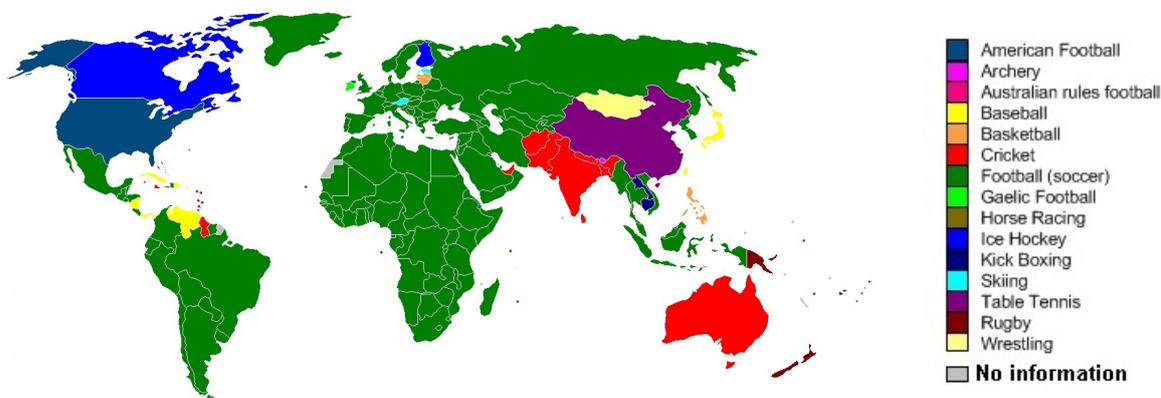


Abb. 4.1: Weltkarte der beliebtesten Sportarten [1]

Nicht ohne Grund gilt daher die Fußball-Weltmeisterschaft nach den Olympischen Spielen als das zweitgrößte, weltweite sportliche Großereignis. Die große Beliebtheit bietet daher eine gute Möglichkeit, Fußball als Ansatzpunkt für den Physik-Unterricht zu verwenden.

4.1. Historische Entwicklung des Fußballspiels

Die erste historisch belegte Form des Fußballs stammt aus dem zweiten Jahrtausend vor Christus aus China. Dort wird ein Spiel namens *Ts'uh-chüh* erwähnt, was übersetzt dem heutigen Verständnis von Fußball ähnelt („*ts'uh*“ = mit dem Fuß stoßen; „*chüh*“ = Ball) [8]. Jedoch ist über Regeln und Austragung nichts bekannt. Von den Griechen und Römern der Antike sind ebenso fußballähnliche Ballspiele überliefert. Aus dem Mittelalter sind Vorläufer des heutigen Fußballspiels aus England bekannt, aber auch aus Italien und Frankreich sind seit dem 15. Jahrhundert fußballähnliche Treibballspiele überliefert. Allerdings haben die damaligen Spiele mit dem heutigen Fußballspiel recht wenig gemeinsam. Die frühen Formen waren meist durch eine hohe Brutalität geprägt und hatten überwiegend Kampfsportcharakter ohne klar definierte Regeln. Die ersten klar definierten Regeln stammen aus dem Jahr 1848 und wurden von Studenten der Universität Cambridge verfasst. Daher gilt England als das Mutterland des Fußballs. Ende des 19. Jahrhunderts breitete sich diese Form auf dem europäischen Festland und anderen Kontinenten aus. Fußball entwickelte sich seitdem zu der weltweit populärsten Sportart, deren Regeln durch den Weltfußballverband FIFA (Fédération Internationale de Football Association) festgelegt und überwacht werden, um so einen internationalen Standard zu gewährleisten. Die Regeln umfassen auch die Festlegung der Größe eines Fußballfeldes (siehe dazu Abb. A.1). Bei nationalen Spielen muss die Breite des Feldes zwischen 45 und 90 m betragen, die Länge zwischen 90 und 120 m. Da es einige Felder mit einer umlaufenden 400 m-Bahn für Leichtathletikwettbewerbe gibt, ergeben sich aus praktischen Gründen Abmessungen von 68×105 m. Diese Größe muss sogar seit 2008 bei internationalen Spielen exakt eingehalten werden [8].

4.2. Frauenfußball

Erfreulicherweise nehmen die Vorbehalte, die es gegenüber Frauenfußball gibt, derzeit stark ab. Nicht zuletzt ausschlaggebend dafür sind die großen Erfolge der deutschen Fußballnationalmannschaft der Frauen in den letzten Jahren. Mit zwei WM-Siegen 2003 und 2007 sowie insgesamt sieben Europameister-Titeln 1989, 1991, 1995, 1997, 2001, 2005 und 2009 bei insgesamt acht Endrundenteilnahmen zählt die Frauennationalmannschaft zu den erfolgreichsten Mannschaften überhaupt. Dabei gab es in der Geschichte sogar einen Abschnitt, in dem es Frauen verboten war Fußball zu spielen, da „diese Kampfsportart der Natur des Weibes im Wesentlichen fremd ist“ [6], wie es 1955 in der Begrüßungsrede eines Verbandstages des DFB heißt. Dieses Verbot wurde erst 1970 in Travemünde unter Auflagen wieder aufgehoben. In den Auflagen wurden gegenüber dem Männer-Fußball zahlreiche Unterschiede im Regelwerk sowie der Spieldauer festgelegt. Heutzutage gelten jedoch die gleichen Regeln wie bei den Männern. Durch die Erfolge beider Nationalmannschaften, Frauen und Männer, konnten

immer mehr Frauen mit steigender Tendenz für Fußball begeistert werden. Dies sollte bei einer Einbindung in den Unterricht beachtet werden, damit das Konzept „Physik und Fußball“ nicht das Interesse der Schulklasse spaltet und auch Schülerinnen dafür begeistert und motiviert werden können.

4.3. Kräfte beim Fußball-Spiel

Hinsichtlich der Untersuchung von Kräften bieten sich viele Möglichkeiten an: die Kraft, die für einen weiten Abschlag nötig ist, Kräfte die ein Torwart bei der Abwehr eines Balles aufbringen muss oder auch Kräfte, die bei einem Kopfball wirken. Abb. 4.2 lässt vermuten, dass die wirkenden Kräfte durchaus in einem schmerzhaften Bereich liegen können.



Abb. 4.2: Verformung eines Balles bei einem Kopfball [5]

Die in Abb. 4.2 wirkende Kraft lässt sich recht einfach abschätzen. Wegen der eindimensionalen Betrachtung wird auf Vektor-Pfeile verzichtet. Es wird ein Schuss betrachtet, der mit einer Geschwindigkeit von $v_1 = 100 \frac{km}{h}$ auf einen Kopf trifft. Der Ball ändert nach dem Aufprall seine Richtung und fliegt in der entgegengesetzten Richtung fort. Aufgrund der Elastizität $e = \frac{v_2}{v_1}$ des Balles [vgl. Abschnitt 4.4.1], die im Bereich $e = 0,67$ [vgl. Tol10a, S.162] liegt, wird der Ball den Kopf ungefähr mit einer Geschwindigkeit $v_2 = 67 \frac{km}{h}$ verlassen. Die Geschwindigkeitsänderung beträgt wegen der Richtungsänderung $\Delta v = 167 \frac{km}{h}$. Die Kontaktzeit Δt , die zwischen Kopf und Ball besteht, sei mit einer hundertstel Sekunde angenommen. Die Masse des Balls sei die gemäß der FIFA obere Grenze von $m_{Ball} = 450 g$. Mit dem zweiten NEWTONschen Gesetz $F = m \cdot a$ und der Beschleunigung $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ wird die Kraft erhalten, die der Ball und damit auch gemäß des dritten NEWTONschen Gesetzes der Kopf erfährt:

$$F = m_{Ball} \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0,45 kg \cdot \frac{45,9 \frac{m}{s}}{0,01 s} \approx 2100 N.$$

Bei TOLAN ist nachzulesen, dass die Deutsche Sporthochschule in Köln bei einem Schuss mit $86 \frac{km}{h}$ gegen eine Kraftmessplatte bei einer Kontaktzeit von $0,01 s$ sogar Kräfte im

Bereich bis 4000 N gemessen hat [vgl. Tol10a, S.166]. Die Kraft auf den Kopf wird jedoch etwas geringer sein, da der Kopf gegenüber einer Kraftmessplatte oder dem Boden beweglich ist.

Schüler sollten für solche Größenordnungen sensibilisiert werden. 4000 N entsprechen in etwa der Gewichtskraft eines 400 kg schweren Körpers. Aus Schülersicht sollte dieses Ergebnis zunächst in Frage gestellt werden, da ein Vergleich eines Fußballs mit einem 400 kg schweren Körper fragwürdig erscheint. Bezogen auf die Beschleunigung entspricht dies sogar ungefähr der 450-fachen Erdbeschleunigung. Die Erklärung sollte daher ausführlich diskutiert werden. Der Grund für diese hohe Beschleunigung ist die sehr kurze Kontaktzeit. Innerhalb kürzester Zeit wird die Geschwindigkeit stark geändert, daher fällt die Beschleunigung so hoch aus. Diese hohen Beschleunigungen sind für den Menschen nur ertragbar, wenn die Zeit, in der solche Kräfte oder Beschleunigungen wirken, gering ist. Wird ein Spieler hingegen an einer sehr empfindlichen Stelle wie der Schläfe getroffen, kann dies bei solchen Schüssen zur Ohnmacht oder im schlimmsten Fall sogar zum Tode führen.

4.3.1. Gravitationskraft

Die Gravitations- oder Gewichtskraft \vec{F}_G ist die einzige Kraft, die während des gesamten Flugvorganges konstant bleibt und immer in gleicher Richtung wirkt. Sie beschleunigt den Körper mit der konstanten Erdbeschleunigung von $9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ vertikal nach unten.

$$\vec{F}_G = -m \cdot g \cdot \hat{e}_z \quad (4.1)$$

Für einen Fußball, der nach den FIFA-Vorgaben eine Masse zwischen 410 und 450 g besitzen darf, ergibt sich somit eine Gewichtskraft im Bereich von $4,0$ bis $4,4\text{ N}$.

4.3.2. Auftriebskraft

Bei der Betrachtung des Auftriebs muss zwischen dem statischen und dem dynamischen Auftrieb unterschieden werden. Diese Betrachtung resultiert aus der Bernoullischen-Gleichung, in der zwischen statischem Druck und Staudruck unterschieden wird, wobei letzterer von der Geschwindigkeit abhängt. Der statische Auftrieb entspricht nach dem Archimedischen Prinzip der Gewichtskraft des verdrängten Fluides. Im Fall eines Fußballs also der Gewichtskraft der durch den Fußball verdrängten Luft. Der dynamische Auftrieb hat hingegen seine Ursache in der Umströmung des Körpers und äußert sich somit als Luftwiderstand (siehe Abschnitt 4.3.3). Ausgehend von einer Luftdichte $\rho = 1,184\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ bei einer Temperatur von 25°C ergibt sich für einen Fußball mit Radius $r = 0,11\text{ m}$ ein statischer Auftrieb von

$$F_{stat.Auftr.} = m \cdot g = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot g = 0,06 \text{ N}.$$

Da dies nur etwa 1% der Gewichtskraft eines Fußballs entspricht und in der Größenordnung des Toleranzbereiches der zulässigen Gewichtskraft eines Fußballs liegt, wird der Einfluss des statischen Auftriebs in den folgenden Betrachtungen vernachlässigt.

4.3.3. Luftwiderstands-Kraft

Für den Luftwiderstand oder dynamischen Auftrieb ist die Tatsache entscheidend, dass auch Gase eine geringe, jedoch nicht vernachlässigbare Viskosität besitzen. Die Viskosität der Luft trägt entscheidend dazu bei, dass luftumströmte Körper einen Luftwiderstand erfahren. Die Erklärung geht auf STOKES zurück, der laminare Strömungen um Kugeln untersucht hat. Seine Betrachtungen sind jedoch auf Geschwindigkeiten begrenzt, die weit unterhalb der Geschwindigkeiten von Fußbällen liegen [vgl. Wes10, S.57].

Wird eine Kugel von einem Fluid umströmt, so haftet eine dünne Schicht dieses Fluides an der Kugel. Hier liegt eine Vorstellung wie in Abb. 4.3 zu Grunde, bei der sich das Fluid in Stromlinien oder Stromschichten um die Kugel herum bewegt.

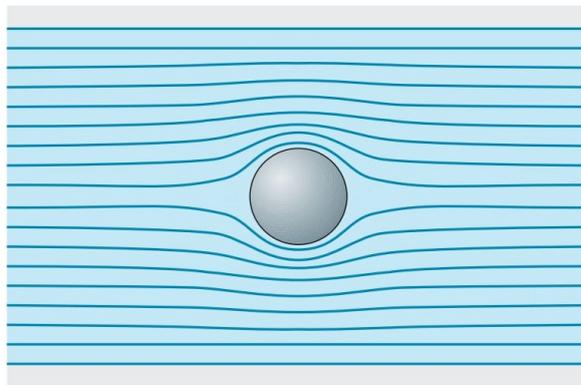


Abb. 4.3: Stromlinien um eine Kugel in einer idealen Flüssigkeit [Mes06, S.123]

Nahe dem Ball verlaufende Stromschichten müssen sich dadurch schneller bewegen als weiter entfernte. Durch dieses Geschwindigkeitsgefälle zwischen den Stromschichten entsteht eine durch die Viskosität verursachte innere Reibung. Etwas weiter entfernte Flüssigkeitsschichten, die in der Größenordnung des Kugelradius r entfernt verlaufen, sind hingegen nicht betroffen und ändern ihre Geschwindigkeit nicht. Um die Kugel herum entsteht somit ein Geschwindigkeitsgradient $\frac{dv}{dz} \approx \frac{v}{r}$. Gemäß Gl. (1.1) wirkt auf die Oberfläche $A = 4\pi r^2$ der Kugel eine verzögernde Kraft

$$F \approx \eta \frac{dv}{dz} 4\pi r^2 \approx -4\pi \eta r v,$$

wobei genauere und aufwändige Rechnungen einen etwas höheren Luftwiderstand ergeben, der durch das *Stokes-Gesetz* beschrieben wird [Mes06, S.112f.]. Es beschreibt den durch innere Reibung entstehenden Strömungswiderstand einer laminaren Strömung um eine Kugel mit Radius r .

$$\vec{F}_{Stokes} = -6\pi\eta r\vec{v} \quad \text{Gesetz von Stokes} \quad (4.2)$$

Die entscheidende Erklärung hingegen geht auf die *Grenzschichttheorie* des deutschen Physikers Ludwig PRANDTL zurück. Wird der Ball von Luft umströmt, haftet um den Ball herum eine dünne, laminare Luftschicht, die sogenannte *Grenzschicht*. Nur in diesem Bereich ist der Einfluss der Viskosität entscheidend. Außerhalb dieser Grenzschicht kann die Viskosität der Luft vernachlässigt werden. Die Dicke D dieser Grenzschicht hängt entscheidend von der Geschwindigkeit des Balles ab und liegt im Millimeterbereich. Sie wird umso dünner, je größer die Geschwindigkeit des Balles ist und kann mit

$$D \approx \sqrt{\frac{\eta L}{\rho v}}$$

beschrieben werden, wobei L eine Größe für das Ausmaß des Körpers ist, die für einen Fußball im Bereich des Durchmessers liegt [Mes06, S.234]. Für den Luftwiderstand entscheidend ist das Verhalten dieser laminaren Grenzschicht, die sich nicht mehr wie in Abb. 4.3 um den gesamten Ball herum legt, sondern sich wie in Abb. 4.4 vom Ball ablöst.

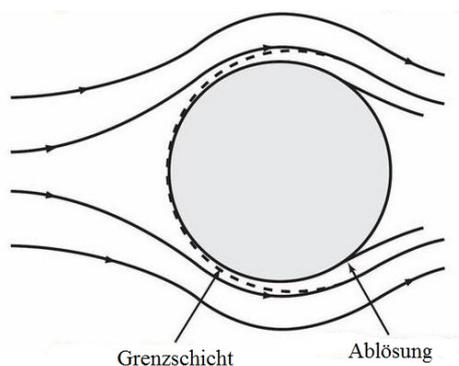


Abb. 4.4: Ablösung der Grenzschicht vom Ball [Wes10, S.58]

Die Stelle der Ablösung hängt von der Geschwindigkeit ab und tritt umso früher ein, je schneller sich der Ball bewegt. Während der Flugphase des Balles sind um den Ball herum Geschwindigkeits- und Druckunterschiede feststellbar. Die Luft wird zunächst um den Ball herum beschleunigt und erreicht ihre Maximalgeschwindigkeit in der Mitte des Balls. Danach wird die Luft wieder abgebremst. Die Geschwindigkeitsveränderungen sind auf die Druckunterschiede zurückzuführen, die vor und hinter bzw. auf Höhe des

Balles herrschen (siehe Abb. 4.5). Wegen des Bernoulli-Effekts wird durch den höheren Druck hinter dem Ball die Geschwindigkeit verringert.

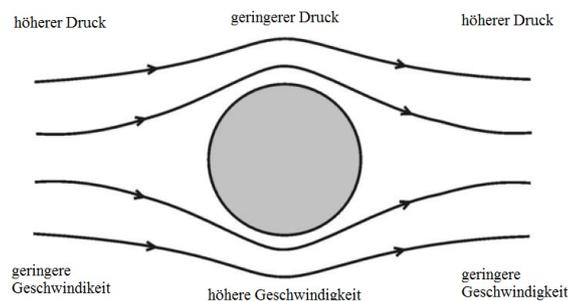


Abb. 4.5: Strömungsgeschwindigkeiten und Druckverteilung um den Ball [Wes10, S.59]

Die Luft wird gemäß Abb. 4.5 hinter dem Ball also zum einen durch den höheren Druck verlangsamt, zum anderen wirkt die Viskosität der Luft zusätzlich verzögernd. Da sich der Einfluss der Viskosität jedoch auf die dünne Grenzschicht begrenzen lässt, geschieht diese Verzögerung nur an der zum Ball hingewandten Seite. Die Luft wird also an dieser Seite stärker gebremst, als an der zum Ball abgewandten Seite. Prinzipiell entspricht dies dem Lenkvorgang beim Schlittschuhfahren. Für eine Linkskurve wird der linken Fuß herausgestellt und bremst die linke Schlittenseite ab, damit die rechte überholen kann. So ist es auch bei dem Luftstrom. Es bilden sich dadurch wie in Abb. 4.6 Wirbel hinter dem Ball und der Luftstrom wird turbulent.

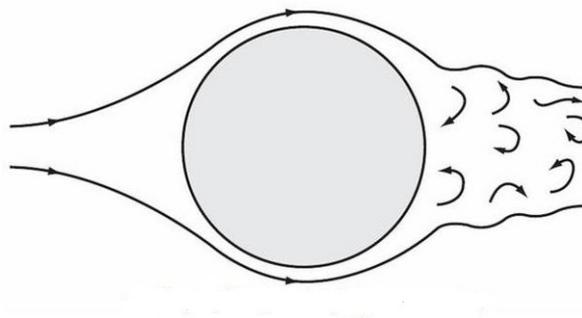


Abb. 4.6: Entstehung von Luftwirbeln hinter dem Ball [Wes10, S.61]

Für die Bildung der Wirbel wird Energie benötigt, da durch die Wirbel die kinetische Energie der Luft zunimmt. Diese Energie wird dem Ball entzogen, der dadurch abgebremst wird und somit einen Luftwiderstand erfährt.

Für größere Geschwindigkeiten gilt aufgrund der Turbulenzen die Annahme von STOKES nicht mehr. Dies wird in der Betrachtung der jeweiligen Re-Zahlen deutlich:

$v \left[\frac{km}{h} \right]$	Reynolds-Zahl
20	84626
40	169253
60	253879
80	338506
100	423132
120	507758

Tab. 4.1: Reynoldszahlen verschiedener Ballgeschwindigkeiten

Liegen Re-Zahlen oberhalb einer Größenordnung 10^5 vor, hängt der Luftwiderstand nicht mehr wie bei STOKES linear von der Geschwindigkeit ab. Durch die hohen kinetischen Energien steigen die kinetischen Energien der Luftwirbel, wodurch der Ball stärker gebremst wird. Für größere Körper, die sich wie im Fall eines Fußballs schnell durch ein Fluid bewegen, hängt der Luftwiderstand bzw. dynamische Auftrieb quadratisch von der Geschwindigkeit ab und wird durch

$$F_W = \frac{1}{2} \cdot c_W \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \quad \text{Newton-Reibung} \quad (4.3)$$

beschrieben, wobei ρ die Dichte der Luft, $A = \pi r^2$ die Querschnittsfläche des Balles und c_W der Widerstandsbeiwert ist. In Abb. 4.7 ist der Verlauf des Luftwiderstands als Vielfaches des Ballgewichts dargestellt. Zum Vergleich ist der Verlauf gemäß Gl. (4.3) (gestrichelt), der Verlauf einer fußballgroßen, glatten Kugel (gestrichelt) und der Verlauf eines realen Fußballs dargestellt.

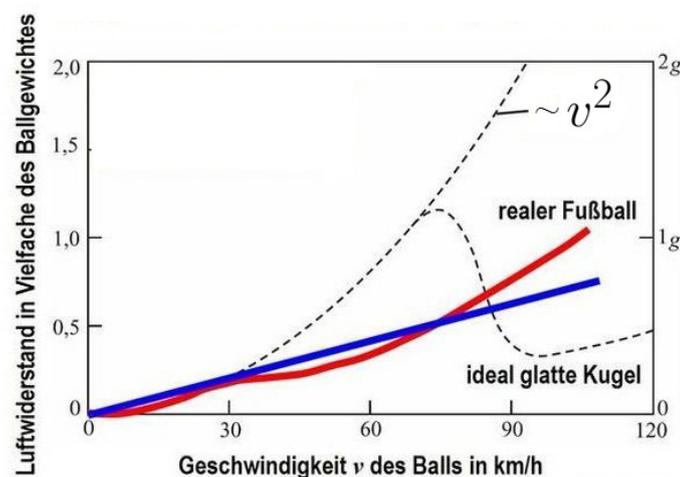


Abb. 4.7: Luftwiderstand eines Fußballs (rot) in Abhängigkeit der Geschwindigkeit im Vergleich mit einer glatten Kugel. Die blaue Kurve stellt den linearen Trend des Verlaufs des Fußballs dar. [Wes10, S.63], [Tol10a, S.204]

Interessant ist vor allem der Verlauf der ideal glatten Kugel. Nachdem der Luftwiderstand zunächst wie erwartet quadratisch ansteigt, fällt er bei der sogenannten kritischen Geschwindigkeit bei ca. $70 \frac{km}{h}$ rapide ab und steigt dann wieder nur langsam und linear an. Der Abfall des Luftwiderstandes kann damit erklärt werden, dass ab dieser kritischen Geschwindigkeit die Grenzschicht selbst beginnt turbulent zu werden (siehe Abb. 4.8).

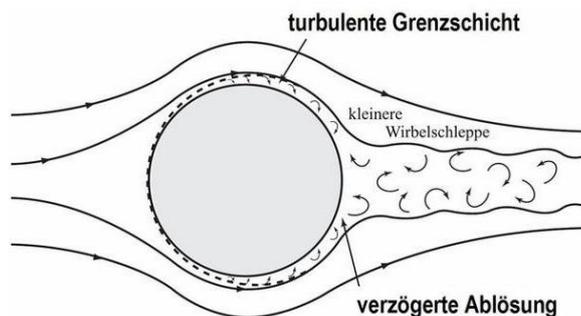


Abb. 4.8: Verringerung des Luftwiderstandes durch Turbulenzen in der Grenzschicht [Wes10, S.65]

Bilden sich bereits in der Grenzschicht Wirbel, wird die Luft von außerhalb der Grenzschicht mit der Luft in der Grenzschicht vermischt. Dadurch löst sich die Grenzschicht hinter der Kugel erst später ab, so dass die Wirbelschlepe hinter der Kugel insgesamt kleiner wird. Eine kleinere Wirbelschlepe mit kleineren Wirbeln bedeutet einen geringeren Luftwiderstand.

Bei der Betrachtung von Abb. 4.7 fällt auf, dass das Luftwiderstandsverhalten für einen realen Fußball mit Geschwindigkeiten über $30 \frac{km}{h}$ weder mit einer glatten Kugel noch mit NEWTON-Reibung übereinstimmt. Der Luftwiderstand ist deutlich geringer und weist ein eigenes Verhalten auf. Ein Fußball hat nämlich eine alles andere als glatte Oberfläche. Zum einen ist die Oberfläche des Balles rau und zum anderen ist der Ball aus mehreren Stücken zusammengenäht und weist daher viele kleine Fugen mit Nähten auf. Hier sind insbesondere die Modelle von 1970 bis ca. 1998 zu nennen, die aus 12 Fünf- und 20 Sechsecken zusammengesetzt sind. Der erste dieser Art war der *Telstar*-Ball der WM 1970 in Mexiko. Modernere Bälle wie der *Teamgeist*-Ball, der bei der WM 2006 in Deutschland zum Einsatz kam, sind aus verschiedenen Paneelen aus Kunststoff aufgebaut. Ebenso die darauf folgenden Bälle *Europass* (EM 2008) und *Jabulani* (WM 2010).



Abb. 4.9: WM-Bälle. Von links nach rechts: *Telstar* (WM 1970 und 1974, Mexiko bzw. Deutschland), *Etrusco* (WM 1990, Italien), *Teamgeist* (WM 2006, Deutschland) und *Jabulani* (WM 2010, Südafrika) [2]

Insbesondere ist der *Jabulani*-Ball hervorzuheben, dessen Oberfläche mit kleinen länglichen Noppen, den sogenannten *Aero Grooves*, aufgeraut ist, um verbesserte Schusseigenschaften zu erhalten (siehe Abb. 4.10). Diese Neuerung führte zu vielen Beschwerden seitens der Torhüter, da der Ball angeblich „flattert“.



Abb. 4.10: Raue Oberfläche des *Jabulani*-Balls [2]

Durch die Nähte, Fugen und raue Oberfläche wird die Grenzschicht bereits bei geringeren Geschwindigkeiten turbulent. Die turbulente Grenzschicht verringert wie oben erläutert den Luftwiderstand, wodurch jeder Fußball sein eigenes Verhalten des Luftwiderstands aufweist. WESSON und TOLAN nehmen dennoch die Luftwiderstandskurve linear mit $\vec{F} = \beta \cdot \vec{v}$ an und legen damit ein Verhalten des Luftwiderstands gemäß STOKES zu Grunde. Dies ist bis zu Ballgeschwindigkeiten von ca. $75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ eine sehr gute Näherung, wie in Abb. 4.7 (blaue Gerade) zu sehen ist. Die von WESSON im Windkanal experimentell bestimmte Luftwiderstandskurve für den *Jabulani*-Ball folgt annähernd

$$\vec{F}_{\text{Luftwiderstand}} = -\beta \cdot \vec{v} \quad \text{mit} \quad \beta = 0,142 \frac{\text{kg}}{\text{s}}. \quad (4.4)$$

Da die Luftwiderstandskurven eines Fußballs ein „Geheimnis des Herstellers“ sind, soll im Folgenden dieser Wert als Faktor für den Luftwiderstand zugrunde gelegt werden.

4.3.4. Magnus-Kraft

Bei der Betrachtung von Fußballspielen ist zu sehen, dass die Bälle bei vielen Schüssen nicht nur geradeaus fliegen sondern auch eine seitliche Ablenkung erfahren. Dieser besondere Schuss wird häufig seiner Flugkurve wegen als *Bananenschuss*, *Bananenflanke* oder *angeschnittener Ball* bezeichnet. Ein solcher Schuss kommt zustande, wenn der Schütze den Ball nicht in der Ballmitte sondern leicht seitlich trifft. Die Namensgebung geht nach TOLAN auf den ehemaligen Außenverteidiger Manfred Kaltz des Hamburger SV zurück. Seine mit viel Effet versehenen Flanken auf Horst Hrubesch wurden dabei häufig wegen ihrer Flugkurve mit Bananen karikiert [vgl. Tol10a, S.220f.].

Der wohl bekannteste Schuss dieser Art gelang 1997 Roberto Carlos im Länderspiel Brasilien gegen Frankreich. Einen Freistoß aus mittiger Position zum Tor und ca. 35 m Entfernung konnte er äußerst beeindruckend verwandeln. Dabei schnitt er den Ball mit dem Außenrist so stark an, dass er hinter der Mauer so stark seine Flugrichtung änderte, dass der Ball, der zunächst das Tor weit zu verfehlen schien, doch noch an den Innenpfosten und von dort ins Tor geflogen ist.¹¹ Aber auch eine normale Flanke oder ein Eckball in den Strafraum kann durch eine solche Flugbahn für den Torwart sehr tückisch werden, wenn sich der Ball auf dem Weg zum Tor vom Torwart wegbewegt. In der Saison 94/95 gelang zum Beispiel Mario Basler (damals SV Werder Bremen) das Kunststück, im Spiel gegen den SC Freiburg einen Eckball direkt ins Tor zu schießen.¹²

Interessanterweise beschäftigte sich bereits 1672 Isaac NEWTON mit gekrümmten Flugkurven, die durch Rotation des Körpers hervorgerufen werden. Anstelle von Fußbällen untersuchte er die Flugkurven von Tennisbällen. Das Prinzip ist jedoch dasselbe. 1742 beschäftigte sich der britische Militäringenieur und Mathematiker Benjamin ROBINS (1707 - 1751) mit der Ballistik von Musketenkugeln. Dabei führte er die seitliche Ablenkung der Kugeln auf ihren Drall zurück. Durch die leichte Biegung der Musketenläufe rollen die Kugeln an der Außenseite des Laufs, wodurch die Kugeln um die Vertikalachse zu rotieren beginnen und nach Verlassen des Laufs seitlich abgelenkt werden. Die aber wohl bekannteste Erklärung stammt von dem deutschen Physiker Heinrich Gustav MAGNUS (1802 - 1870). Bei der Untersuchung von rotierenden Zylindern stellte er fest, dass der Zylinder eine seitliche Kraft erfährt, wenn er einer waagerechten Luftströmung ausgesetzt wird [vgl. Wes10, S.74f.]. Diese Kraft wirkt senkrecht zur Anströmgeschwindigkeit und Rotationsachse und wird daher auch als *aerodynamische Querkraft* bezeichnet [LFG00, S.385f.]. Nach MAGNUS ist dieses Phänomen später als *Magnus-Effekt* benannt worden.

¹¹siehe YouTube http://www.youtube.com/watch?v=3ECoR__tJNQ (Zugriff: 21.04.12)

¹²Dieses Kunststück ist in dem YouTube-Video unter dem angegebenen Link zu sehen: <http://www.youtube.com/watch?v=LxfRhmj0CNM> zu sehen (Zugriff: 21.04.12)

Die qualitative Erklärung von MAGNUS bezieht sich auf die Bernoulli-Gleichung [vgl. Gl. (1.3)]. Die alleinige Erklärung über den Bernoulli-Effekt gilt heutzutage jedoch nicht mehr als vollständig, da der Zusammenhang etwas komplexer ist [vgl. Tol10a, S.216]. Die Erklärung über den Bernoulli-Effekt wird jedoch benötigt, um eine mathematische Beschreibung der Magnus-Kraft zu liefern. Wenn nun ein Ball in der Luft rotiert, wird er sich auf der einen Seite mit und auf der anderen Seite entgegen der strömenden Luft bewegen. Auf der Seite, die sich mit der Luft bewegt, fällt die Strömungsgeschwindigkeit größer aus als auf der gegenüberliegenden Seite, wo der Ball die Luft abbremst. Nach der Bernoulli-Gleichung liegt an der Seite mit der größeren Geschwindigkeit ein geringerer statischer Druck vor. Auf der gegenüberliegenden Seite herrscht dagegen ein größerer statischer Druck [vgl. MT10, S.80f.]. Durch diesen Druckunterschied erhält der Ball seine seitliche Ablenkung entlang des Druckgefälles und damit in die Richtung, in die der Ball rotiert.

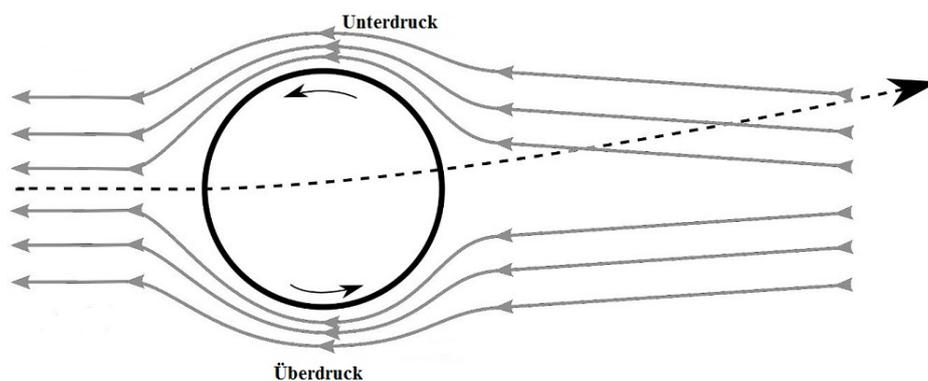


Abb. 4.11: Erklärung des Magnus-Effekts mit dem Bernoullischen Prinzip [9]

Nach aktuellen Erkenntnissen ist diese Erklärung nicht ganz ausreichend, da der Sachverhalt aufgrund der Wirbelbildung hinter dem Ball wesentlich komplexer ist. Das Bernoulli-Prinzip kommt in diesem Fall nur bedingt zum Tragen, da es auf dem Einfluss der Viskosität basiert. Die Viskosität ist jedoch, wie auch beim Luftwiderstand, nur auf die dünne Grenzschicht an der Balloberfläche begrenzt [vgl. Wes10, S.75]. Die gesamte Strömung um den Ball herum ist für diesen Effekt daher nicht entscheidend, sondern das Verhalten der Grenzschicht.

Zur Vereinfachung soll hier nur eine Rotation um die vertikale z -Achse betrachtet werden. Die Erweiterung auf die beiden anderen möglichen Drehachsen ist sehr einfach umzusetzen, was in dem Ergebnis am Ende deutlich wird. Durch die Rotation des Balles wird an der Seite, die sich mit der Luft bewegt, die Luft beschleunigt und aufgrund der inneren Reibung weiter um den Ball herum gezogen. An dieser Seite erfolgt die Ablösung der Grenzschicht somit verspätet. Auf der anderen Seite ist genau

das Gegenteil der Fall. An der Seite, auf der sich der Ball entgegen dem Luftstrom bewegt, wird die Luft wegen der inneren Reibung gebremst, was die Grenzschicht zu einer früheren Ablösung zwingt. Würde der Ball nicht rotieren, würde die Ablösung der Grenzschicht auf beiden Seiten symmetrisch erfolgen. In dem Fall eines rotierenden Balles erfolgt die Ablösung der Grenzschicht daher asymmetrisch wie in Abb. 4.12.



Abb. 4.12: Erklärung des Magnus-Effekts mit der asymmetrischen Ablösung der Grenzschicht [Tol10a, S.214], [10]

Durch die asymmetrische Ablösung wird die Luft hinter dem Ball seitlich abgelenkt und erhält einen Impuls in die Richtung, die sich gegen den Ball bewegt. Wegen der Impulserhaltung muss der Ball ebenfalls einen betragsgleichen Impuls in entgegengesetzter Richtung erhalten [vgl. Wes10, S.74ff.]. Da eine Kraft $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ der zeitlichen Änderung des Impulses entspricht, kann die Argumentation auch über Kräfte erfolgen. Bezogen auf Kräfte würde demnach wegen des 3. NEWTONSchen Gesetzes „*actio = reactio*“ der Ball eine der Luft entgegen gerichteten, gleich großen Kraft erfahren.

Wegen des sehr komplexen Zusammenhangs mit den Luftwirbeln ist eine exakte quantitative Beschreibung der Magnus-Kraft für einen Fußball nur schwer möglich. In der Literatur finden sich zudem verschiedene Darstellungen der Magnus-Kraft. Um eine Beschreibung zu liefern, muss jedoch wieder auf die Bernoulli-Gleichung zurückgegriffen werden und die verschiedenen Drücke betrachtet werden. An der Seite, die sich mit dem Luftstrom bewegt ist die Strömungsgeschwindigkeit $v_{mit} = v + \omega r$, wenn sich der Ball mit der Geschwindigkeit v bewegt. An der sich gegen die Luft bewegend Seite beträgt die Geschwindigkeit $v_{gegen} = v - \omega r$. Nach Bernoulli ergibt dieser Geschwindigkeitsunterschied eine Druckdifferenz

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho (v_{mit}^2 - v_{gegen}^2) = 2\rho r \omega v \quad (4.5)$$

Durch diese Druckdifferenz Δp erfährt der Ball gemäß Gl. (4.3), in welcher der Staudruck $p = \frac{1}{2}\rho v^2$ enthalten ist, einen dynamischen Auftrieb

$$\begin{aligned} F_A &= c_A \cdot \Delta p \cdot A \\ &= 2 \cdot c_A \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \omega \cdot v, \end{aligned}$$

wobei c_A der sogenannte Auftriebsbeiwert ist und für $A = \pi r^2$ die Querschnittsfläche des Balles berücksichtigt wird. Die seitliche Ablenkung ist daher ein Auftrieb in seitlicher Richtung. Da die Richtung, in der die Magnus-Kraft wirkt, sehr entscheidend ist, muss sie vektoriell dargestellt werden. Die Magnus-Kraft wirkt sowohl senkrecht zur Bewegungsrichtung \vec{v} als auch senkrecht zur Drehachse $\vec{\omega}$. Dies führt auf die Darstellung

$$\vec{F}_A = 2 \cdot c_A \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \vec{\omega} \times \vec{v}. \quad (4.6)$$

Mit der willkürlichen Definition $c_S := 4 \cdot c_A$ wird die in der Literatur, die sich insbesondere mit Fußball beschäftigt, gebräuchlichste Form für die Magnus-Kraft erreicht:

13

$$\vec{F}_{Magnus} = \frac{1}{2} \cdot c_S \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \vec{\omega} \times \vec{v}. \quad (4.7)$$

c_S ist hierbei, wie der Auftriebsbeiwert, eine dimensionslose, von der Ballgeschwindigkeit abhängige Konstante, deren Wert nach WESSON eine Zahl zwischen 0,25 und 1 ist [Wes10, S.195]. Da sie zudem von der Beschaffenheit der Balloberfläche und Geometrie des Körpers abhängt, wird eine Bestimmung zudem erschwert und muss für jeden Ball und jede Geschwindigkeit experimentell ermittelt werden. Diese Konstante gilt es im Wesentlichen den vorliegenden Daten eines Schusses anzupassen, da in der Literatur keine einheitliche Angabe zu finden ist. Dies ist unter anderem auf verschiedene Darstellungen der Magnus-Kraft zurückzuführen. Zudem beinhaltet c_S auch Einflussfaktoren der Grenzschichtablösung, die durch die Herleitung über die Bernoullische Gleichung, vernachlässigt wurden.¹⁴

Wie bereits oben erwähnt fällt nun eine Verallgemeinerung auf eine beliebige Drehachse nicht schwer, da sich dies lediglich in den Komponenten von $\vec{\omega}$ widerspiegelt. Im kompliziertesten Fall, der auch experimentell nur schwer bestimmbar ist, besteht $\vec{\omega}$ daher aus drei Komponenten ω_x , ω_y und ω_z . Zur Vereinfachung von Gl. (4.7) soll c_S im Folgenden als konstant angenommen werden. Damit lässt sich die Darstellung der

¹³Andere Herleitungen verwenden die Definition $c_A = \frac{\omega r}{v} \cdot c_S$ und setzen diese Beziehung in direkt in Gl. (4.3) ein und erhalten damit das Endergebnis aus Gl. (4.7) [vgl. Wes10, S.192f.]

¹⁴Vergleiche hierzu [BK03, S.77-80], [Wes10, S.195] und [Tol10a, S.225]

Magnus-Kraft noch weiter vereinfachen, da bis auf $\vec{\omega}$ und \vec{v} alle Faktoren Konstanten sind, die zu einer Konstanten γ zusammengeführt werden können. Dies führt zu der vereinfachten Darstellung

$$\vec{F}_{Magnus} = \gamma \cdot \vec{\omega} \times \vec{v} \quad \text{mit } \gamma = \frac{1}{2} \cdot c_s \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^3 \quad (4.8)$$

Auf diese vereinfachte Form soll später in der schülergerechten Darstellung zurückgegriffen werden. Allerdings wird dort auf das Kreuzprodukt verzichtet.

4.4. Der Schuss als inelastischer Drehstoß eines Pendels

Den Schuss als mechanischen Vorgang zu betrachten ist vor allem für die Frage, welche Geschwindigkeit ein Fußball maximal erreichen kann, interessant. Häufig sind Videos zu finden, bei denen angeblich Ballgeschwindigkeiten von $200 \frac{km}{h}$ und mehr erreicht werden. Es wurde jedoch widerlegt, dass diese Geschwindigkeiten mit einem Fußball erreicht werden können und nachgewiesen, dass Messfehler bei den Videoanalysen vorliegen [vgl. Tol10a, S.170ff.]. Anders als bei einer Wurfbewegung, bei der die Ballgeschwindigkeit der Armgeschwindigkeit entspricht, ist bei einem Schussvorgang die Elastizität des Balles von großer Bedeutung.

4.4.1. Elastizität des Balles

Wie in Abb. 4.2 erkennbar, ist der Stoß zwischen einem Fußball und einem Körperteil alles andere als elastisch. Da der Ball nicht vollkommen hart ist, findet bei einem Schuss oder einem Kopfball eine Deformation des Balles statt. Beim Aufprall wird der größte Teil der kinetischen Energie in Spannenergie umgewandelt. Die Spannenergie wird dann wieder in kinetische Energie umgesetzt, jedoch wird aufgrund der inneren Reibung ein Teil der Energie auch in Wärme umgewandelt. Wird ein Ball aus einer Höhe h_1 fallen gelassen, wird er demnach nur noch eine geringere Höhe $h_2 < h_1$ erreichen. Aus diesem Grund wird der Elastizitätskoeffizient e über das Verhältnis der Geschwindigkeiten v_1 vor dem Aufprall und v_2 nach dem Aufprall definiert:

$$e = \frac{v_2}{v_1}. \quad (4.9)$$

Experimentell wird der Elastizitätskoeffizient günstigerweise durch einen Fall-Versuch aus einer bekannten Höhe h_1 bestimmt. Wegen der Energieerhaltung aus potentieller und kinetischer Energie sind Höhe und Geschwindigkeitsquadrat zueinander proportional:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad h \propto v^2. \quad (4.10)$$

Damit ergibt sich die äquivalente Darstellung des Elastizitätskoeffizienten über den Vergleich der Steighöhe h_1 und der nach einem Aufprall erreichten Höhe h_2 :

$$e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} \quad (4.11)$$

Der Elastizitätskoeffizient hängt zum einen sehr stark von dem jeweiligen Untergrund ab. Auf einem Untergrund aus Sand wird der Elastizitätskoeffizient nahe bei null liegen. Bei luftgefüllten Bällen wie Fuß-, Volley- oder Basketbällen hängt der Elastizitätskoeffizient zudem stark vom Luftdruck ab. Ein hart aufgepumpter Ball wird eine größere Höhe erreichen als ein platter Ball, der im Grenzfall nach dem Aufprall überhaupt nicht mehr in die Luft springt.

Mit dem folgenden Fallversuch wurde der Elastizitätskoeffizient für eine Nachbildung des *Torfabrik*-Balls per Videoanalyse bestimmt. Dazu wird ein fester Maßstab im Bild benötigt und der Ball fallen gelassen. Der Elastizitätskoeffizient wurde für einen Untergrund aus Kunstrasen (siehe Abb. A.5) und Stein (siehe Abb. A.6) ermittelt.



Abb. 4.13: Fallversuch zur Bestimmung des Elastizitätskoeffizienten

Über die jeweils erreichten Höhen h_i und h_{i+1} , die in den Messwerten in Tab. B.1 hervorgehoben wurden, wird der Elastizitätskoeffizient mit Gl. (4.11) über den Mittelwert der erhobenen Daten berechnet.

Untergrund	e
Steinboden	$0,77 \pm 0,01$
Kunstrasen	$0,71 \pm 0,04$

Tab. 4.2: Elastizitätskoeffizient des Fußballs auf Kunstrasen und Steinboden

Der zeitliche Verlauf der Höhe in den Abbildungen A.5 und A.6 dargestellt. In Tab. 4.2

ist erkennbar, dass der Elastizitätskoeffizient von dem jeweiligen Untergrund abhängt. Erwartungsgemäß fällt er auf einem Steinboden größer aus als auf Kunstrasen. Die beiden Werte dienen zum Vergleich für die Elastizität bei einem Schussvorgang.

4.4.2. Das Modell eines Schussvorgangs

Der Vorgang eines Schusses kann modellhaft als ein Doppelpendel wie in Abb. 4.14 beschrieben werden. Der Oberschenkel rotiert um das Hüftgelenk und der Unterschenkel um das Kniegelenk. Da der Fuß auch noch um das Sprunggelenk rotieren kann, müsste sogar genau genommen ein Tripelpendel betrachtet werden. Dies würde die Betrachtung aber sehr kompliziert werden lassen, da schon die chaotische Schwingung eines Doppelpendels zu keiner analytischen Lösung führt.

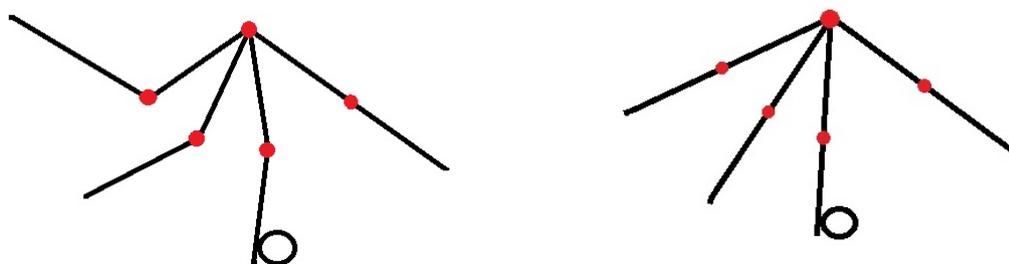


Abb. 4.14: Modellhafter Vorgang eines Schusses als Doppelpendel (links) und als Einfachpendel (rechts)

Zur Vereinfachung wird das Bein als ein starrer Stab betrachtet und der Schuss somit als Drehstoß eines Einfachpendels. Dies ist möglich, da im Moment der Ballberührung das Knie nahezu durchgestreckt ist und die Ballberührung zur Zeit der maximalen Geschwindigkeit v_o des Fußes erfolgen sollte.

Modellhaft soll das Bein der Länge l als rotierender Stab mit Trägheitsmoment $\Theta_{Bein} = \frac{1}{3} \cdot m_{Bein} \cdot l^2$ und der Ball als an der Hüfte befestigtes Fadenpendel mit Trägheitsmoment $\Theta_{Ball} = m_{Ball} \cdot l^2$ betrachtet werden (siehe Abb. 4.14 rechts). Durch die Drehbewegung erfolgt eine Drehimpulsübertragung vom Fuß auf den ruhenden Ball, wenn der Fuß im Optimalfall seine Maximalgeschwindigkeit v_o erreicht hat. Die Differenz der Drehimpulse des Beins

$$\Delta L_{Bein} = \Theta_{Bein} \cdot (\omega_0 - \omega_1) \quad (4.12)$$

wird als Drehimpuls L_{Ball} auf den Ball übertragen, wobei mit ω_0 die Winkelgeschwindigkeit des Beins vor dem Schuss und mit ω_1 die Winkelgeschwindigkeit des Beins nach dem Schuss bezeichnet sind. Mit dem Zusammenhang zwischen Bahn- und Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{v}{l}$ ist der Drehimpuls des Balles

$$L_{Ball} = \Theta_{Ball} \cdot \omega_{Ball} = m_{Ball} \cdot l \cdot v_{Ball}. \quad (4.13)$$

Da der Drehimpuls eine Erhaltungsgröße ist, ist $\Delta L_{Bein} = L_{Ball}$. Mit Gl. (4.12) führt dies auf

$$\begin{aligned} \Theta_{Bein} \cdot \left(\frac{v_o}{l} - \frac{v_1}{l} \right) &= m_{Ball} \cdot l \cdot v_{Ball} \\ \Theta_{Bein} \cdot (v_o - v_1) &= m_{Ball} \cdot l^2 \cdot v_{Ball}, \end{aligned} \quad (4.14)$$

wobei v_1 die Bahngeschwindigkeit des Fußes nach dem Schuss ist. Für die Geschwindigkeiten gilt weiterhin mit dem Elastizitätskoeffizienten [Wes10, S.182]

$$v_1 = v_{Ball} - e \cdot v_o. \quad (4.15)$$

Durch Einsetzen des Zusammenhangs aus Gl. (4.14), wird durch wenige Umformungen ein Zusammenhang zwischen Ballgeschwindigkeit v_{Ball} und Fußgeschwindigkeit v_o gemäß

$$v_{Ball} = v_o \cdot \frac{1 + e}{1 + \frac{m_{Ball} \cdot l^2}{\Theta_{Bein}}} = v_o \cdot \frac{1 + e}{1 + 3 \cdot \frac{m_{Ball}}{m_{Bein}}} \quad (4.16)$$

erreicht. Die maximal erreichbare Geschwindigkeit würde demnach erreicht, wenn das Bein gegenüber dem Ball unendlich schwer wäre:

$$\lim_{\frac{m_{Ball}}{m_{Bein}} \rightarrow 0} v_{Ball} = v_o \cdot (1 + e). \quad (4.17)$$

Da bei einem Schuss sowohl Fußmuskulatur, Menisken als auch Fußgelenk eine gewisse Elastizität aufweisen um Belastungen auf das Knie auszugleichen, ist für die Elastizität ein geringerer Wert gegenüber den Daten aus Tab. 4.2 anzunehmen. Für eine sinnvolle Übereinstimmung mit der Realität muss ein Elastizitätskoeffizient von $e \approx 0,5$ angenommen werden. Zudem ist aus Studien bekannt, dass bei einer Ausholbewegung des Beins die Fußspitze mit bis zu $100 \frac{km}{h}$ bewegt werden kann [Tol10a, S.172f.]. Daraus würde eine maximal erreichbare Geschwindigkeit von ca. $150 \frac{km}{h}$ resultieren. Da aber das Bein keine unendlich große Masse hat fällt die Geschwindigkeit ungefähr $10 - 20 \frac{km}{h}$ kleiner aus. Aus Tabellen, die für die Berechnung des Body-Mass-Index bei fehlenden Gliedmaßen dienen, können die prozentualen Massenanteile der Gliedmaßen entnommen werden. Ein Fuß macht demnach 1,8% des Körpergewichtes aus, der Oberschenkel 11,6% und der Unterschenkel 5,3% [GS01, S.20]. Für einen Menschen mit einem Gewicht von 80 kg entspricht dies einer Masse des Beins von $m_{Bein} = 15$ kg. Mit einer Elastizität von wiederum $e = 0,5$ und einer maximalen Geschwindigkeit $v_o = 100 \frac{km}{h}$

der Fußspitze ergibt sich damit eine maximal erreichbare Ballgeschwindigkeit von

$$v_{Ball,Max} = 138 \frac{km}{h}. \quad (4.18)$$

Das ist eine sehr realistische Grenze, da die schnellsten Freistöße mit ca. $130 \frac{km}{h}$ ausgewertet wurden. Um diese Geschwindigkeit zu erreichen müssen bei einem Schuss alle Faktoren perfekt aufeinander abgestimmt sein. Der Ball muss optimal getroffen werden und der Zeitpunkt des Ballkontakts muss im Moment der maximalen Fußgeschwindigkeit erfolgen. Da dies nicht immer exakt erreicht werden kann, sind die Schüsse im Profifußball in der Regel im Bereich von $120 \frac{km}{h}$, was trotzdem noch eine enorme Geschwindigkeit darstellt.

In Abb. 4.15 sind für verschiedene Elastizitätskoeffizienten die erreichbaren Ballgeschwindigkeiten gemäß obiger Formel graphisch dargestellt.

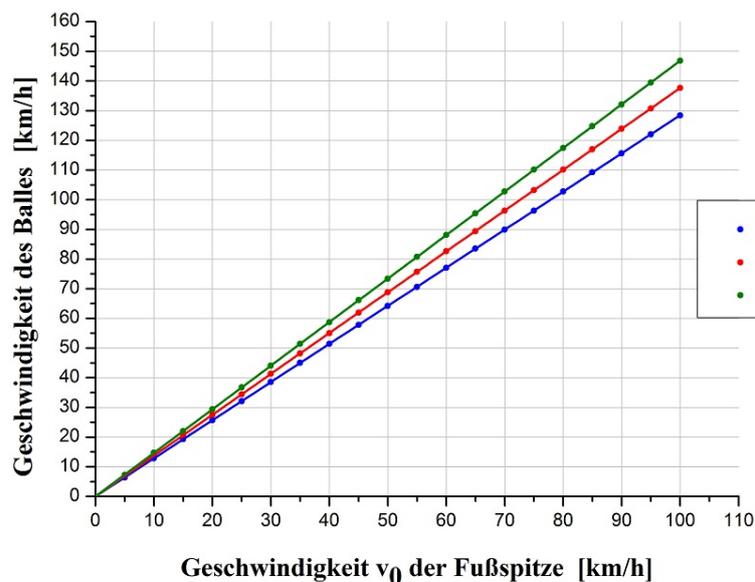


Abb. 4.15: Ballgeschwindigkeiten in Abhängigkeit der Geschwindigkeit der Fußspitze für verschiedene Elastizitätskoeffizienten

4.4.3. Videoanalyse eines Schusses mit *VidAnToo*

Für die Aufnahme eines Torschusses wird der Ball auf den Elfmeterpunkt gelegt. Zur Bestimmung eines Maßstabs wird auf der Torlinie in der Mitte des Tores eine Pylone aufgestellt, damit in bei der Videoanalyse dieser Abstand von 11 m als Referenz dienen kann. Eine Skizze mit den Positionen der Objekte ist in Abb. D.1 zu sehen.

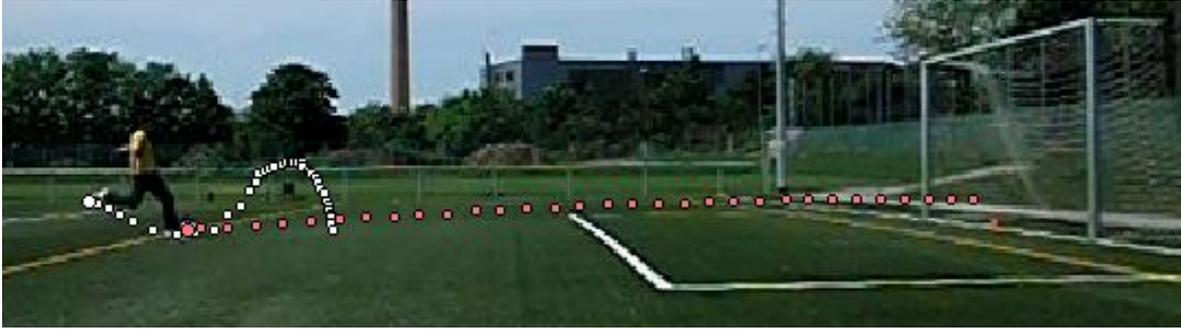


Abb. 4.16: Videoanalyse von Torschuss 1 mit der Hochgeschwindigkeitskamera

Die Aufnahme erfolgte sowohl mit der Hochgeschwindigkeitskamera mit einer Bildrate von 210 fps, als auch mit der Digitalkamera Casio EX-Z90 mit einer Bildrate von 24 fps. Ziel ist es die Gültigkeit von Gl. (4.16) zu überprüfen, bzw. den Elastizitätskoeffizienten e zu ermitteln. Dazu werden per Videoanalyse die mittlere Fußgeschwindigkeit v_o im Moment der Ballberührung, sowie die Ballgeschwindigkeit v_{Ball} als mittlere Geschwindigkeit der ersten sechs Messwerte der Flugphase bestimmt. Die Umstellung von Gl. (4.16) ergibt für den Elastizitätskoeffizienten

$$e = \frac{v_{Ball}}{v_o} \cdot \left(1 + 3 \cdot \frac{m_{Ball}}{m_{Bein}}\right) - 1 \quad (4.19)$$

mit Fehler

$$\Delta e = \left[\left(\frac{1 + 3 \cdot \frac{m_{Ball}}{m_{Bein}}}{v_o} \cdot \Delta v_{Ball} \right)^2 + \left(\frac{v_{Ball} \cdot \left(1 + 3 \cdot \frac{m_{Ball}}{m_{Bein}}\right)}{v_o^2} \cdot \Delta v_o \right)^2 + \left(\frac{3 \cdot v_{Ball}}{m_{Bein} \cdot v_o} \cdot \Delta m_{Ball} \right)^2 + \left(\frac{3 \cdot v_{Ball} \cdot m_{Ball}}{v_o \cdot m_{Bein}^2} \cdot \Delta m_{Bein} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.20)$$

nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung, der sich aus den fehlerhaften Bestimmungen der Geschwindigkeiten sowie der Massen ergibt. Die Masse des Beins ergibt sich über den prozentualen Massenanteil von ca. 18,7% des Körpergewichts. Für die Auswertung der Videos mit der Hochgeschwindigkeitskamera wurde die Bildrate auf 70 fps konvertiert. Mit einer zu hohen Bildrate sind kaum Unterschiede zwischen zwei aufeinanderfolgenden Bildern zu erkennen. Das macht die Bestimmung, wie auch bei einer zu geringen Bildrate, ungenau.

Die Geschwindigkeiten des Balls sowie des Fußes setzen sich aus den Horizontalkomponenten v_x und den Vertikalkomponenten v_z zusammen. Bei der Aufnahme der Videos wurde darauf geachtet, dass der Ball das Tor möglichst mittig trifft, um den Einfluss der perspektivischen Verzerrung so gering wie möglich zu halten. Für die Bestimmung der Geschwindigkeiten gilt

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_z^2} \quad \text{mit Fehler} \quad \Delta v = \frac{v_x}{v} \cdot \Delta v_x + \frac{v_z}{v} \cdot \Delta v_z, \quad (4.21)$$

wobei die Zeit aufgrund der festen Bildrate der Kamera als fehlerlos angenommen werden darf. Für die Ortsbestimmung des Balles wird jeweils ein Fehler von 1 Pixel angenommen. Bei einer Skalierung von $0,02997 \frac{m}{\text{Pixel}}$ ergibt dies einen Fehler für die Ortskoordinaten von $\Delta x = \Delta z = 0,030 m$. Für den Fehler der Geschwindigkeit der Einzelmessungen ergibt dies nun folgendes Problem:

Die Geschwindigkeit wird über die Ortsdifferenz des Objekts in zwei aufeinanderfolgenden Bildern mit zeitlichem Abstand dt bestimmt.¹⁵ Für die Geschwindigkeit mit Fehler gilt damit

$$v_{xi} = \frac{x_{i+1} - x_i}{dt}, \quad \Delta v_x = \sqrt{2} \cdot \frac{\Delta x}{dt}. \quad (4.22)$$

Der Fehler Δx ist prinzipiell nur von der Skalierung¹⁶ im Video und der Positionsbestimmung (in Pixel) abhängig. Der Fehler ist bei den verwendeten Kameras im gleichen Abstand gleich groß, da dieselbe Methode, die gleiche Skalierung und die gleiche Abweichung in Pixel in jedem Bild vorliegen. Für die Größe des Fehlers einer Geschwindigkeit wird daher der zeitliche Abstand dt zwischen zwei Bildern ausschlaggebend. Der Fehler für die Geschwindigkeit wird nach Gl. (4.22) umso größer, je kleiner der zeitliche Abstand zwischen zwei Bildern ist. Für eine Hochgeschwindigkeitskamera würde der Fehler der Einzelmessung damit viel größer ausfallen als mit einer gewöhnlichen Digitalkamera mit einer Bildrate von 24 oder 30 fps. Die Genauigkeit der Positionsbestimmung hängt jedoch gar nicht von der Bildrate ab. Die Genauigkeit der Einzelmesswerte entspricht aus diesem Grund der einer gewöhnlichen Kamera. Daher wird von einer Aufnahme mit einer gewöhnlichen Kamera mit einer Bildrate von 24 fps ausgegangen, was einer Zeitdifferenz von $dt = 0,0417 s$ entspricht. Der Fehler für die Geschwindigkeit beträgt damit

$$\Delta v_x = \Delta v_z = \sqrt{2} \cdot \frac{\Delta x}{dt} = 1,016 \frac{m}{s} = 3,659 \frac{km}{h} \quad (4.23)$$

Die größere Genauigkeit bei der Verwendung einer Hochgeschwindigkeitskamera wird allein durch die größere Datenmenge erreicht.

Anhand der Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Geschwindigkeit der Fußspitze und des Balles wird deutlich, dass der Ball im Moment der maximalen Fußgeschwindigkeit getroffen wird. Dies hängt jedoch von der jeweiligen Schusstechnik des Schützen ab und kann bei der Betrachtung eines weiteren Schusses anders aussehen. Zur Verdeutlichung

¹⁵Die folgenden Angaben gelten in gleicher Weise für die z -Komponente.

¹⁶Die Skalierung im Video hängt allein von dem Abstand der Kamera zu der Schusslinie ab.

wurde der Verlauf der Fußgeschwindigkeit mit einem Polynom 5. Grades angepasst.

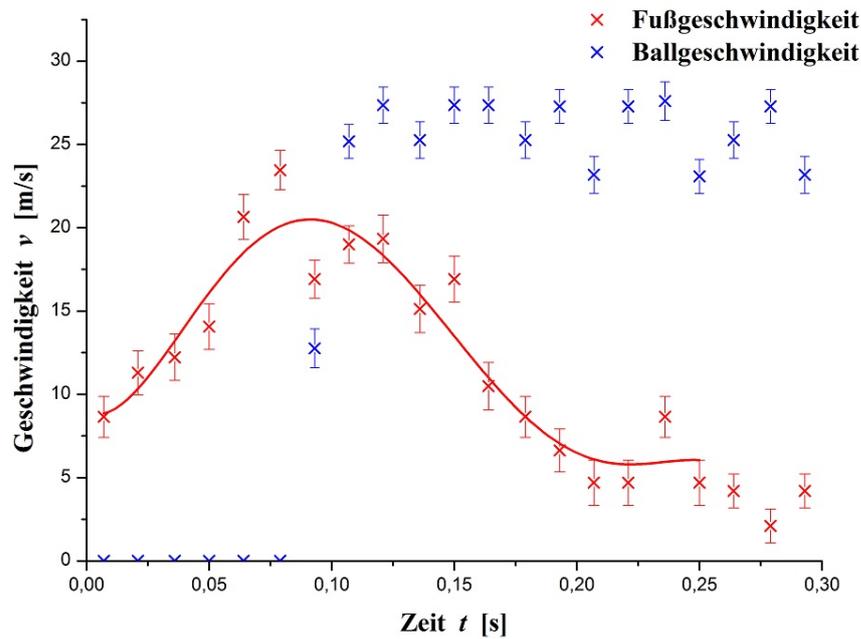


Abb. 4.17: Fuß- und Ballgeschwindigkeit bei einem Schussvorgang

Für die Bestimmung der Fußgeschwindigkeit v_o im Moment der Ballberührung werden die Messwerte in der Umgebung der Ballberührung mit einer konstanten Funktion angenähert. Die Fußgeschwindigkeit wird in dieser Umgebung als konstant angenommen. Für die Bestimmung der Ballgeschwindigkeit werden die ersten sieben Messwerte der Flugphase mit einer konstanten Funktion approximiert. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.18 und Abb. 4.19 zu sehen.

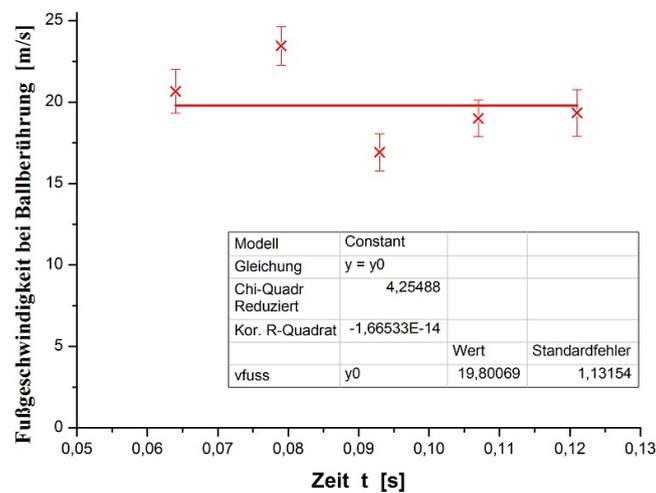
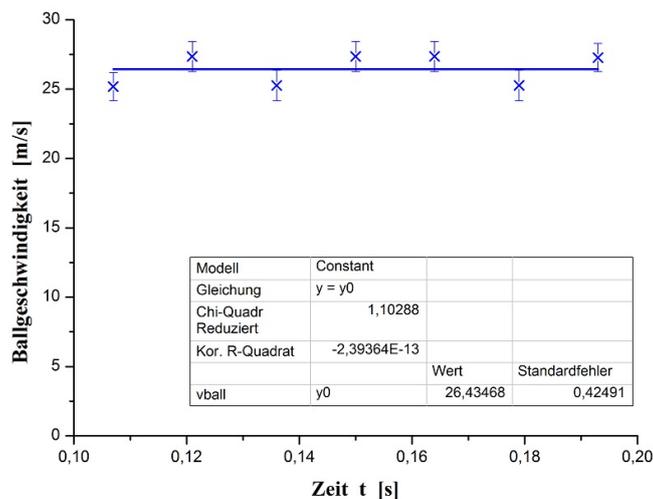


Abb. 4.18: Bestimmung der Fußgeschwindigkeit v_o

Abb. 4.19: Bestimmung der Ballgeschwindigkeit v_{Ball}

Die ermittelten Geschwindigkeiten sowie die Massen und Beinlängen l sind in Tab. 4.3 exemplarisch für das Video *Torschuss1* zusammengefasst.¹⁷ Die Messwerte durch die Videoanalyse sind in Tab. B.2 aufgeführt. Mit Gl. (4.19) wurde der Elastizitätskoeffizient e ermittelt.

$v_o =$	$19,80 \pm 1,13 \frac{m}{s}$
$v_{Ball} =$	$26,43 \pm 0,42 \frac{m}{s}$
$m_{Bein} =$	$16,80 \pm 1,00 kg$
$m_{Ball} =$	$0,430 \pm 0,001 kg$
$l =$	$1,09 \pm 0,02 m$

$e =$	$0,44 \pm 0,09$
-------	-----------------

Tab. 4.3: Ergebnisse der Videoanalyse von Torschuss 1 mit der Hochgeschwindigkeitskamera

Die Auswertung von weiteren fünf Schüssen (siehe Tab. B.3) liefert ähnliche Ergebnisse für den Elastizitätskoeffizienten im Bereich zwischen 0,39 und 0,47. Die Annahme eines Elastizitätskoeffizienten von ca. 0,5 auf Seite 46 wird damit recht gut bestätigt. Im Profisport ist es möglich, dass der Wert noch ein wenig höher ausfällt, da er neben dem Druck des Balles auch von der Schusstechnik und Körperspannung abhängig ist.

Die Analyse des gleichen Schusses mit der Kamera Casio EX-Z90 weicht im Ergebnis recht deutlich ab und liefert einen Wert von $e = 0,30 \pm 0,09$. Durch die geringe-

¹⁷Die aufgenommenen Videos befinden sich auf der zur Arbeit beiliegenden DVD.

re Bildrate ist die Fußgeschwindigkeit wesentlich ungenauer zu bestimmen, da weniger Datenpunkte vorhanden sind. Die Geschwindigkeit des Balles stimmt ungefähr überein, da sich die Geschwindigkeit des Balles auf der kurzen Strecke nur geringfügig ändert. Bei einer geringen Bildrate hängt es ein bisschen vom Zufall ab, ob es einen Datenpunkt im Moment der Ballberührung gibt. Durch die Ungenauigkeit können daraus Elastizitätskoeffizienten zwischen 0,3 und 0,8 resultieren. Mit obigem Modell sollten jedoch Elastizitätskoeffizienten, die größer als 0,5 ausfallen, eher unrealistisch sein.



Abb. 4.20: Videoanalyse des Torschusses mit der Kamera Casio EX-Z90 (24 fps)

Fazit:

Obiges Modell, das eine recht grobe Vereinfachung des komplexen Schussvorgangs darstellt, liefert für die Annahme eines Elastizitätskoeffizienten von $e \approx 0,5$ eine recht gute Übereinstimmung mit den per Videoanalyse ermittelten Daten. Um präzisere Bestimmungen durchzuführen muss eine Hochgeschwindigkeitskamera verwendet werden, wobei eine Bildrate von 70 fps ausreichend ist. Für eine grobe Abschätzung kann auch eine normale Digitalkamera verwendet werden. Für noch genauere Bestimmungen sollte eine Hochgeschwindigkeitskamera mit höherer Auflösung verwendet werden. Mit einer höheren Auflösung kann eine größere Distanz der Kamera zur Schusslinie gewählt werden, wodurch die perspektivische Verzerrung geringer ausfällt und die ermittelten Geschwindigkeiten damit genauer ausfallen. Grundsätzlich ist dies aber von der jeweiligen Kamera abhängig, wodurch immer ein Kompromiss zwischen Kameraentfernung und Erkennbarkeit des Objektes getroffen werden muss.

4.5. Flugbahn eines Torwartabstoßes unter idealisierten Bedingungen

Einen Torwartabstoß unter idealisierten Bedingungen, d.h. unter Vernachlässigung sämtlicher Reibung, zu betrachten, ist wenig anspruchsvoll. Durch die Vernachlässigung jeder Form von Reibung wirkt während der Flugphase ausschließlich die Gewichtskraft. Die resultierende Flugkurve ist eine Parabel, die sich aus der Kombination der beiden

Weg-Zeit-Gesetze für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung (in z -Richtung) und einer gleichförmigen Bewegung (in x -Richtung)

$$z(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_{oz} \cdot t + z_o \quad \text{und} \quad x(t) = v_{ox} \cdot t + x_o \quad (4.24)$$

ableiten lässt. Die Anfangsbedingungen werden durch $x(0) := x_o = 0$, $z(0) := z_o = 0$ sowie $v_x(0) := v_{ox} = v_o \cdot \cos(\alpha)$ und $v_z(0) := v_{oz} = v_o \cdot \sin(\alpha)$ festgelegt. Um die resultierende z - x -Flugkurve aufzustellen, wird die zweite Gleichung in (4.24) nach der Zeit t aufgelöst und in das Weg-Zeit-Gesetz der Vertikalbewegung eingesetzt. Die resultierende Flugkurve lautet mit $\tan(\alpha) = \frac{v_{oz}}{v_{ox}}$

$$z(x) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{g}{v_{ox}^2} \cdot x^2 + x \cdot \tan(\alpha). \quad (4.25)$$

Leicht zu zeigen ist, dass der optimale Abschusswinkel für einen möglichst weiten Schuss genau $\alpha = 45^\circ$ beträgt. Der Boden (Flughöhe $z = 0$) wird gemäß Gl. (4.24) nach $t = \frac{2v_{oz}}{g}$ erreicht. Einsetzen von t , $v_{ox} = v_o \cdot \cos(\alpha)$ und $v_{oz} = v_o \cdot \sin(\alpha)$ in die Gleichung der Flugweite $x(t)$ ergibt die Flugweite x als Funktion des Abschusswinkels α :

$$x(\alpha) = \frac{2v_o}{g} \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) = \frac{v_o}{g} \cdot \sin(2\alpha) \quad (4.26)$$

Aus dieser Gleichung geht direkt hervor, dass der optimale Abschusswinkel $\alpha = 45^\circ$ beträgt, da der Sinus bei 90° sein Maximum annimmt.

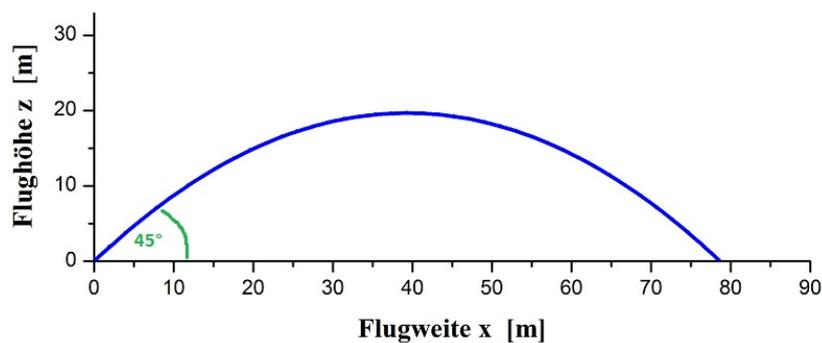


Abb. 4.21: Parabel-Flugbahn bei Nicht-Berücksichtigung des Luftwiderstandes für einen Schuss mit $100 \frac{km}{h}$ bei einem Abschusswinkel von 45°

Diese Ergebnisse sollen nur zum Vergleich mit den nun folgenden Ergebnissen dienen, da gemäß Gl. (4.26) ein Torwart mit einer nicht ungewöhnlichen Abschussgeschwindigkeit von $v_o = 100 \frac{km}{h}$ problemlos circa $80 m$ weit schießen könnte, wie in Abb. 4.21 zu erkennen ist. Ein Torwart würde demnach ohne große Probleme den Ball ohne Zwischenaufprall bis in das gegnerische Tor schießen können, wie den Abmessungen des Spielfeldes in Abb. A.1 entnommen werden kann. Bei Fußballspielen ist hingegen zu

beobachten, dass der Ball bei einem Abstoß aus dem 5 m-Raum meist nur bis kurz hinter die Mittellinie des Feldes fliegt.

4.5.1. Modellierung mit *Dynasys*

Die Modellierung eines Torwartabstoßes unter Vernachlässigung der Luftreibung erfordert lediglich die vier Zustandsgrößen v_x , v_z , x und z sowie den Parameter $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ für die Erdbeschleunigung. Die Zustandsänderungen, d.h. die zeitliche Ableitung einer Zustandsgröße, ergeben sich über die Zusammenhänge $\frac{dx}{dt} = v_x$, $\frac{dz}{dt} = v_z$ sowie $\frac{dv_x}{dt} = 0$ und $\frac{dv_z}{dt} = -g$.

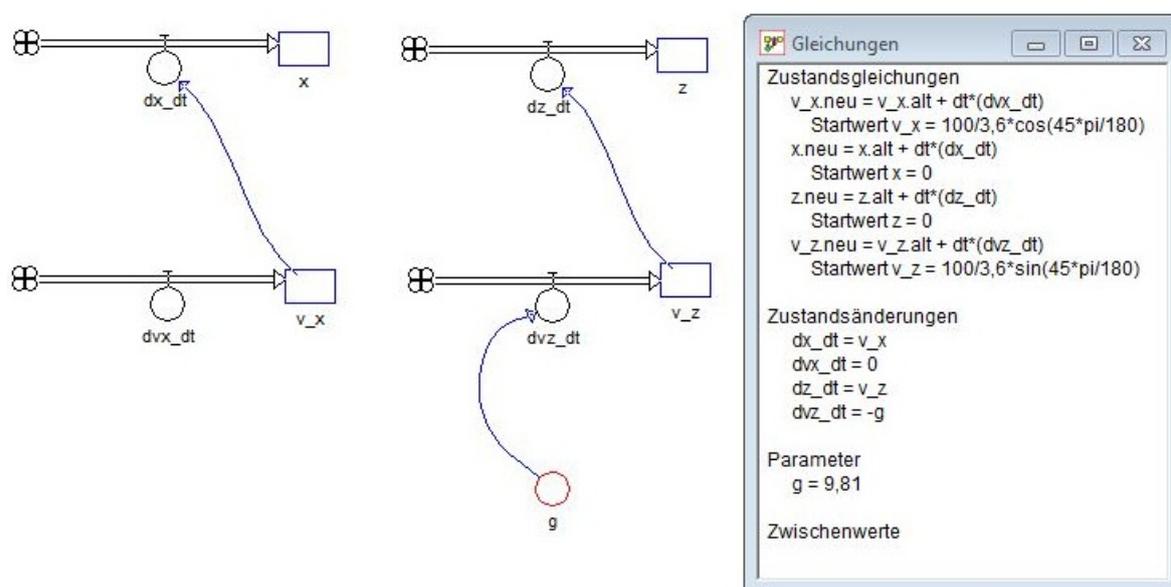


Abb. 4.22: DYNASYS-Modell eines Torwartabstoßes unter idealisierten Bedingungen mit $v_o = 100 \frac{km}{h}$ und $\alpha = 45^\circ$

4.6. Flugbahn eines Torwartabstoßes unter Berücksichtigung des Luftwiderstandes

Die parabelförmige Flugkurve des Balles im idealisierten Fall ließ sich sehr einfach aus den Gesetzen des freien Falls und einer Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit herleiten. Ebenso kann gezeigt werden, dass der optimale Abschusswinkel 45° betragen muss, um eine möglichst große Weite zu erzielen. Bei der Analyse von Flugkurven eines Fußballs sind insbesondere in der zweiten Flughälfte deutliche Abweichungen von einer Parabelbahn festzustellen. Wie im vorigen Abschnitt gezeigt, würde ein Abstoß mit einer Geschwindigkeit von $100 \frac{km}{h}$ eine Weite von ca. 80 m ergeben, was selbst im Profi-Fußball in der Regel nicht zu beobachten ist. Der Grund dafür ist die vernachlässigte Luftreibung, die auf einen Fußball einen erheblichen Einfluss hat. Bei der Analyse eines Kugelstoßes würden sich hingegen aufgrund der kleineren Geschwindigkeit und

größeren Gewichtskraft keine großen Abweichungen feststellen lassen.

Es soll nun der Einfluss des Luftwiderstands, der in Abschnitt 4.3.3 ausführlich behandelt wurde, einbezogen werden. Betrachtet wird ein Torwartabstoß, der unter einem Winkel α und der Geschwindigkeit v_o vom Boden aus geschossen wird. Die Betrachtung geschieht zweidimensional, wobei x die Weite und z die Höhe des zweidimensionalen Koordinatensystems bilden. Einflüsse wie der durch Rotation des Balles entstehende Magnus-Effekt oder Seitenwind, die die y -Komponente beeinflussen, werden vernachlässigt.

Für den Ort \vec{r} und die Geschwindigkeit \vec{v} des Balles

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ z(t) \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_z(t) \end{pmatrix}$$

werden die Anfangsbedingungen

$$\vec{r}(0) = \begin{pmatrix} x(0) \\ z(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{v}(0) = \begin{pmatrix} v_{ox} \\ v_{oz} \end{pmatrix} = v_o \cdot \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

festgelegt. Die resultierende Kraft, die sich aus Gewichtskraft und Luftwiderstandskraft zusammensetzt, liefert mit dem zweiten NEWTONschen Axiom die Bewegungsgleichungen:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{Gesamt} &= \vec{F}_{Gewicht} + \vec{F}_{Luftwiderstand} \\ m \frac{d\vec{v}}{dt} &= -mg\hat{e}_z - \beta\vec{v}. \end{aligned} \tag{4.27}$$

Daraus resultieren zwei zu lösende Differentialgleichungen.

4.6.1. Bewegungsgleichung für die x-Komponente

Aus Gl. (4.27) folgt die Differentialgleichung für v_x :

$$\dot{v}_x = -\frac{\beta}{m}v_x \tag{4.28}$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung stellt eine Exponentialfunktion dar, die mit Trennung der Variablen bestimmt werden kann:

$$\begin{aligned}\frac{dv_x}{dt} &= -\frac{\beta}{m}v_x \\ \frac{dv_x}{v_x} &= -\frac{\beta}{m}dt\end{aligned}\quad (4.29)$$

Diese Gleichung kann nun integriert werden:

$$\begin{aligned}\int_{v_{ox}}^{v_x} \frac{1}{v'_x} dv'_x &= -\int_0^t \frac{\beta}{m} dt \\ \ln(v_x) - \ln(v_{ox}) &= -\frac{\beta}{m}t \\ \ln\left(\frac{v_x}{v_{ox}}\right) &= -\frac{\beta}{m}t \\ v_x(t) &= v_{ox} \cdot e^{-\frac{\beta}{m}t}\end{aligned}\quad (4.30)$$

Mit der Anfangsbedingung $v_{ox} = v_o \cdot \cos(\alpha)$ lautet das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz der Bewegung in x -Richtung

$$v_x(t) = v_o \cdot \cos(\alpha) \cdot e^{-\frac{\beta}{m}t}. \quad (4.31)$$

Integration von Gl. (4.31) liefert das zugehörige Weg-Zeit-Gesetz:

$$x(t) = \int v_x(t) dt = -\frac{m}{\beta} v_o \cdot \cos(\alpha) \cdot e^{-\frac{\beta}{m}t} + x_o$$

Aus der Anfangsbedingung $x(0) = 0$ folgt

$$x_o = \frac{m}{\beta} v_o \cdot \cos(\alpha).$$

Damit lautet das Weg-Zeit-Gesetz für die Bewegung in x -Richtung:

$$\boxed{x(t) = \frac{m}{\beta} v_o \cdot \cos(\alpha) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\beta}{m}t}\right)} \quad (4.32)$$

4.6.2. Bewegungsgleichung für die z -Komponente

Etwas schwieriger gestaltet sich die Bewegung in z -Richtung. Aus Gl. (4.27) ergibt sich die zugehörige Differentialgleichung:

$$\dot{v}_z = -\left(\frac{\beta}{mg}v_z + 1\right) \cdot g. \quad (4.33)$$

Zunächst sind wenige Umformungen notwendig um die Differentialgleichung wieder mit Trennung der Variablen zu lösen:

$$\begin{aligned}\frac{\frac{dv_z}{dt}}{\frac{\beta}{mg}v_z + 1} &= -g \\ \frac{dv_z}{\frac{\beta}{mg}v_z + 1} &= -g dt.\end{aligned}\tag{4.34}$$

Integration von Gl. (4.34) liefert:

$$\begin{aligned}\int_{v_{oz}}^{v_z} \frac{1}{\frac{\beta}{mg}v'_z + 1} dv'_z &= - \int_0^t g dt \\ \frac{mg}{\beta} \cdot \left(\ln \left(\frac{\beta}{mg}v_z + 1 \right) - \ln \left(\frac{\beta}{mg}v_{oz} + 1 \right) \right) &= -gt \\ \ln \left(\frac{\frac{\beta}{mg}v_z + 1}{\frac{\beta}{mg}v_{oz} + 1} \right) &= -\frac{\beta}{m}t \\ \frac{\frac{\beta}{mg}v_z + 1}{\frac{\beta}{mg}v_{oz} + 1} &= e^{-\frac{\beta}{m}t}\end{aligned}$$

Auflösen der Gleichung nach v_z unter Berücksichtigung der Anfangsbedingung $v_{oz} = v_o \cdot \sin(\alpha)$, ergibt das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz für die Bewegung des Balles in z -Richtung:

$$\begin{aligned}v_z(t) &= \frac{mg}{\beta} \cdot \left(\frac{\beta}{mg}v_{oz} + 1 \right) \cdot e^{-\frac{\beta}{m}t} - \frac{mg}{\beta} \\ &= \left(v_o \cdot \sin(\alpha) + \frac{mg}{\beta} \right) \cdot e^{-\frac{\beta}{m}t} - \frac{mg}{\beta}.\end{aligned}\tag{4.35}$$

Integration von Gl. (4.35) liefert das zugehörige Weg-Zeit-Gesetz in z -Richtung:

$$z(t) = \int v_z(t) dt = \left(v_o \cdot \sin(\alpha) + \frac{mg}{\beta} \right) \cdot \left(-\frac{m}{\beta} \right) \cdot e^{-\frac{\beta}{m}t} - \frac{mg}{\beta}t + z_o$$

Mit der Anfangsbedingung $z(0) = 0$ lässt sich die Integrationskonstante z_o bestimmen:

$$\begin{aligned}z(0) &= \left(v_o \cdot \sin(\alpha) + \frac{mg}{\beta} \right) \cdot \left(-\frac{m}{\beta} \right) + z_o = 0 \\ z_o &= \left(v_o \cdot \sin(\alpha) + \frac{mg}{\beta} \right) \cdot \frac{m}{\beta}\end{aligned}$$

Damit ist das Weg-Zeit-Gesetz für die vertikale Bewegung bestimmt:

$$z(t) = \left(\frac{m}{\beta} v_o \cdot \sin(\alpha) + \frac{m^2 g}{\beta^2} \right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\beta}{m} t} \right) - \frac{mg}{\beta} t \quad (4.36)$$

4.6.3. Resultierende Flugbahn

Die resultierende Flugbahn, die für den reibungsfreien Fall in Gl. (4.25) als Parabelbahn hergeleitet wurde, folgt durch eine analoge Vorgehensweise. Die Bewegungsgleichung der x -Komponente aus Gl. (4.32) wird dazu nach der Zeit t sowie $e^{-\frac{\beta}{m} t}$ aufgelöst. Das führt auf

$$e^{-\frac{\beta}{m} t} = 1 - \frac{\beta}{m v_o \cdot \cos(\alpha)} x \quad (4.37)$$

und

$$t = -\frac{m}{\beta} \cdot \ln \left(1 - \frac{\beta}{m \cdot v_o \cdot \cos(\alpha)} x \right). \quad (4.38)$$

Gl. (4.37) und Gl. (4.38) werden nun in das Weg-Zeit-Gesetz der Vertikalbewegung aus Gl. (4.36) eingesetzt. Daraus resultiert die Flugbahn als Funktion der Flughöhe z von der Flugweite x :

$$\begin{aligned} z(x) &= \left(\frac{m}{\beta} v_o \cdot \sin(\alpha) + \frac{m^2 g}{\beta^2} \right) \cdot \left(1 - 1 + \frac{\beta}{m v_o \cdot \cos(\alpha)} x \right) \\ &\quad - \frac{mg}{\beta} \cdot \left(-\frac{m}{\beta} \cdot \ln \left(1 - \frac{\beta}{m \cdot v_o \cdot \cos(\alpha)} x \right) \right) \\ &= \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} x + \frac{mg}{\beta \cdot v_o \cdot \cos(\alpha)} x + \frac{m^2 g}{\beta^2} \cdot \ln \left(1 - \frac{\beta}{m \cdot v_o \cdot \cos(\alpha)} x \right) \end{aligned}$$

$$z(x) = x \cdot \left(\tan(\alpha) + \frac{mg}{\beta \cdot v_o \cdot \cos(\alpha)} \right) + \frac{m^2 g}{\beta^2} \cdot \ln \left(1 - \frac{\beta}{m \cdot v_o \cdot \cos(\alpha)} x \right). \quad (4.39)$$

Diese Gleichung ist auch bei TOLAN zu finden, der die Herleitung jedoch seinem Leser erspart und das Ergebnis nur für den „Experten“ angibt [vgl. Tol10a, S.210]. In Abb. 4.23 ist nun ein Vergleich der Flugbahnen für einen Schuss mit $100 \frac{km}{h}$ bei einem Abschusswinkel $\alpha = 45^\circ$ dargestellt. Der Einfluss des Luftwiderstands ist deutlich in der zweiten Flughälfte erkennbar, was sich signifikant in der erreichten Weite widerspiegelt. Bei Berücksichtigung des Luftwiderstands beträgt die Flugweite nur noch rund die Hälfte gegenüber der Flugweite bei Vernachlässigung des Luftwiderstands.

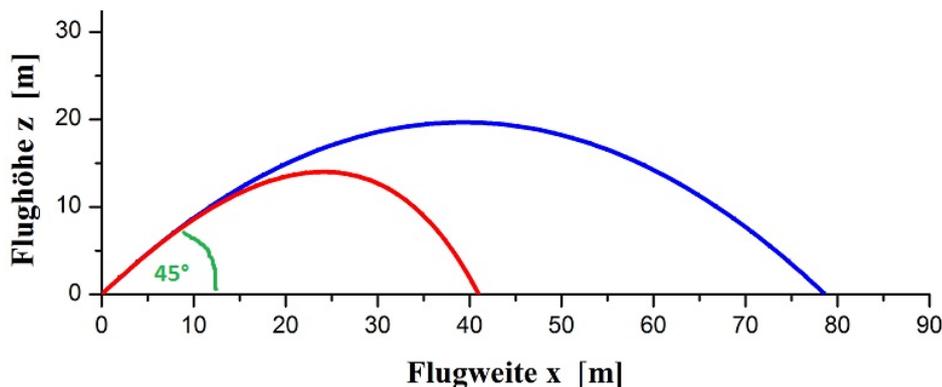


Abb. 4.23: Vergleich der Flugbahnen eines Fußballs mit (rot) und ohne (blau) Luftwiderstand für einen Schuss mit $100 \frac{km}{h}$ bei einem Abschusswinkel von 45°

4.6.4. Modellierung mit *Dynasys*

Bei Berücksichtigung des Luftwiderstands muss das Modell aus Abb. 4.22 um die Luftwiderstandskraft in beiden Komponenten ergänzt werden. Wird eine Luftreibung gemäß NEWTON zugrunde gelegt, ist eine denkbare Umsetzung die Darstellung aus Abb. A.3. Dazu muss obiges Modell um die Parameter, die in Gl. (4.3) enthalten sind, ergänzt werden und die jeweilige Beschleunigung mit dem zweiten NEWTONschen Gesetz bestimmt werden.

Für die vorliegende Arbeit soll jedoch das Modell aus Abb. 4.24 zugrunde gelegt werden, das die von WESSON experimentell bestimmte Luftwiderstand-Kurve (Abb. 4.7) des *Jabulani*-Balls berücksichtigt, bei der sich der Luftwiderstand linear mit der Geschwindigkeit verändert.

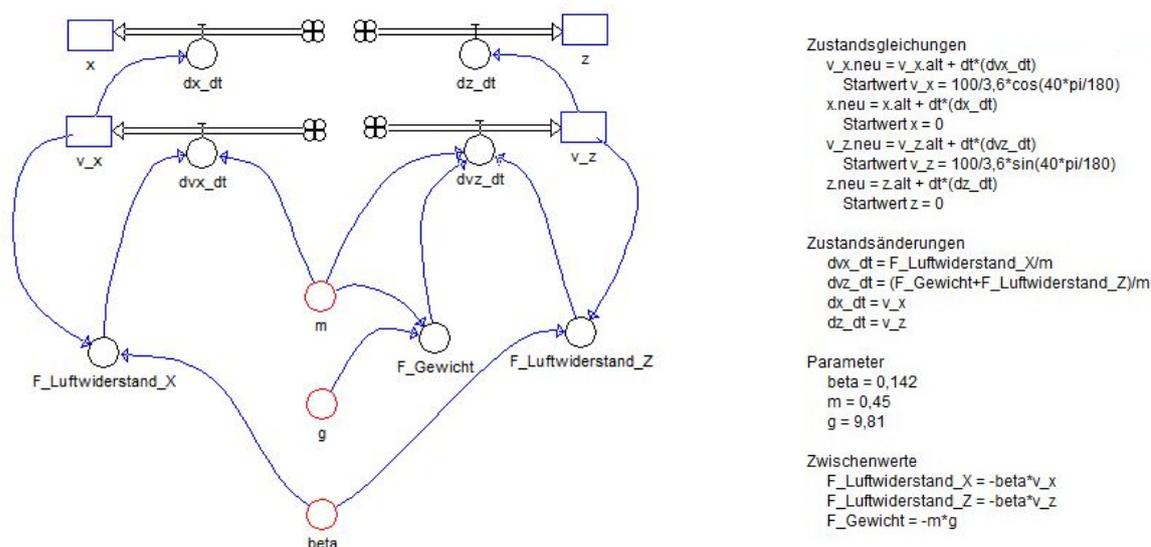


Abb. 4.24: DYNASYS-Modell eines Torwartabstoßes mit STOKES-Reibung gemäß Gl. (4.4)

4.6.5. Einfluss einer Rückwärtsrotation auf die Flugbahn des Balles

Wird die Rückwärtsrotation eines Balles um die y -Achse berücksichtigt, sollte daraus wegen des Magnus-Effekts theoretisch eine Vergrößerung der Flughöhe und -weite resultieren, da die Magnus-Kraft in diesem Fall nach oben gerichtet ist. Für die Bestimmung der Flugkurve ist das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} m\dot{v}_x &= -\beta v_x + \gamma\omega v_z \\ m\dot{v}_z &= -\beta v_z - \gamma\omega v_x - mg \end{aligned}$$

zu lösen. An dieser Stelle wird nur die Lösung angegeben, die durch Einsetzen überprüft werden kann.

$$x(t) = \frac{1}{a^2 + b^2} \cdot e^{at} \cdot [(aB - bA) \cdot \sin(bt) - (aA + bB) \cdot \cos(bt)] - \frac{b}{a^2 + b^2} gt + C_x \quad (4.40)$$

$$z(t) = \frac{1}{a^2 + b^2} \cdot e^{at} \cdot [(aA + bB) \cdot \sin(bt) + (aB - bA) \cdot \cos(bt)] + \frac{a}{a^2 + b^2} gt + C_z \quad (4.41)$$

mit

$$\begin{aligned} a &= -\frac{\beta}{m}, & b &= \frac{\gamma\omega}{m} \\ A &= v_{ox} - \frac{b}{a^2 + b^2} g, & B &= v_{oz} - \frac{a}{a^2 + b^2} g \\ C_x &= \frac{aA + bB}{a^2 + b^2}, & C_z &= \frac{bA - aB}{a^2 + b^2}. \end{aligned}$$

Die resultierende Flugkurve wird aufgrund ihrer Komplexität hier nicht angegeben. Eine Darstellung der Flughöhe z als Funktion der Flugweite x ist nur numerisch und nicht analytisch möglich. Für die Darstellung der Flugkurve ist daher eine Modellierung mit DYNASYS die einfachste Möglichkeit, die in Abb. 4.25 zu sehen ist.

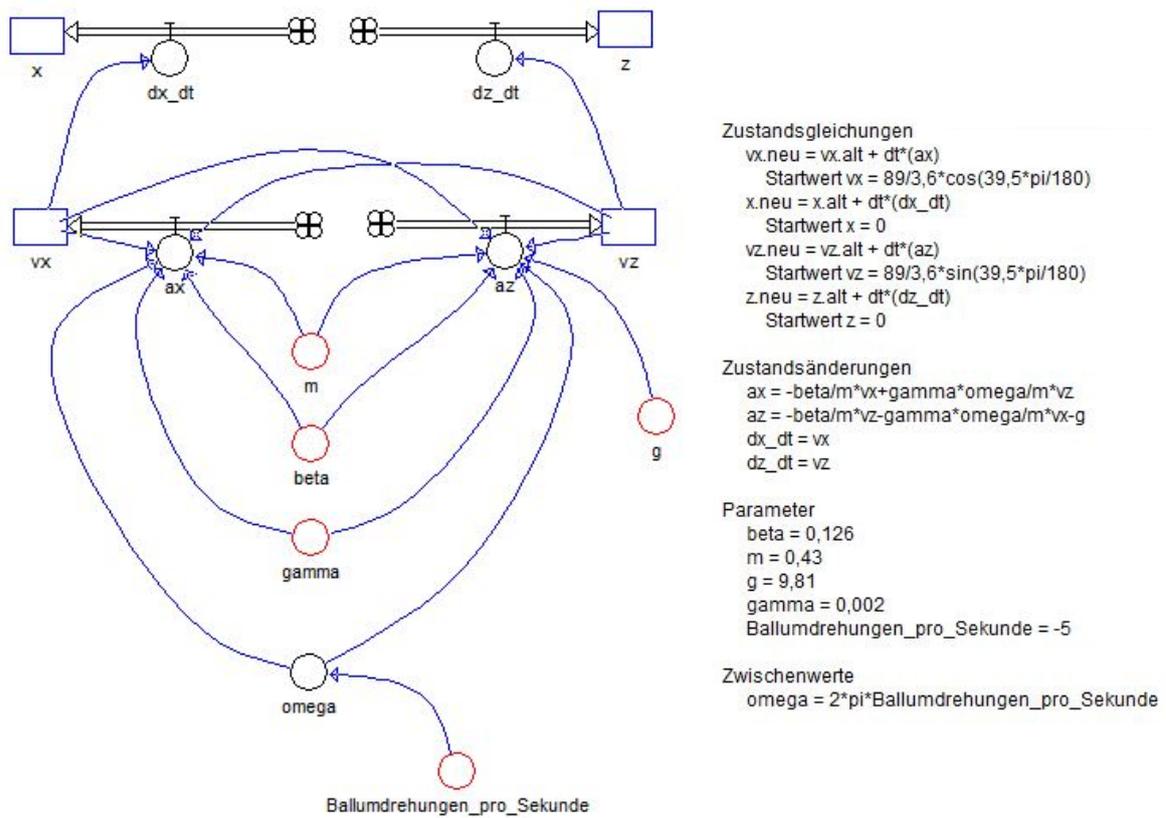


Abb. 4.25: DYNASYS-Modell eines Torwartabstoßes mit Berücksichtigung einer Rückwärtsrotation des Balles

Eine theoretische Veränderung der Flugbahn durch einen Rückwärtsdrall und den Magnus-Effekt ist in Abb. 4.26 für einen Schuss mit $v_o = 89 \frac{km}{h}$ bei einem Abschusswinkel von $\alpha = 39,5^\circ$ als z - x -Diagramm dargestellt.

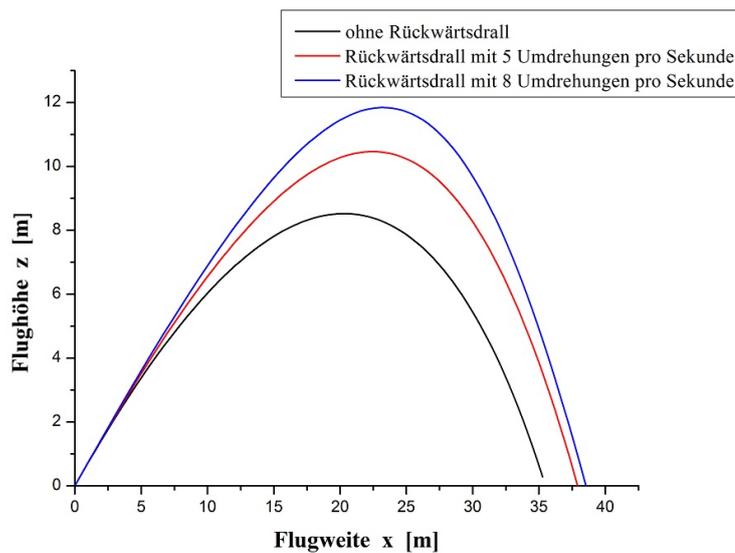


Abb. 4.26: Theoretische Auswirkung eines Rückwärtsdralls auf die Flugbahn eines Torwartabstoßes

In Abb. 4.26 ist erkennbar, dass die Flughöhe z und die Flugweite x umso größer ausfallen, je stärker der Ball rotiert. Mit acht Ballumdrehungen ist nach dem Modell eine ungefähr sechs Meter größere Flugweite möglich.

4.6.6. Videoanalyse mit *VidAnToo*

Zur Aufnahme eines Torwartabstoßes werden nur eine Kamera und mehrere Pylonen zur Bestimmung einer Referenzstrecke benötigt. Bei der Aufnahme muss darauf geachtet werden, dass die Kamera so weit von der Schusslinie entfernt ist, dass sie Schüsse bis zu einer Weite von circa 40 m aufnehmen kann. Der Ball muss jedoch auf dem Video erkennbar bleiben. Andernfalls ist ein Kompromiss aus Entfernung und maximaler Schussweite einzugehen. Die Kamera ist waagrecht zu justieren und bei den Aufnahmen nicht zu bewegen. Bei dem Schuss sollte der Ball möglichst ohne Drall geschossen werden, da sonst der Magnus-Effekt die Flugbahn beeinflusst. Dies ist besonders bei Schüssen mit einem größeren Abschusswinkel aus technischen Gründen kaum möglich, da der Ball unterhalb der Ballmitte getroffen werden muss. Ein leichter Rückwärtsdrall des Balles ist daher nicht zu vermeiden. Bei einem Rückwärtsdrall mit fünf Umdrehungen pro Sekunde sind nach der Theorie Abweichungen in der Flugweite von circa zwei bis drei Metern zu erwarten, wie in Abb. 4.26 zu sehen ist. Der wesentlich höhere Anspruch an den Schützen liegt jedoch darin, den Ball möglichst gerade entlang der Linie der Pylonen zu spielen, da sonst wiederum eine perspektivische Verzerrung die Auswertung des Videos erschwert. Einen nicht unerheblichen Einfluss kann zudem der Wind ausüben. Bei Windgeschwindigkeiten oberhalb von $30 \frac{km}{h}$ sollten daher keine Aufnahmen erfolgen.

Bei der Auswertung der Videos liegt die per Videoanalyse ermittelte Flugweite teilweise zwei bis drei Meter unterhalb der tatsächlichen, dokumentierten Flugweite, wenn die Skalierung der Bildschirmkoordinaten anhand der Pylonen vorgenommen wird. Dies liegt überwiegend daran, dass die Auftreffpunkte der meisten Schüsse näher zur Kamera hin lagen. Die Skalierung pro Pixel anhand der Pylonen ist in diesem vorderen Bereich, jedoch zu klein. Daher fallen die mit Videoanalysen ermittelten Werte zu gering aus. Die seitliche Ablenkung sollte bei einem Schuss von 30 m Flugweite nicht mehr als 3 m betragen. Um diesen Einfluss zu minimieren dient die dokumentierte Flugweite als Referenzstrecke für die Skalierung. Im Fall des flachen Abstoßes beträgt diese 29,7 m und im Fall des hohen Abstoßes 36,3 m.

Für den Fehler der Ortskoordinaten wird 1 Pixel angenommen, da der Ball selbst kaum größer erscheint. Die Fehler Δx und Δz für die Ortsbestimmung ergeben sich durch die jeweilige Skalierung bei der Auswertung des Videos.

Die beiden hier betrachteten Schüsse wurden mit einer Nachbildung des *Torfabrik*-Balls

durchgeführt. Seine Masse wurde gewogen und beträgt

$$m_{Ball} = 0,430 \pm 0,001 \text{ kg}$$

4.6.6.1. Videoanalyse eines flachen Torwartabstoßes

Die dokumentierte Flugweite von $29,7 \text{ m}$ ergibt eine Skalierung der Bildschirmkoordinaten von $0,07405 \frac{\text{m}}{\text{Pixel}}$, wodurch sich die Fehler $\Delta x = \Delta z = 0,074 \text{ m}$ ergeben. Die ermittelten Ortskoordinaten befinden sich im Anhang in Tab. B.4.



Abb. 4.27: Bildausschnitt der Videoanalyse eines Torwartabstoßes mit kleinem Abschusswinkel

Die Daten der Videoanalyse werden nun mit der Theorie verglichen. Dazu wird das z - x -Diagramm mit dem theoretischen Verlauf aus Gl. (4.39) angepasst.

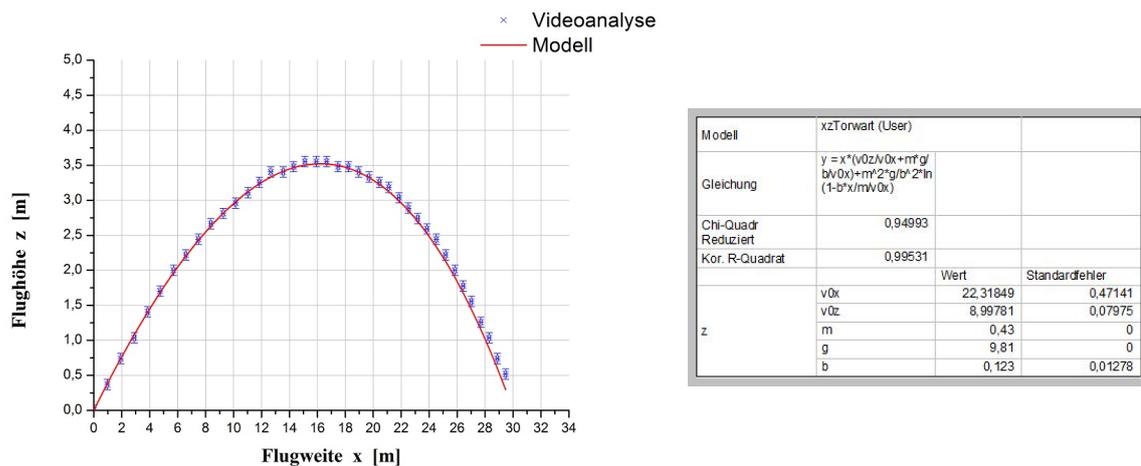


Abb. 4.28: Anpassung der z - x -Kurve gemäß Gl. (4.39) für einen flachen Torwartabstoß

Die Anpassung liefert die folgenden Parameter, wobei die Ballmasse $m = 0,43 \text{ kg}$ und die Erdbeschleunigung $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ als feste Größen verwendet wurden:

Größe	Einheit	Wert
v_{ox}	$\frac{m}{s}$	$22,32 \pm 0,47$
v_{oz}	$\frac{m}{s}$	$9,00 \pm 0,08$
Faktor β für Luftwiderstand	$\frac{kg}{s}$	$0,123 \pm 0,013$
χ^2 pro Freiheitsgrad		0,9499

Tab. 4.4: Durch die Anpassung der z - x -Kurve ermittelte Parameter für einen flachen Torwartabstoß

Aus den ermittelten Daten in Tab. 4.4 wird die Anfangsgeschwindigkeit v_o mit Gl. (4.21) und den beiden Geschwindigkeitskomponenten v_{ox} und v_{oz} bestimmt. Für den Winkel α gilt:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v_{oz}}{v_{ox}}\right) \quad , \quad \Delta\alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{v_{oz}}{v_{ox}}\right)^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{v_{oz}}{v_{ox}^2} \cdot \Delta v_{ox}\right)^2 + \left(\frac{1}{v_{ox}} \cdot \Delta v_{oz}\right)^2} \quad (4.42)$$

Damit ergeben sich die in Tab. 4.5 aufgeführten Daten:

Größe	Einheit	Wert
Anfangsgeschwindigkeit v_o	$\frac{km}{h}$	$86,6 \pm 1,7$
Abschusswinkel α	$^\circ$	$22,0 \pm 0,5$
Faktor β für Luftwiderstand	$\frac{kg}{s}$	$0,123 \pm 0,013$
Ballmasse m_{Ball}	kg	$0,430 \pm 0,001$

Tab. 4.5: Daten aus der Videoanalyse für einen flachen Torwartabstoß

Der Vergleich zwischen Modell und Videoanalyse zeigt eine recht gute Übereinstimmung, die durch das χ^2 pro Freiheitsgrad von 0,9499 bestätigt wird.

An dieser Stelle sei erwähnt, dass für die Bestimmung der Anfangsgeschwindigkeit und des Abschusswinkels in der schülergerechten Darstellung auf eine solche Art der Bestimmung verzichtet wird. Die Schüler verwenden dafür die Auswertungs-Funktion von *VidAnToo* und die zur Verfügung stehenden Werkzeuge des Programms.

Die Ergebnisse werden nun mit einem Torwartabstoß mit größerem Abschusswinkel verglichen.

4.6.6.2. Videoanalyse eines hohen Torwartabstoßes

Die dokumentierte Flugweite von $36,3\text{ m}$ ergibt eine Skalierung der Bildschirmkoordinaten von $0,07468 \frac{\text{m}}{\text{Pixel}}$, wodurch sich die Fehler $\Delta x = \Delta z = 0,075\text{ m}$ ergeben. Die ermittelten Daten der Ortskoordinaten und Geschwindigkeiten befinden sich im Anhang in Tab. B.5.

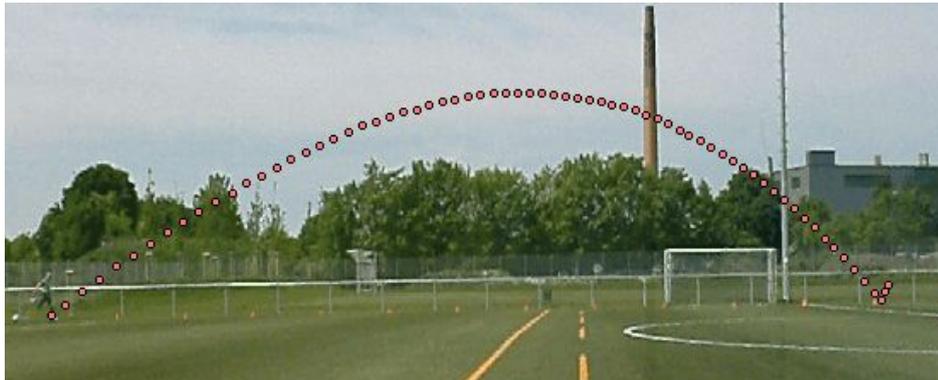


Abb. 4.29: Bildausschnitt der Videoanalyse eines Torwartabstoßes mit großem Abschusswinkel

Für die Bestimmung der Parameter wird wie im Abschnitt zuvor das zugehörige z - x -Diagramm mit Gl. (4.39) angepasst.

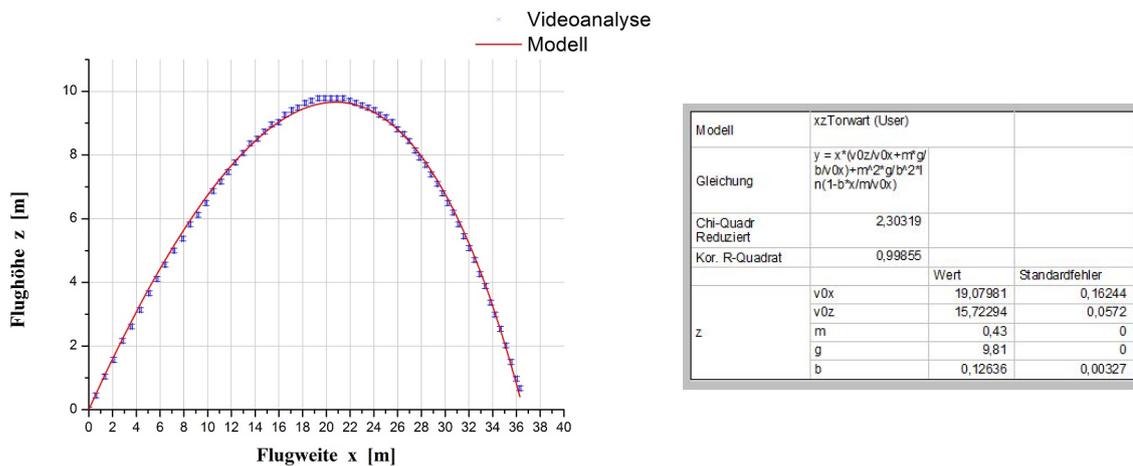


Abb. 4.30: Anpassung der z - x -Kurve gemäß Gl. (4.39) für einen hohen Torwartabstoß

Die Anpassung liefert die in Tab. 4.6 aufgeführten Daten:

Größe	Einheit	Wert
v_{ox}	$\frac{m}{s}$	$19,08 \pm 0,16$
v_{oz}	$\frac{m}{s}$	$15,72 \pm 0,06$
Faktor Luftwiderstand β	$\frac{kg}{s}$	$0,126 \pm 0,003$
χ^2 pro Freiheitsgrad		2,303

Tab. 4.6: Durch die Anpassung der z - x -Kurve ermittelte Parameter für einen Torwartabstoß mit großem Abschusswinkel

Für die Bestimmung von v_o wird Gl. (4.21) verwendet sowie Gl. (4.42) für den Abschusswinkel. Damit ergeben sich die in Tab. 4.7 aufgeführten Daten:

Größe	Einheit	Wert
Anfangsgeschwindigkeit v_o	$\frac{km}{h}$	$89,0 \pm 0,6$
Abschusswinkel α	$^\circ$	$39,5 \pm 0,3$
Faktor Luftwiderstand β	$\frac{kg}{s}$	$0,126 \pm 0,003$
Ballmasse m_{Ball}	kg	$0,430 \pm 0,001$

Tab. 4.7: Daten aus der Videoanalyse für einen Torwartabstoß mit großem Abschusswinkel

Bei dem Faktor

$$\beta = 0,126 \pm 0,003 \frac{kg}{s} \quad (4.43)$$

für den Luftwiderstand lässt sich eine Übereinstimmung mit dem ermittelten Wert der Analyse des flachen Abstoßes feststellen. Für den Torwartabstoß mit großem Winkel lässt sich ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit dem theoretischen Verlauf beobachten. Das χ^2 pro Freiheitsgrad fällt in diesem Fall mit 2,3 jedoch etwas höher aus. Das zeigt, dass die Fehler Δx und Δz der Ortskoordinaten zu klein sind. Sie fallen in diesem Fall größer aus, denn mit einem geringfügig größeren Fehler im Bereich des Ballradiuses $r = 0,11 m$ ergibt sich ein χ^2 pro Freiheitsgrad von 1,06 (siehe Abb. A.10). Die Abweichung liegt möglicherweise an nicht kalkulierbaren, unterschiedlichen Windverhältnissen. Es kann keine genauere Angabe gemacht werden, da die Windgeschwindigkeit nicht gemessen wurde. Es ist aber gut zu sehen, dass das Modell trotz geringer Einschränkungen eine gute Beschreibung der Flugbahn liefert.

Die Vermutung, dass der bei einem hohen Abschusswinkel unvermeidbare Rückwärtsdrall des Balles die Flugbahn stark beeinflusst, hat sich nicht bestätigt und führt zu keiner besseren Übereinstimmung (siehe Abb. A.7). Da keine Aufnahme der Ballumdrehungen gemacht wurde, kann auch keine Angabe über die Ballumdrehungen gemacht werden. Möglicherweise liegt sie einfach nur in einem Bereich, der keinen großen Einfluss auf die Flugbahn besitzt.

4.6.6.3. Fazit

Unter der Annahme eines Luftwiderstandes, der sich linear mit der Geschwindigkeit verändert, können recht gute Übereinstimmungen zwischen theoretischem Modell und Realexperiment festgestellt werden. Die ermittelten Werte $\beta_1 = 0,123 \pm 0,013 \frac{kg}{s}$ bzw. $\beta_2 = 0,126 \pm 0,003 \frac{kg}{s}$ stimmen im Rahmen ihrer Fehler überein und liegen beide unterhalb der Angabe von WESSON, für dessen Angabe $\beta = 0,142 \frac{kg}{s}$ kein Fehler bekannt ist. Der Luftwiderstand fällt bei der durchgeführten Messung für den verwendeten Ball somit geringer aus.

Für eine Übereinstimmung zwischen Modell und Realität muss jedoch ein Schuss betrachtet werden, der die zu Beginn von Abschnitt 4.6.6 geforderten Bedingungen in guter Näherung erfüllt. Dennoch sind in obiger Betrachtung Faktoren wie der Wind und eine geringfügige perspektivische Verzerrung nicht berücksichtigt. Diese Faktoren können immer zu Abweichungen führen und stellen nicht kalkulierbare Einflussfaktoren dar.

Für genauere Untersuchungen und Analysen größerer Abschusswinkel sollte auf eine Aufnahme der Rotation nicht verzichtet werden. Das ermittelte χ^2 zeigt jedoch, dass die Betrachtung der Rückwärtsrotation für die Beschreibung der Flugkurve in diesem Fall nicht notwendig ist. Für Schüler kann der Rückwärtsdrall daher im Modell vernachlässigt werden. Sollten sich bei der Analyse Abweichungen einstellen, können sie qualitativ mit einem Rückwärtsdrall erklärt werden, da in Abb. 4.26 gezeigt wurde, dass durch den Rückwärtsdrall theoretisch eine größere Flugweite und -höhe möglich ist.

Um genauere Analysen des Luftwiderstands und des Dralls anstellen zu können, sollten die Schüsse am besten mit einer Schussmaschine durchgeführt werden, die Schüsse gleicher Geschwindigkeit unter einem eingestellten Abschusswinkel ermöglicht. Mit reproduzierbaren Schüssen kann durch den Vergleich der Flugkurven verschiedener Bälle das Verhalten des Luftwiderstands untersucht werden, das je nach Ball geringfügig variieren kann. Die Analyse von Flugkurven hinsichtlich des Luftwiderstand-Faktors β für verschiedene Bälle unterschiedlicher Oberflächenstruktur könnte ein Ausblick für weitere Untersuchungen sein.

Für die Auswertung der Videoanalysen verwenden die Schüler die Möglichkeiten, die durch *VidAnToo* gegeben sind. Die Geschwindigkeiten werden in diesem Fall durch die Differenzen der Ortskoordinaten pro Zeitintervall dt ermittelt. Die Schüler bestimmen damit die Geschwindigkeiten v_{ox} und v_{oz} prinzipiell über die Geradensteigungen des x - t -Diagramms bzw. x - t -Diagramms (siehe Abb. A.8 und Abb. A.9). Damit fallen die Geschwindigkeiten jedoch kleiner aus, was zu Abweichungen mit der theoretischen Flugkurve führen kann. Der Grund dafür ist überwiegend, dass die Anfangsbedingungen des Modells nicht eingehalten werden. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sind die Geschwindigkeiten nämlich null, da der ruhende Ball als Koordinatenursprung der Videoanalyse gewählt wird. Hinzu kommt, dass der Ball bereits am Anfang einen Luftwiderstand erfährt und durch die Gewichtskraft die Komponente v_z systematisch zu klein ausfällt. Aus diesem Grund können aus Schülersicht plausible Abweichungen für die Anfangsgeschwindigkeit im Bereich von $\pm 5 \frac{km}{h}$ und für den Faktor β Abweichungen im Bereich von $\pm 0,2 \frac{kg}{s}$ entstehen. Für die Schüler kann daher der Wert $\beta = 0,142 \frac{kg}{s}$ von WESSON, der in der Literatur am häufigsten zu lesen ist, verwendet werden.

Die Abweichungen bei der Bestimmung der Geschwindigkeit stellen jedoch keinen Nachteil dar. Im Gegenteil: durch die Diskussion und der Suche nach Gründen für die Abweichung lernen die Schüler, dass Messungen immer mit Messfehlern einhergehen. Die Frage ist nur, ob die Abweichungen realistisch sind. Stimmen die Flugkurven direkt überein ist eine Diskussion wenig lehrreich. Um die Einflüsse der Parameter zu untersuchen wurde daher eine Excel-Tabelle erstellt, mit der die Parameter über Schieberegler eingestellt werden können. Durch Variation der Parameter haben die Schüler die Möglichkeit die optimalen Parameter zu bestimmen und die Abweichungen qualitativ zu diskutieren.

4.6.7. Abschusswinkel für maximale Reichweite beim Torwartabstoß

In Abschnitt 4.5 wurde gezeigt, dass unter Idealbedingungen der Abschusswinkel 45° beträgt, um eine möglichst große Reichweite zu erzielen. Doch gilt dies auch für den Fall, wenn der Luftwiderstand berücksichtigt wird? Vermutlich gehen die meisten davon aus, dass sich auch im Fall von Luftreibung dieser Winkel nicht ändert.

Diese Überlegung ist aus mathematischer Sicht nicht analytisch sondern nur numerisch lösbar. Zur Lösung dieses Problems wird die Lambertsche W-Funktion (auch Omegafunktion) benötigt, die nach dem schweizerischem Mathematiker Johann Heinrich LAMBERT (1728 - 1777) benannt ist. Die Funktion wird benötigt, um Gleichungen des Typs

$$f(x) \cdot e^{g(x)} + h(x) = a \quad (4.44)$$

zu lösen. Um das Problem numerisch zu lösen wird dabei die Taylor-Reihe der (normalen) lambertschen W-Funktion

$$W(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-n)^{n-1}}{n!} \cdot x^n = x - x^2 + \frac{3}{2}x^3 - \frac{8}{3}x^4 + \frac{125}{24}x^5 - \frac{54}{5}x^6 + \dots \quad (4.45)$$

benötigt. Für den Aufprall des Balls auf den Boden gilt $z = 0$. Einsetzen von $z = 0$ in die Ortskurve des Balles (siehe Gl. (4.39)) führt auf eine Gleichung für die Flugweite x , die von dem Abschusswinkel α und der Abschussgeschwindigkeit v_0 abhängt. Zur Vereinfachung und aus Gründen der Übersicht werden dabei mehrere Terme zusammengefasst:

$$0 = x \cdot \left(\underbrace{\tan(\alpha) + \frac{mg}{\beta \cdot v_0 \cdot \cos(\alpha)}}_a \right) + \underbrace{\frac{m^2 g}{\beta^2}}_b \cdot \ln \left(1 - \underbrace{\frac{\beta}{m \cdot v_0 \cdot \cos(\alpha)}}_c \cdot x \right). \quad (4.46)$$

Die daraus resultierende Gleichung

$$0 = ax + b \cdot \ln(1 - cx) \quad (4.47)$$

ergibt umgeformt

$$e^{-\frac{a}{b}x} + cx = 1. \quad (4.48)$$

Diese Gleichung entspricht der Form von Gl. (4.44) und ist damit durch die Lambertsche W-Funktion lösbar. Der auf dem Programm *Mathematica* basierende Internetdienst *WolframAlpha*¹⁸ zum Lösen von Gleichungen gibt für Gl. (4.48) die folgende Lösung an:

$$x = \frac{b}{a} \cdot W \left(-\frac{a}{bc} \cdot e^{-\frac{a}{bc}} \right) + \frac{1}{c}. \quad (4.49)$$

Mit Hilfe einer Tabellenkalkulation kann nun über die Koeffizienten $\frac{(-n)^{n-1}}{n!}$, $n = 1, 2, \dots$ aus Gl. (4.45) für jeden Abschusswinkel α die Flugweite x errechnet werden. Die Näherung der W-Funktion bis zum $n = 143$. Grad liefert dabei für eine Abschussgeschwindigkeit $v_0 = 100 \frac{km}{h}$, die in Abb. A.2 dargestellten Ergebnisse.

In Abb. A.2 wurde die Funktion mit einem Polynom 5. Grades angepasst. Die Funktion lautet mit gerundeten Werten

$$f(x) = 4,98 + 1,95x - 0,014x^2 - 5,46 \cdot 10^{-4}x^3 + 8,12 \cdot 10^{-6}x^4 - 3,39 \cdot 10^{-8}x^5. \quad (4.50)$$

¹⁸Die Bestimmung der Lösung dieser Gleichung erfolgte mit WolframAlpha <http://www.wolframalpha.com/> und dem Befehl `solve exp(-a/b*x) + c*x=1`

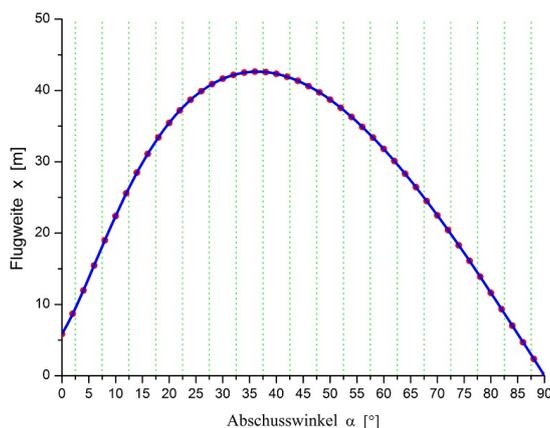


Abb. 4.31: Flugweite in Abhängigkeit des Abschusswinkels α für $v_0 = 100 \frac{km}{h}$

Mit der Ableitung $\frac{df}{d\alpha} = 0$ beträgt die Lösung für den optimalen Abschusswinkel $\alpha \approx 36,6^\circ$. Dieser Wert stimmt nahezu mit dem von TOLAN angegebenen Wert von $36,5^\circ$ überein [vgl. Tol10a, S.210]. Bei Betrachtung von Abb. 4.31 fällt auf, dass die Flugweite für einen Abschusswinkel von $\alpha = 0^\circ$ ungefähr 5 m anstelle von 0 m beträgt. Der Grund dafür liegt in der Annäherung der Lambert-Funktion. Bei einer Annäherung der Lambert-Funktion bis zum 5. Grad, würde für einen Abschusswinkel von 0° sogar eine Weite von ca. 30 m resultieren (vgl. Abb. A.2). Daher muss die Lambert-Funktion so exakt angenähert werden.

4.7. Flugbahn eines Bananenschusses

Es soll nun ein Bananenschuss betrachtet werden, der unter einem Winkel α und der Geschwindigkeit v_o geschossen wird. Dabei soll x die Weite, y die seitliche Ablenkung und z die Höhe des dreidimensionalen Koordinatensystems sein.

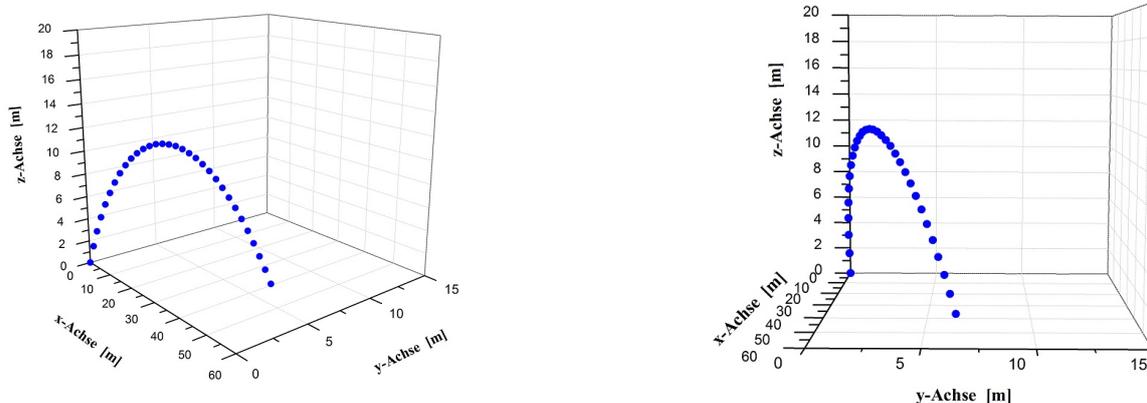


Abb. 4.32: Flugbahn eines Bananenschusses im dreidimensionalen Koordinatensystem

Die Herleitung entspricht in weiten Teilen wie sie bei LAUMANN in seiner Arbeit *Die Physik der Bananenflanke* [vgl. Lau11, S.20 - 27] zu finden ist. Um die Bewegungsgleichung aufzustellen, müssen zunächst alle auftretenden Kräfte beschrieben werden. Die Gewichtskraft wirkt stets in negativer z -Richtung. Der Luftwiderstand wirkt der Bewegungsrichtung entgegen und die Magnuskraft wirkt senkrecht zur Bewegungsrichtung \vec{v} und Rotationsachse $\vec{\omega}$. Zur Vereinfachung wird nur eine Rotation um die z -Achse betrachtet, so dass $\vec{\omega}$ nur eine z -Komponente aufweist. Der Schuss soll anfangs noch keine Geschwindigkeit in y -Richtung erhalten, so dass für die Anfangsbedingungen der Geschwindigkeiten

$$\vec{v}(0) = \begin{pmatrix} v_x(0) \\ v_y(0) \\ v_z(0) \end{pmatrix} = v_o \cdot \begin{pmatrix} \sin(\alpha) \\ 0 \\ \cos(\alpha) \end{pmatrix} \quad (4.51)$$

gilt. Die auf den Ball wirkende Kraft \vec{F}_{Gesamt} setzt sich folgendermaßen zusammen:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{Gesamt} &= \vec{F}_{Gewicht} + \vec{F}_{Luftwiderstand} + \vec{F}_{Magnus} \\ m \frac{d\vec{v}}{dt} &= -mg\hat{e}_z - \beta \cdot \vec{v} + \gamma \cdot \vec{\omega} \times \vec{v} \end{aligned} \quad (4.52)$$

$$m \cdot \begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{pmatrix} = -m \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} - \beta \cdot \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} + \gamma \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$$

Komponentenweise betrachtet ergeben sich daraus folgende drei inhomogene Differentialgleichungen:

$$m\dot{v}_x = -\beta v_x - \gamma\omega v_y \quad (4.53)$$

$$m\dot{v}_y = -\beta v_y + \gamma\omega v_x \quad (4.54)$$

$$m\dot{v}_z = -mg - \beta v_z \quad (4.55)$$

Die Gleichungen (4.53) und (4.54) müssen zunächst entkoppelt werden. Dazu wird zunächst Gl. (4.53) nach v_y aufgelöst und die zeitliche Ableitung \dot{v}_y gebildet:

$$v_y = -\frac{m}{\gamma\omega} \dot{v}_x - \frac{\beta}{\gamma\omega} v_x \quad \Rightarrow \quad \dot{v}_y = -\frac{m}{\gamma\omega} \ddot{v}_x - \frac{\beta}{\gamma\omega} \dot{v}_x \quad (4.56)$$

Einsetzen in Gl. (4.54) liefert eine von v_y unabhängige Differentialgleichung zweiter Ordnung für v_x :

$$m \cdot \left(-\frac{m}{\gamma\omega} \ddot{v}_x - \frac{\beta}{\gamma\omega} \dot{v}_x \right) = -\beta \cdot \left(-\frac{m}{\gamma\omega} \dot{v}_x - \frac{\beta}{\gamma\omega} v_x \right) + \gamma\omega v_x$$

$$\ddot{v}_x + \frac{2\beta}{m} \cdot \dot{v}_x + \left(\frac{\beta^2}{m^2} + \frac{\gamma^2\omega^2}{m^2} \right) \cdot v_x = 0$$

4.7.1. Bewegungsgleichung für die x-Komponente

Diese Differentialgleichung ist nun nicht mehr wie in Abschnitt 4.6.1 zu lösen und muss mit einer Exponentialfunktion

$$v_x(t) = A \cdot e^{\lambda t}, \quad \dot{v}_x(t) = \lambda \cdot A \cdot e^{\lambda t}, \quad \ddot{v}_x(t) = \lambda^2 \cdot A \cdot e^{\lambda t}$$

gelöst werden. Einsetzen und Division durch $A \cdot e^{\lambda t} \neq 0$ ergibt

$$\lambda^2 \cdot A \cdot e^{\lambda t} + \frac{2\beta}{m} \cdot \lambda \cdot A \cdot e^{\lambda t} + \left(\frac{\beta^2}{m^2} + \frac{\gamma^2\omega^2}{m^2} \right) \cdot A \cdot e^{\lambda t} = 0$$

$$\lambda^2 + \frac{2\beta}{m} \cdot \lambda + \left(\frac{\beta^2}{m^2} + \frac{\gamma^2\omega^2}{m^2} \right) = 0$$

mit der Lösung

$$\lambda_{1,2} = -\frac{\beta}{m} \pm i \frac{\gamma\omega}{m}.$$

Die allgemeine Lösung für v_x lautet damit

$$v_x(t) = A_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + A_2 \cdot e^{\lambda_2 t}$$

$$= e^{-\frac{\beta}{m} t} \cdot \left(A_1 \cdot e^{i \frac{\gamma\omega}{m} t} + A_2 \cdot e^{-i \frac{\gamma\omega}{m} t} \right),$$

wobei A_1 und A_2 reelle Koeffizienten sind. Mit $e^{i\phi} = \cos(\phi) + i \cdot \sin(\phi)$ sowie den Zusammenhängen $\cos(x) = \cos(-x)$ sowie $\sin(x) = -\sin(-x)$ für die beiden trigonometrischen Funktionen ergibt sich unter Zusammenfassung der Sinus- und Kosinusterme:

$$v_x(t) = e^{-\frac{\beta}{m} t} \cdot \left[A_1 \cdot \cos\left(\frac{\gamma\omega}{m} t\right) + i \cdot A_1 \cdot \sin\left(\frac{\gamma\omega}{m} t\right) + A_2 \cdot \cos\left(\frac{\gamma\omega}{m} t\right) - i \cdot A_2 \cdot \sin\left(\frac{\gamma\omega}{m} t\right) \right]$$

$$= e^{-\frac{\beta}{m} t} \cdot \left[(A_1 + A_2) \cdot \cos\left(\frac{\gamma\omega}{m} t\right) + i \cdot (A_1 - A_2) \cdot \sin\left(\frac{\gamma\omega}{m} t\right) \right]. \quad (4.57)$$

Da $v_x(0) = A_1 + A_2$ folgt aus der Anfangsbedingung $v_x(0) = v_o \cdot \cos(\alpha)$ aus Gl. (4.51):

$$A_1 + A_2 = v_o \cdot \cos(\alpha). \quad (4.58)$$

Zur Lösung der Differentialgleichung für die y -Komponente wird noch die zeitliche Ableitung von Gl. (4.57) benötigt:

$$\dot{v}_x(t) = -\frac{\beta}{m} \cdot v_x(t) + e^{-\frac{\beta}{m}t} \cdot \left[i \cdot (A_1 - A_2) \cdot \frac{\gamma\omega}{m} \cdot \cos\left(\frac{\gamma\omega}{m}t\right) - (A_1 + A_2) \cdot \frac{\gamma\omega}{m} \cdot \sin\left(\frac{\gamma\omega}{m}t\right) \right]. \quad (4.59)$$

4.7.2. Bewegungsgleichung für die y -Komponente

Mit Gl. (4.59) kann nun die Differentialgleichung (4.56) für die Geschwindigkeit in y -Richtung gelöst werden. Einsetzen von Gl. (4.59) ergibt eine von v_x unabhängige Gleichung:

$$\begin{aligned} v_y(t) &= -\frac{m}{\gamma\omega} \cdot \left(-\frac{\beta}{m}\right) \cdot v_x(t) \\ &\quad - \frac{m}{\gamma\omega} \cdot e^{-\frac{\beta}{m}t} \cdot \left[i \cdot (A_1 - A_2) \cdot \frac{\gamma\omega}{m} \cdot \cos\left(\frac{\gamma\omega}{m}t\right) - (A_1 + A_2) \cdot \frac{\gamma\omega}{m} \cdot \sin\left(\frac{\gamma\omega}{m}t\right) \right] \\ &\quad - \frac{\beta}{\gamma\omega} \cdot v_x(t) \\ &= e^{-\frac{\beta}{m}t} \cdot \left[(A_1 + A_2) \cdot \sin\left(\frac{\gamma\omega}{m}t\right) - i \cdot (A_1 - A_2) \cdot \cos\left(\frac{\gamma\omega}{m}t\right) \right]. \end{aligned}$$

Mit der Anfangsbedingung für die Geschwindigkeit in y -Richtung aus Gl. (4.51) folgt:

$$v_y(0) = -i \cdot (A_1 - A_2) \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad A_1 = A_2. \quad (4.60)$$

Damit sind mit Gl. (4.58) und (4.60) die beiden Koeffizienten A_1 und A_2 bestimmt:

$$A_1 = A_2 = \frac{1}{2} v_o \cdot \cos(\alpha) \quad (4.61)$$

4.7.3. Bewegungsgleichung für die z -Komponente

Der Schuss mit Rotation um die z -Achse hat keinen Einfluss auf die z -Komponente. Aus diesem Grund ändert sich die Bewegungsgleichung für z gegenüber der Betrachtung aus Abschnitt 4.6.2 nicht, wie der Vergleich der beiden Differentialgleichungen für z , Gl. (4.33) und (4.55), zeigt. Damit lautet die Lösung der drei Differentialgleichungen für einen Bananenschuss

$$v_x(t) = v_o \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos\left(\frac{\gamma\omega}{m}t\right) \cdot e^{-\frac{\beta}{m}t} \quad (4.62)$$

$$v_y(t) = v_o \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin\left(\frac{\gamma\omega}{m}t\right) \cdot e^{-\frac{\beta}{m}t} \quad (4.63)$$

$$v_z(t) = \left(v_o \cdot \sin(\alpha) + \frac{mg}{\beta}\right) \cdot e^{-\frac{\beta}{m}t} - \frac{mg}{\beta}. \quad (4.64)$$

4.7.4. Resultierende Ortskurve

Um nun die Ortskurve des Bananenschusses zu erhalten müssen die Geschwindigkeitskomponenten integriert werden. Die Integration mit dem Internetdienst *WolframAlpha* ergibt

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{m}{\gamma^2\omega^2 + \beta^2} \cdot v_o \cdot \cos(\alpha) \cdot e^{-\frac{\beta}{m}t} \cdot \left[\gamma\omega \cdot \sin\left(\frac{\gamma\omega}{m}t\right) - \beta \cdot \cos\left(\frac{\gamma\omega}{m}t\right)\right] + x_o \\ y(t) &= -\frac{m}{\gamma^2\omega^2 + \beta^2} \cdot v_o \cdot \cos(\alpha) \cdot e^{-\frac{\beta}{m}t} \cdot \left[\beta \cdot \sin\left(\frac{\gamma\omega}{m}t\right) + \gamma\omega \cdot \cos\left(\frac{\gamma\omega}{m}t\right)\right] + y_o \\ z(t) &= \left(v_o \cdot \sin(\alpha) + \frac{mg}{\beta}\right) \cdot \left(-\frac{m}{\beta}\right) \cdot e^{-\frac{\beta}{m}t} - \frac{mg}{\beta}t + z_o. \end{aligned}$$

Die Integrationskonstanten x_o , y_o und z_o müssen nun durch die Anfangsbedingungen bestimmt werden. Der Ball soll sich zum Zeitpunkt $t = 0$ im Koordinatenursprung befinden, d.h.

$$x(0) \stackrel{!}{=} 0, \quad y(0) \stackrel{!}{=} 0, \quad \text{und} \quad z(0) \stackrel{!}{=} 0. \quad (4.65)$$

Die Anfangsbedingungen werden erfüllt, wenn

$$\begin{aligned} x_o &= \frac{m}{\gamma^2\omega^2 + \beta^2} \cdot v_o \cdot \cos(\alpha) \cdot \beta \\ y_o &= \frac{m}{\gamma^2\omega^2 + \beta^2} \cdot v_o \cdot \cos(\alpha) \cdot \gamma\omega \\ z_o &= \left(v_o \cdot \sin(\alpha) + \frac{mg}{\beta}\right) \cdot \frac{m}{\beta} \end{aligned}$$

gewählt werden. Damit kann nun die Ortskurve des Balles vollständig durch folgendes Ergebnis beschrieben werden.¹⁹

¹⁹Es sei angemerkt, dass das Ergebnis der Ortskurve viel allgemeiner ist und nicht nur auf einen Fußball beschränkt ist.

Ortskurve des Balles bei einem Bananenschuss

$$x(t) = \frac{m}{\gamma^2 \omega^2 + \beta^2} \cdot v_o \cdot \cos(\alpha) \cdot \left[\beta + \left(\gamma \omega \cdot \sin\left(\frac{\gamma \omega}{m} t\right) - \beta \cdot \cos\left(\frac{\gamma \omega}{m} t\right) \right) \cdot e^{-\frac{\beta}{m} t} \right] \quad (4.66)$$

$$y(t) = \frac{m}{\gamma^2 \omega^2 + \beta^2} \cdot v_o \cdot \cos(\alpha) \cdot \left[\gamma \omega - \left(\beta \cdot \sin\left(\frac{\gamma \omega}{m} t\right) + \gamma \omega \cdot \cos\left(\frac{\gamma \omega}{m} t\right) \right) \cdot e^{-\frac{\beta}{m} t} \right] \quad (4.67)$$

$$z(t) = \left(\frac{m}{\beta} v_o \cdot \sin(\alpha) + \frac{m^2 g}{\beta^2} \right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\beta}{m} t} \right) - \frac{m g}{\beta} t \quad (4.68)$$

Für den rotationsfreien Fall mit $\omega = 0$ wird das Ergebnis der Flugkurve eines Torwartabstoßes [vgl. Gl. (4.32) und Gl. (4.36)] sowie $y(t) = 0$ reproduziert, der ohne seitliche Ablenkung betrachtet wurde.

4.7.5. Modellierung mit *Dynasys*

Für die Modellierung einer Bananenflanke muss das Modell eines Torwartabstoßes (siehe Abb. 4.24) um die Magnus-Kraft (siehe Gl. (4.8)) ergänzt werden. Diese soll, wie oben gefordert, nur durch die Rotation des Balles um die z -Achse hervorgerufen werden und damit nur die x - und y -Komponente beeinflussen. Die Eingabe der in allen drei Richtungen wirkenden Beschleunigungen ist eine direkte Umsetzung der Differentialgleichungen Gl. (4.53) - (4.55). Dies führt auf ein Modell wie in Abb. 4.33 zu sehen ist. Die zugehörigen Zustandsgleichungen sind in Abb. 4.34 dargestellt.

Das Modell aus Abb. 4.33 eignet sich noch nicht für den Schülergebrauch sofern erwartet wird, dass die Schüler dieses Modell selbst entwickeln. Aus diesem Grund wird an späterer Stelle ein einfacheres, schülergerechtes Modell präsentiert. Dieses Modell kann höchstens zur Simulation dienen und sollte in diesem Fall den Schülern als fertiges Modell zur Verfügung gestellt werden.

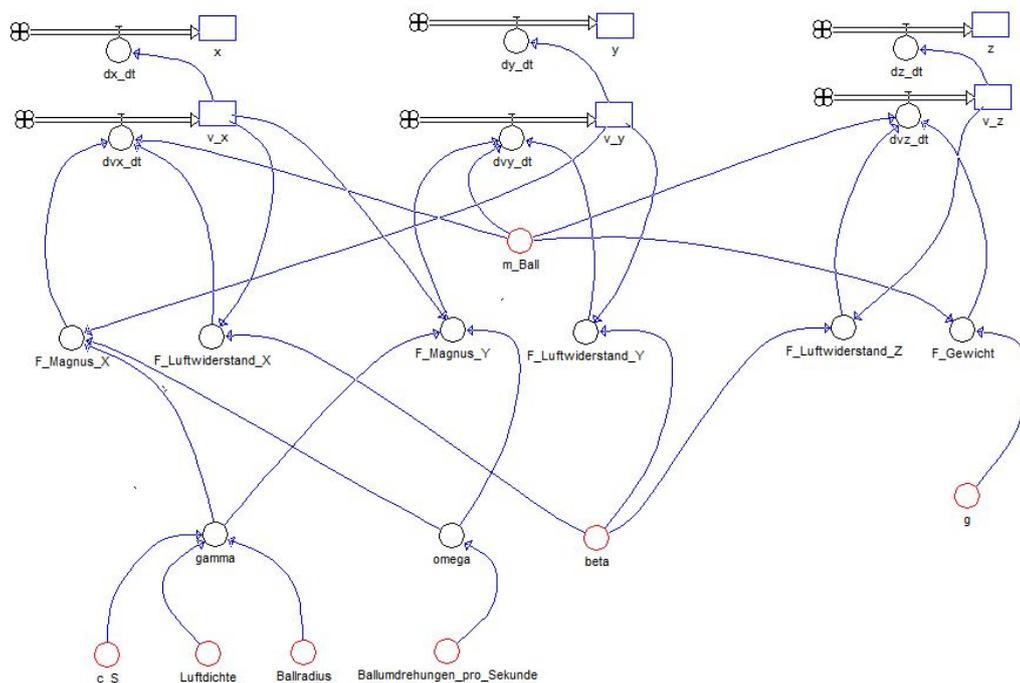


Abb. 4.33: DYNASYS-Modell einer Bananenflanke

Zustandsgleichungen

$$v_{x,neu} = v_{x,alt} + dt \cdot (dvx_dt)$$

Startwert $v_x = 100/3,6 \cdot \cos(40 \cdot \pi/180)$

$$x_{neu} = x_{alt} + dt \cdot (dx_dt)$$

Startwert $x = 0$

$$v_{z,neu} = v_{z,alt} + dt \cdot (dvz_dt)$$

Startwert $v_z = 100/3,6 \cdot \sin(40 \cdot \pi/180)$

$$z_{neu} = z_{alt} + dt \cdot (dz_dt)$$

Startwert $z = 0$

$$v_{y,neu} = v_{y,alt} + dt \cdot (dvy_dt)$$

Startwert $v_y = 0$

$$y_{neu} = y_{alt} + dt \cdot (dy_dt)$$

Startwert $y = 0$

Zustandsänderungen

$$dvx_dt = (F_Magnus_X + F_Luftwiderstand_X) / m_Ball$$

$$dvz_dt = (F_Gewicht + F_Luftwiderstand_Z) / m_Ball$$

$$dx_dt = v_x$$

$$dz_dt = v_z$$

$$dy_dt = v_y$$

$$dvy_dt = (F_Magnus_Y + F_Luftwiderstand_Y) / m_Ball$$

Parameter

$$\beta = 0,142$$

$$m_Ball = 0,45$$

$$g = 9,81$$

$$Ballradius = 0,11$$

$$Ballumdrehungen_pro_Sekunde = 4$$

$$c_S = 0,2$$

$$Luftdichte = 1,184$$

Zwischenwerte

$$\gamma = 0,5 \cdot c_S \cdot Luftdichte \cdot \pi \cdot \text{Quadrat}(Ballradius) \cdot Ballradius$$

$$F_Luftwiderstand_X = -\beta \cdot v_x$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot Ballumdrehungen_pro_Sekunde$$

$$F_Luftwiderstand_Y = -\beta \cdot v_y$$

$$F_Luftwiderstand_Z = -\beta \cdot v_z$$

$$F_Magnus_Y = \gamma \cdot \omega \cdot v_x$$

$$F_Gewicht = -m_Ball \cdot g$$

$$F_Magnus_X = -\gamma \cdot \omega \cdot v_y$$

Abb. 4.34: Zustandsgleichungen für die Modellierung einer Bananenflanke aus Abb. 4.33

4.7.6. Videoanalyse mit *VidAnToo*

Der Bananenschuss ist sowohl in der Durchführung als auch in der Auswertung der schwierigste der betrachteten Schüsse. Zur Aufnahme dieses Schusses werden mindestens zwei Kameras benötigt, sofern diese über eine entsprechend hohe Auflösung verfügen, um die Rotation des Balls quantitativ auswerten zu können. Dies ist für die vorliegenden Kameras nicht der Fall. Daher wird die Hochgeschwindigkeitskamera als dritte Kamera eingesetzt, um den Drall des Balls aufzunehmen. Eine Skizze des Versuchs mit den entsprechenden Abmessungen ist im Anhang (Abb. D.3) beigelegt. Die Positionen wurden so gewählt, dass die ermittelten Werte alle positiv ausfallen, um die Schüler nicht durch Vorzeichen zu irritieren. Der Ball fliegt somit in jeder Aufnahme von links nach rechts. Dies ist jedoch nur für einen Rechtsfuß möglich. Für die Aufnahme wurde ein $28 \times 5 \text{ m}$ großes Feld mit Pylonen aufgebaut, die zwei Linien im Abstand von 5 m bilden. Der Abstand der Pylonen entlang einer Linie beträgt jeweils 4 m . Die Markierungen müssen auf dem Bild der Kamera, die den Schuss frontal aufnimmt, gut erkennbar sein, da über den Abstand der Pylonen (in Pixeln) die y -Koordinaten aufgrund der perspektivischen Verzerrungen korrigiert werden müssen. Der Schütze muss den Ball mit möglichst viel Drall entlang der Linie der Pylonen spielen, damit die seitliche Ablenkung allein durch den Magnus-Effekt hervorgerufen wird. Als Koordinatenursprung wird der am Anfang ruhende Ball gewählt. Die Koordinaten des Punktes, auf dem der Ball gelandet ist, wurden mit einem Maßband ausgemessen. Sie ergeben eine Flugweite des Balles von $27,6 \text{ m}$ mit einer seitlichen Ablenkung von $4,7 \text{ m}$.



Abb. 4.35: Bildausschnitt der Videoanalyse eines Bananenschusses aus der Seitenansicht

Die Flugweite x und Flughöhe z des Balls wird durch die Videoanalyse des Videos aus der Seitenansicht (siehe Abb. 4.35) gewonnen. Da durch die seitliche Ablenkung, die aus Sicht dieser Kamera eine Ablenkung nach hinten darstellt, ebenfalls eine perspektivische Verzerrung resultiert, muss dies bei der Skalierung berücksichtigt werden. Daher wird die Skalierung weder an der vorderen Pylonen-Linie noch an der hinteren vorgenommen. Als Referenzstrecke dient die dokumentierte Flugweite von $27,6 \text{ m}$ zwischen

dem gewählten Koordinatenursprung und dem Landepunkt des Balls. Für die Fehler bei der Bestimmung der Strecken werden $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \pm 0,2 m$ angenommen. Je nach Skalierung entspricht dies einer Abweichung von 2-3 Pixel.

Für die Korrektur der y -Koordinaten wird der zeitliche Verlauf der x -Koordinate des Balls benötigt. Dazu werden die per Videoanalyse ermittelten x -Koordinaten aus Tab. B.6 mit einer Polynomregression zweiten Grades angepasst (siehe Abb. 4.36).

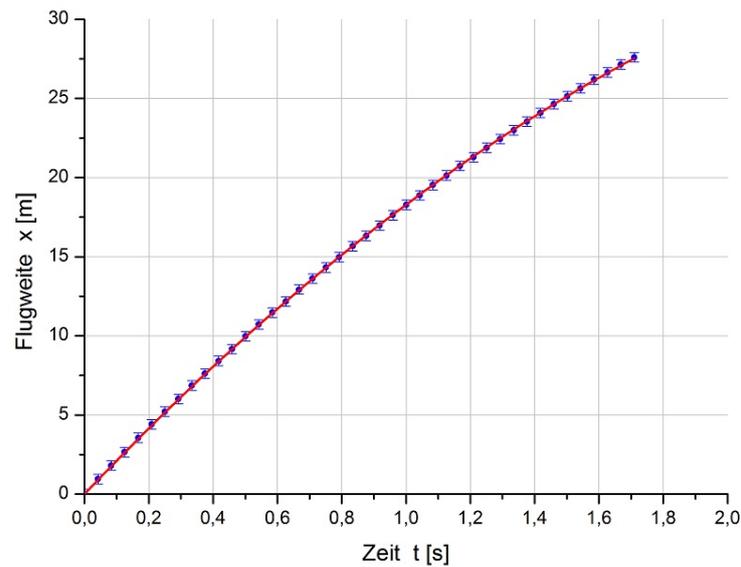


Abb. 4.36: x - t -Diagramm für den Bananenschuss für die ortsabhängige Skalierung der y -Achse

Dies ergibt für den zeitlichen Verlauf der x -Komponente die Beziehung

$$x(t) = -3,0772 \cdot t^2 + 21,36494 \cdot t \quad (4.69)$$

Mit Gl. (4.69) können nun die in Tab. 4.8 aufgeführten Zeiten berechnet werden, nach denen der Ball die jeweiligen Markierungslinien der Pylonen nach $x = 4, 8, \dots, 28 m$ erreicht.

x [m]	0	4	8	12	16	20	24	28
t [s]	0	0,193	0,397	0,616	0,854	1,115	1,409	1,752

Tab. 4.8: Flugzeiten des Balles bis zur Überquerung der Markierungslinien

4.7.6.1. Korrektur der y -Koordinaten

In Abb. 4.37 ist die perspektivische Verzerrung deutlich zu erkennen, so dass die jeweiligen Distanzen von 5 m der Pylonen umso größer erscheinen, je näher sie sich zu der Kamera befinden.

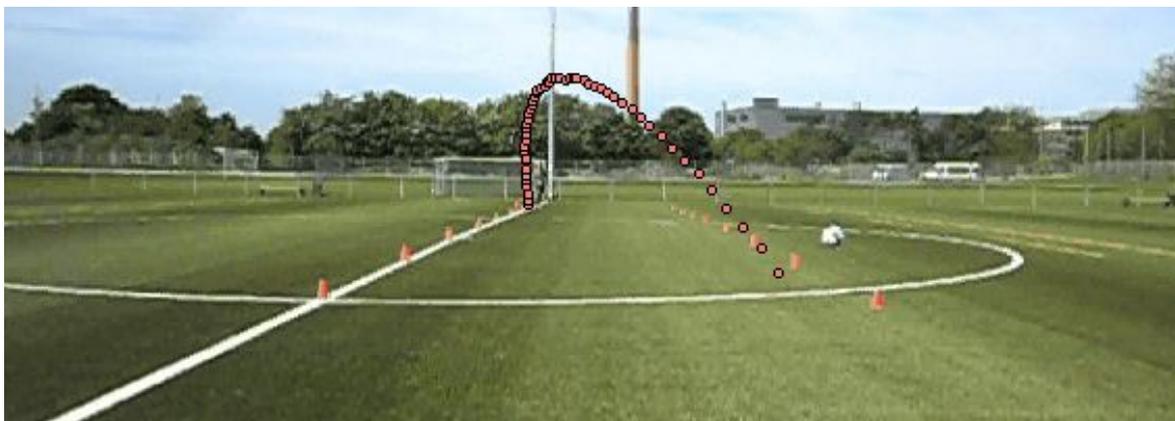


Abb. 4.37: Bildausschnitt der Videoanalyse eines Bananenschusses aus der Frontalansicht

Aus diesem Grund muss den ermittelten y -Koordinaten eine positions- bzw. zeitabhängige Skalierung in $\frac{m}{\text{Pixel}}$ zu Grunde gelegt werden. Dazu werden die Koordinaten der Pixel jeder einzelnen Pylone ausgemessen (siehe Abb. 4.38).

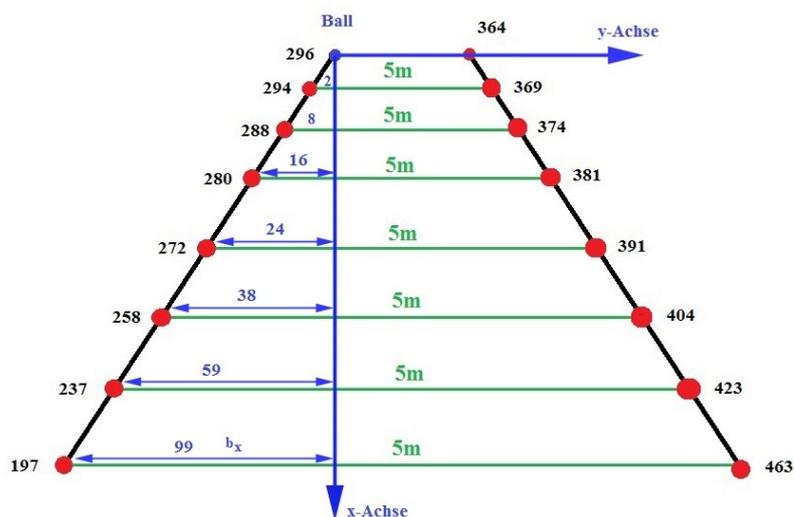
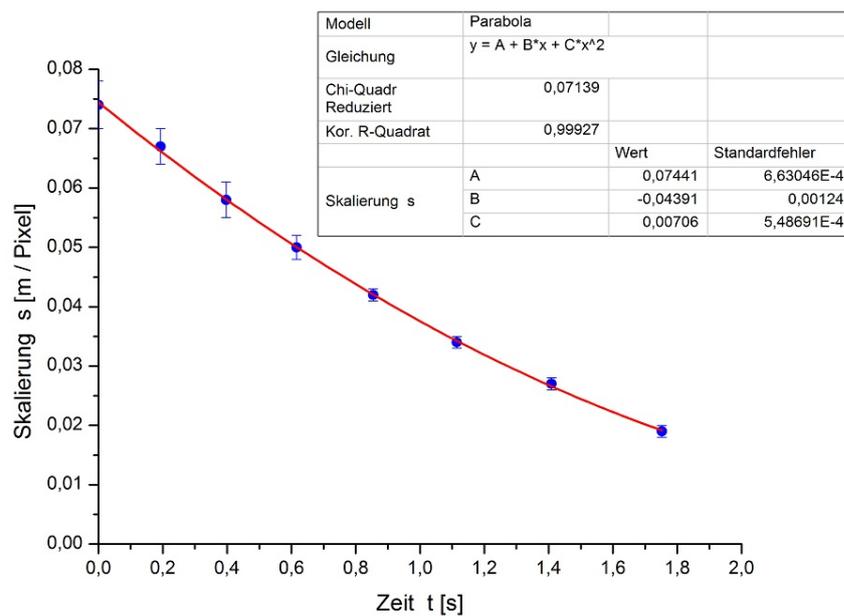


Abb. 4.38: Pixelweise Bestimmung der 5 m breiten Pylonen-Linien

Über die in Tab. 4.9 aufgeführten Differenzen der Pixel jeder Linie wird mit den ermittelten Zeiten aus Tab. 4.8 die zeitabhängige Skalierung s mit einer Polynomregression zweiten Grades bestimmt (siehe Abb. 4.39). Für die Bestimmung der Positionen der Pylonen wird jeweils ein Fehler von zwei Pixeln angenommen.

t	Pylonen links	Pylonen rechts	Differenz	Skalierung s
[s]	[Pixel]	[Pixel]	[Pixel]	[m/Pixel]
0,000	296 ± 2	364 ± 2	68 ± 4	0,0735 ± 0,0043
0,193	294 ± 2	369 ± 2	75 ± 4	0,0667 ± 0,0036
0,397	288 ± 2	374 ± 2	86 ± 4	0,0581 ± 0,0027
0,616	280 ± 2	381 ± 2	101 ± 4	0,0495 ± 0,0020
0,854	272 ± 2	391 ± 2	119 ± 4	0,0420 ± 0,0014
1,115	258 ± 2	404 ± 2	146 ± 4	0,0342 ± 0,0009
1,409	237 ± 2	423 ± 2	186 ± 4	0,0269 ± 0,0006
1,752	197 ± 2	463 ± 2	266 ± 4	0,0188 ± 0,0003

Tab. 4.9: Skalierung der y -Achse auf Höhe der Pylonen-LinienAbb. 4.39: Darstellung der zeitabhängigen Skalierung der y -Achse

Die zugehörige Funktion s der Skalierung lautet damit

$$s(t) = (0,00698 \cdot t^2 - 0,04379 \cdot t + 0,07443) \frac{m}{Pixel}. \quad (4.70)$$

Zu den ermittelten y -Koordinaten sind noch die in Abb. 4.38 mit blauen Pfeilen markierten Strecken b_x (in Pixel) mit der jeweiligen Skalierung zu addieren, da als Koordinatenursprung der anfangs ruhende Ball gewählt wurde.

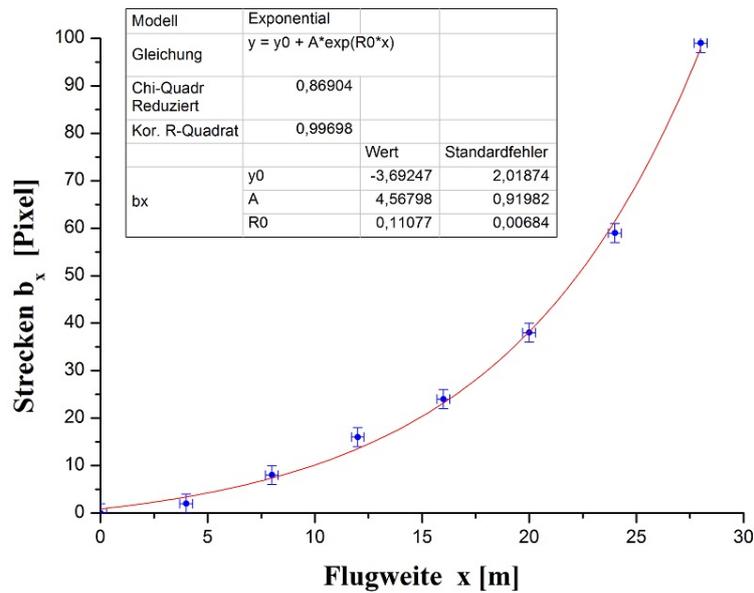


Abb. 4.40: Darstellung der Korrektur-Strecken b_x als Funktion der Ortskoordinate x

Für diesen Zusammenhang eignet sich eine exponentielle Regression gemäß

$$b_x(x) = (-3,69247 + 4,56798 \cdot e^{0,11077 \cdot x}) \text{ Pixel}. \quad (4.71)$$

Ausgehend von der Skalierung $s_0 = 0,0735 \frac{m}{\text{Pixel}}$ der Pylonen-Linie, die durch den Koordinatenursprung verläuft, lautet die endgültige Formel für die Korrektur der y -Koordinaten

$$y_{\text{Korrektur}}(t) = \left(\frac{y_{\text{Analyse}}(t)}{s_0} + b_x(x) \right) \cdot s(t). \quad (4.72)$$

4.7.6.2. Bestimmung der Winkelgeschwindigkeit

Die Winkelgeschwindigkeit des Balles wird mit der Aufnahme der Hochgeschwindigkeitskamera bestimmt. Der Ball wurde dafür mit einem dünnen Streifen Klebeband umwickelt, damit die Rotation des Balls deutlicher zu erkennen ist. Zwischen den Frames 810 und 1007 lassen sich genau $\Delta n = 4,5$ Umdrehungen abzählen. Bei einer Bildrate von 210 fps und der daraus resultierenden Skalierung der Zeit von $0,00476 \frac{s}{\text{frame}}$ beträgt die Zeit Δt zwischen den betrachteten Frames

$$\Delta t = 197 \text{ frames} \cdot 0,00476 \frac{s}{\text{frame}} = 0,938 \text{ s}.$$

Dies entspricht bei $\Delta n = 4,5$ Umdrehungen einer Winkelgeschwindigkeit von

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{\Delta n}{\Delta t} = 30,1 \frac{1}{s}. \quad (4.73)$$

Die Winkelgeschwindigkeit kann als fehlerlos angenommen werden, da die Bestimmung der Umdrehungen nahezu fehlerlos ist und die Zeit über die feste Bildrate der Kamera bestimmt wird.

4.7.7. Vergleich zwischen Modell und Realität

Die Bestimmung der Ortskoordinaten mit einer Videoanalyse sowie die korrigierten y -Koordinaten sind in Tab. B.6 aufgeführt. Für den Vergleich mit der theoretischen Flugkurve wird für jede Komponente der zeitliche Verlauf betrachtet. Dazu werden die Daten mit den Gleichungen (4.66) - (4.68) angepasst und für $\beta = 0,123 \pm 0,003 \frac{kg}{s}$ der in Gl. (4.43) ermittelte Wert verwendet.

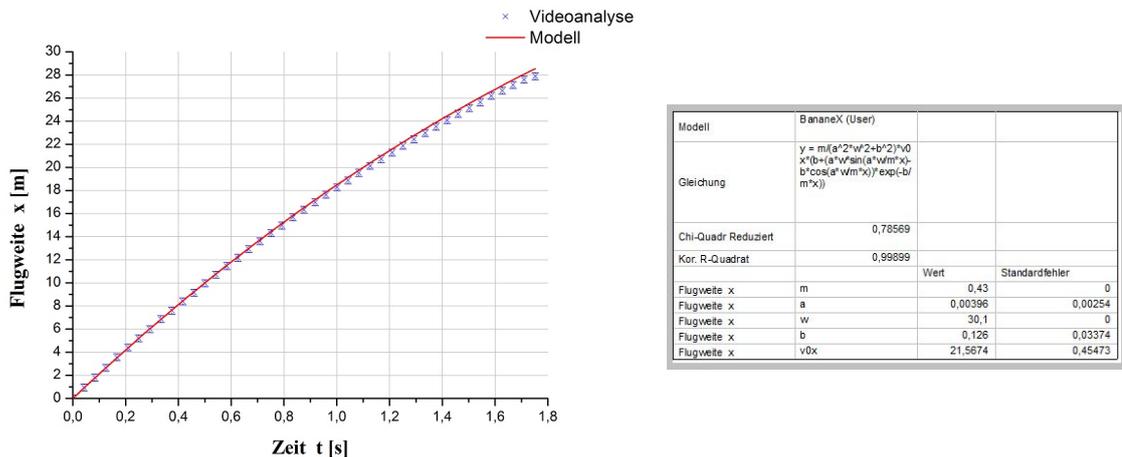
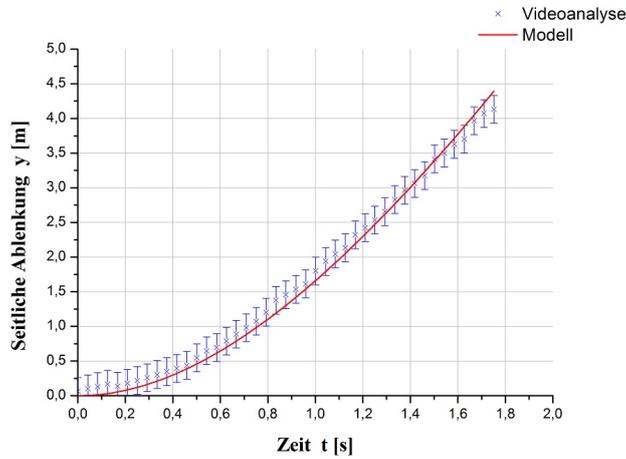


Abb. 4.41: Zeitlicher Verlauf der ermittelten x -Komponenten mit Näherung durch Gl. (4.66) für einen Bananenschuss

Die Anpassung des x - t -Diagramms aus Abb. 4.41 führt auf die Geschwindigkeit $v_{ox} = 21,57 \pm 0,45 \frac{m}{s}$. Der Faktor γ wird aus dem y - t -Verlauf entnommen, da er für die seitliche Ablenkung des Balls relevant ist und die x -Komponenten einer perspektivischen Verzerrung unterliegen.

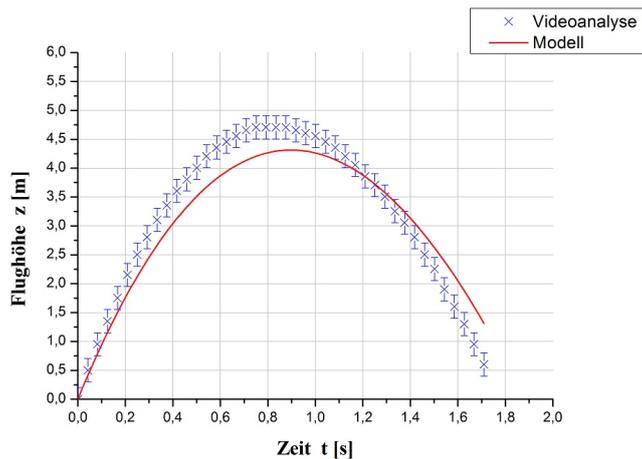
Aus dem y - t -Verlauf (Abb. 4.42) ergibt sich $\gamma = 0,00267 \pm 0,00002 kg$. Nun muss nur noch die Geschwindigkeit v_{oz} über den Verlauf der z -Komponente bestimmt werden.

Die Anpassung des z - t -Diagramms in Abb. 4.43 ergibt eine Geschwindigkeit $v_{oz} = 10,04 \pm 0,07 \frac{m}{s}$. Zur Übersicht sind alle Werte, die durch die Anpassung der jeweiligen Kurve ermittelt wurden, in Tab. 4.10 aufgeführt.



Modell		BananeY (User)	
Gleichung		$y = m/(a^2*w^2+b^2)*v0x*(a*w*(b*\sin(a*w/m*x))+a*w*\cos(a*w/m*x))*\exp(-b/m*x)$	
Chi-Quadr Reduziert	0,30089	Wert	Standardfehler
Kor. R-Quadrat	0,99305		
Seitliche Ablenkung y	m	0,43	0
	a	0,00267	2,13904E-5
	w	30,1	0
	b	0,126	0
	v0x	21,57	0

Abb. 4.42: Zeitlicher Verlauf der ermittelten y -Komponenten mit Näherung durch Gl. (4.67) für einen Bananenschuss



Modell		BananeZ (User)	
Gleichung		$z = (m/b^2*v0z+m^2*g/b^2)*(1-\exp(-b/m*t))-m*g/b*t$	
Chi-Quadr Reduziert	3,90338	Wert	Standardfehler
Kor. R-Quadrat	0,92056		
Flugh. he z	m	0,43	0
Flugh. he z	b	0,123	0
Flugh. he z	v0z	10,04016	0,0733
Flugh. he z	g	9,81	0

Abb. 4.43: Zeitlicher Verlauf der ermittelten z -Komponenten mit Näherung durch Gl. (4.68) für einen Bananenschuss

Größe	Einheit	Wert der Videoanalyse
v_{ox}	$\frac{m}{s}$	$21,57 \pm 0,45$
v_{oz}	$\frac{m}{s}$	$10,04 \pm 0,07$
γ	kg	$0,00267 \pm 0,00002 kg$
Ballumdrehungen pro Sekunde	$\frac{1}{s}$	4,8

Tab. 4.10: Durch Anpassung mit der Theorie ermittelte Parameter für einen Bananenschuss

Aus den ermittelten Daten in Tab. 4.10 werden die Anfangsgeschwindigkeit v_o wird mit Gl. (4.21), der Abschusswinkel mit Gl. (4.42) und der Auftriebsbeiwert c_S über den ermittelten Faktor γ mit Gl. (4.8) bestimmt. Die Winkelgeschwindigkeit ergibt sich durch das Produkt von 2π und den Ballumdrehungen pro Sekunde. Die ermittelten Größen sind in Tab. 4.11 aufgeführt und mit den Werten ergänzt, die für das DYNASYS-Modell relevant sind.

Größe	Einheit	Wert
Anfangsgeschwindigkeit v_o	$\frac{km}{h}$	$85,7 \pm 1,6$
Abschusswinkel α	$^\circ$	$25,0 \pm 0,5$
Ballumdrehungen pro Sekunde	$\frac{1}{s}$	4,8
Winkelgeschwindigkeit ω	$\frac{1}{s}$	30,1
Luftdichte ρ	$\frac{kg}{m^3}$	1,184
Ballradius r	m	0,11
Auftriebsbeiwert c_S	1	$1,08 \pm 0,01$
Faktor Luftwiderstand β	$\frac{kg}{s}$	$0,123 \pm 0,003$
Ballgewicht m	kg	$0,430 \pm 0,001$

Tab. 4.11: Physikalische Größen für das Modell eines Bananenschusses

Mit Ausnahme des Verlaufs der z -Komponente stimmen die Flugkurven überwiegend gut mit der Theorie überein. Die χ -Quadrate in Abb. 4.41 und Abb. 4.42 zeigen, dass die Fehler für x und y sogar geringer als angenommen ausfallen. Insbesondere in der y -Komponente wirken die Fehler aufgrund der kleineren Werte größer und stellen damit einen größeren relativen Fehler dar. Die recht große Abweichung der z -Komponente gegenüber den anderen beiden ist auf die perspektivische Verzerrung zurückzuführen, da sich der Ball von der Kamera wegbewegt. Die Werte fallen aus diesem Grund zu

groß aus. Das ist insbesondere an der Höhe $z \approx 0,6 \text{ m}$ des letzten Datenpunktes ersichtlich, bei dem der Ball in Wirklichkeit bereits auf dem Boden auftrifft. Wird diese Abweichung berücksichtigt, würde der theoretische Verlauf ungefähr mit den ermittelten Daten übereinstimmen beziehungsweise die Anpassung genauer ausfallen. Bei einer Aufnahme mit zwei Kameras ist dies aber nicht vermeidbar, da die Skalierungsfunktionen der x - und y -Koordinaten einen Zirkelbezug darstellen. Aus diesem Grund muss die perspektivische Verzerrung für die Werte hingenommen werden, bei denen dieser Effekt geringer ausfällt.

Einen großen Einfluss auf die seitliche Ablenkung übt der Auftriebsbeiwert c_S aus, für den es in der Literatur keine konkrete Angabe gibt. Der Wert fällt mit $c_S = 1,08 \pm 0,01$ recht groß gegenüber der Angabe $c_s \in [0,25; 1]$ von WESSON aus. Das der ermittelte Wert größer ausfällt kann daran liegen, dass der Ball durch den Schuss bereits eine Anfangsgeschwindigkeit in y -Richtung erhalten hat. Dadurch fallen die seitliche Ablenkung und damit c_S größer aus, womit eine Abweichung zum Modell entsteht, da die seitliche Ablenkung nicht alleine auf den Magnus-Effekt zurückzuführen ist. Diese Anfangsbedingung des Modells ist durch den Schützen nur schwer umsetzbar. Bei einem Schuss, dessen seitliche Ablenkung nicht so groß ist wie bei dem betrachteten Schuss, fällt der Auftriebsbeiwert c_S möglicherweise geringer aus. Die Angabe von WESSON, der dem Auftriebsbeiwert eine große Toleranz einräumt, kann daher mit dieser Messung nicht weiter eingeschränkt werden. Aus der Messung ist zu folgern, dass c_S eher im oberen Bereich von WESSONS Angabe liegt. Für genauere Untersuchungen müssten mehrere Messungen mit reproduzierbaren Schüssen bezüglich der Anfangsgeschwindigkeit und dem Abschusswinkel durchgeführt werden, die einem unterschiedlich starken Drall unterliegen. Dies muss jedoch in einem Versuchslabor geschehen, damit der Wind keinen Einfluss auf die Messung hat.

Fazit:

Das theoretische Modell liefert im Vergleich mit dem Realexperiment eine überwiegend gute Beschreibung. Dazu wird jedoch eine Videoaufnahme benötigt, die oben genannte Anfangsbedingungen recht gut erfüllt. Dazu sind oft häufige Wiederholungen notwendig, da der Schuss mit obigen Bedingungen recht anspruchsvoll ist. Die Abweichungen, die bei diesem Schuss auftreten, hängen von mehreren Faktoren ab, die teilweise nicht beachtet wurden. Der Einfluss der perspektivischen Verzerrung auf die x - bzw. z -Werte kann durch eine größere Distanz der Kamera verringert werden. Der Ball muss jedoch im Video erkennbar bleiben, wodurch keine beliebig große Distanz möglich ist.

Durch die Berechnungen der Korrektur-Funktionen stellt sich eine weitere Ungenauigkeit bei der Auswertung ein. Um die Arbeit dieser Korrektur-Rechnungen zu umgehen

und die wechselseitigen Beziehungen der Koordinaten zu vermeiden, ist eine Aufnahme durch eine weitere Kamera von oben eine denkbare Möglichkeit. Das ist allerdings technisch nur schwer umsetzbar, da sich die Kamera in ca. 40-50 Metern Höhe befinden sollte. Eine Lösung könnte mit einem Modell-Hubschrauber erreicht werden. Der Hubschrauber darf sich in der Luft jedoch weder in der Höhe noch seitlich bewegen oder drehen.

Weitere Abweichungen können durch den Wind verursacht werden. Die Einbeziehung des Windes in eine quantitative Beschreibung der Flugbahn ist im Allgemeinen jedoch unmöglich. Weiterhin wird die Annahme der Rotation ausschließlich um die z -Achse für eine möglichst einfache Beschreibung in der Regel nicht eintreffen und ist nur schwer umsetzbar. Ebenso schwer möglich ist es auch dem Ball keine Anfangsgeschwindigkeit in y -Richtung zu geben. Dafür müsste eine Schussmaschine verwendet werden, die reproduzierbare Schüsse liefert.

Obige Analyse zeigt jedoch, dass es möglich ist, die Flugkurve einer Bananenflanke mit einem mathematischen Modell mit bestimmten Anfangsbedingungen zu beschreiben. Eine Analyse einer anderen Aufnahme kann jedoch stets zu Abweichungen führen. Aus den Ergebnissen wird jedoch deutlich, dass die Beschreibung einer solchen Flugbahn trotz Idealisierung möglich ist. Dazu bedarf es jedoch in der Vorbereitung viel Arbeit, den Einfluss der perspektivischen Verzerrung aus den ermittelten Daten zu eliminieren. Die Skalierung hängt von der jeweils verwendeten Kamera ab, so dass die obigen Skalierungsfunktionen im Grunde genommen nur für diese Kamera und den in Abb. D.3 aufgeführten Abmessungen gilt.

5. Konzeption eines Schülerversuchstages

Bei der Konzeption eines Schülerversuchstages stellt sich nun die Frage, wie diese für Schüler anspruchsvolle Theorie schülergerecht dargestellt werden kann. Differentialgleichungen sind in der Regel nicht Inhalt des Lehrplans. Im Leistungskurs werden zwar Differentialgleichungen im Zusammenhang mit Schwingungen thematisiert, jedoch sind die Lösungen immer von ähnlicher Struktur und können meist mit Sinus- und Kosinus-Funktionen gelöst werden. Obige Differentialgleichungen stellen jedoch einen gehobenen Schwierigkeitsgrad dar, wobei mit den Lösungen keine anschauliche Vorstellung verbunden ist. Eine schülergerechte Darstellung verlangt eine Reduzierung und Vereinfachung, die mit Bildern und Graphen möglichst anschaulich gestaltet ist. Dies ist durch die Einbindung von Modellbildungssystemen und Videoanalysen gewährleistet, wobei die Lösung der Differentialgleichung numerisch bestimmt wird.

Der Schülerversuchstag ist für einen Physik-Kurs der Oberstufe konzipiert. Zu den verpflichtenden Inhalten der Einführungsphase im Grundfach Physik gehören die Bausteine Kinematik und Dynamik, die Erhaltungssätze der Mechanik sowie Kreisbewegungen [vgl. FL12].²⁰ Für den Schülerversuchstag sollten zumindest Grundkenntnisse aus den ersten beiden Bausteinen vorhanden sein, da die Aufstellung von Bewegungsgleichungen aus den jeweils wirkenden Kräften vorausgesetzt wird. Der konzipierte Schülerversuchstag sollte daher tendenziell gegen Ende der Qualifikationsphase durchgeführt werden. Eine Behandlung der Wahlpflichtbausteine „Reibung“ oder „Wurfbewegungen“ können zum besseren Verständnis hilfreich sein, sind jedoch bei der vorliegenden Konzeption nicht zwingend erforderlich. Im Lehrplan Physik der Oberstufe in Rheinland-Pfalz ist des Weiteren der Wahlbaustein „Physik und Sport“ aufgeführt, in dem „projektartiges Arbeiten“ empfohlen wird. Im Rahmen dieser drei Wahlpflichtbausteine würde sich dieser Versuchstag inhaltlich sehr gut anbieten. Da das notwendige Grundwissen im Physik Grundkurs thematisiert wird, kann der Versuchstag sowohl von einem Grundkurs als auch von einem Leistungskurs durchgeführt werden.

Es werden drei Stationen zu den Themen Torschuss, Torwartabstoß und Bananenflanke geplant und ausgearbeitet. Die Stationen Torwartabstoß und Bananenflanke sind nochmal in zwei Gruppen aufgeteilt. Die insgesamt fünf Schülergruppen werden im Folgenden mit 1, M2, V2, M3 und V3 benannt, wobei „M“ für Modell und „V“ für Videoaufnahme steht. Die Ausnahme bildet Gruppe 1, was anhand der Arbeitsaufträge ersichtlich wird. Gruppe 1 arbeitet nicht mit dem Modellbildungssystem DYNASYS sondern behandelt das Modell eines Schussvorgangs auf eher mathematischem Weg mit integrierten Videoanalysen. Der Unterschied der Gruppen „V“ und „M“ besteht dar-

²⁰Die Angaben basieren auf dem Lehrplan des Landes Rheinland-Pfalz und können in anderen Bundesländern verschieden ausfallen.

in, dass die „V-Gruppen“ die Videoaufnahmen vornehmen während die „M-Gruppen“ parallel die DYNASYS-Modelle erstellen. An dieser Stelle muss befürchtet werden, dass die meisten Schüler gerne mit auf den Sportplatz für die Aufnahmen gehen würden. Nach der Zusammenführung der Gruppen im Klassenzimmer arbeiten beide Gruppen parallel an den Videoanalysen. Für die Aufnahme der Videos und die Erstellung der Modelle sind 90 Minuten vorgesehen. Die Auswertung der Videos mit dem Vergleich des Modells sollte sich in einem Rahmen von zwei Stunden bewegen, damit am Ende noch circa eine Stunde für die Vorstellung der Ergebnisse und einer Abschlussdiskussion bleibt.

Der Versuchstag ist für eine Schülergruppe konzipiert, die noch nie mit einem Modellbildungssystem oder Videoanalysen gearbeitet hat. Sollte das nicht der Fall sein würde sich die Einführung verkürzen. Der zeitliche Rahmen des Versuchstages sollte ungefähr sechs Zeitstunden inklusive zwei Pausen von jeweils 30 min betragen. Die zeitliche Planung ist im Detail in Abschnitt 5.1 beschrieben.

Wegen des fachübergreifenden Aspekts ist eine Zusammenarbeit mit einem Sport-Kurs sinnvoll. Es werden zwei Assistenten oder Lehrpersonen benötigt, da zumindest der Beginn des Versuchstages an zwei Orten, dem Sportplatz und dem Klassenzimmer, stattfindet. Der Kurs sollte aus mindestens 10 Schülern bestehen, damit immer zwei Schüler in einer Gruppe zusammenarbeiten. Jede Schülergruppe benötigt für die Arbeit einen Computer. Die maximale Kursgröße sollte 20 Schüler nicht überschreiten. Für eine ungerade Schüleranzahl ist vorgesehen, dass ein Schüler zusätzlich bei den Videoaufnahmen hilft und anschließend in der Gruppe 1 oder 3 mitarbeitet. Eine sinnvolle Gruppenverteilung ist für verschiedene Kursgrößen in Tabelle Tab. 5.1 dargestellt:

Gruppe	1	M2	V2	M3	V3
Schüler					
10	2	2	2	2	2
12	3	2	2	2	3
14	2 × 2	2	2	2 × 2	2
16	2 × 2	2 × 2	2	2 × 2	2
18	2 × 3	2 × 2	2	2 × 2	2
20	2 × 2	2 × 2	2 × 2	2 × 2	2 × 2

Tab. 5.1: Vorschlag der Gruppeneinteilung für die Durchführung des Schülerversuchstages

Die zeitliche Planung in Abschnitt 5.1 sieht nicht vor, dass jede Gruppe jeden Schuss modelliert und analysiert und damit alle Stationen durchläuft. Daher ist der Begriff *Station* an dieser Stelle nicht fehlzuinterpretieren. Die Ausarbeitung der Arbeitsaufträge ermöglicht jedoch auch eine Durchführung gemäß dem klassischen Stationen-Lernen, verlangt aber einen deutlich größeren Zeitrahmen. Dazu könnte es hilfreich sein, wenn vorher bereits mit einem Modellbildungssystem gearbeitet wurde. Eine Zeitersparnis ist ebenfalls möglich, wenn auf die Aufnahme von Videos verzichtet wird und auf bereits erstellte Videos zurückgegriffen wird. Wie bereits erwähnt, kann die Bearbeitung im Rahmen einer Projektwoche durchgeführt werden, bei der in der Regel mehr Zeit zur Verfügung steht.

Es ist vorgesehen, dass die Schüler größtenteils nach den Vorgaben der Arbeitsblätter selbstständig arbeiten. Dazu werden an jedem PC die Anleitungen der jeweils benötigten Programme ausgelegt, mit denen die Schüler versuchen sollen ihre Probleme zunächst selbst zu lösen. Da die Modelle von ihrer Größe nicht sehr umfangreich sind, wird auf Hilfemodelle für DYNASYS verzichtet. Bei Problemen, die nicht selbstständig lösbar sind, ist die Lehrperson anzusprechen, die gezielte Denkanstöße geben kann.

Ziel des Versuchstages ist es den Schülern durch Modellbildungssysteme und Videoanalysen eine andere Art der Gewinnung von Messwerten vorzustellen. Durch den Einsatz von Modellbildungssystemen wird systemdynamisches Denken aufgebaut und der Einfluss verschiedener Parameter analysiert. Die Schüler entwickeln ihre Modelle selbst und untersuchen das Modell anschließend mit experimentell aus Videoanalysen gewonnenen Daten auf ihre Gültigkeit. Die Schüler erlernen Grundlagen der Physik des Fußballs und die Ursache des Luftwiderstandes und können am Ende den Einfluss auf die Flugkurven formulieren. Weiterhin sollen die Schüler am Ende verstehen, warum ein Fußball bei einer Rotation des Balles seitlich abgelenkt wird. Der Hauptteil der Arbeit besteht in der ausführlichen Reflektion und Bewertung der Gültigkeit eines Modells bzw. der Interpretation der Daten, wobei Gründe für mögliche Abweichungen zu überlegen sind. Für den Vergleich wurde für jede Station eine Excel-Datei vorbereitet, worin die Messwerte eingegeben werden können. Auf eine Erstellung der Excel-Tabellen seitens der Schüler wird verzichtet, da einerseits keine Grundlagen im Umgang mit Excel vorausgesetzt werden und andererseits der Schwerpunkt auf der Interpretation und Auswertung der Daten und nicht auf dem Erstellen einer Tabelle oder eines Diagramms liegt. Grundlage für den Vergleich sind vorbereitete Diagramme, die sowohl die Flugkurven gemäß dem Modell als auch die Flugkurven aus der Videoanalyse beinhalten. Zellen, an denen die Schüler keine Änderungen vornehmen sollen, sind mit einem Blattschutz versehen, dessen Aufhebung nur mit Eingabe des Passworts *Roberto* möglich ist.

Bei der Erstdurchführung ist zu berücksichtigen, dass sich die Schüler mit den Program-

men vertraut machen und den Umgang mit ihnen lernen. Daher sind die Arbeitsblätter so konzipiert, dass im Fall der Videoanalysen die vorzunehmenden Einstellungen in Form einer Anleitung dargestellt sind. Die Intention des Versuchstages ist es den Schülern zu vermitteln, dass Flugbahnen von Fußbällen anhand einfacher Modelle recht gut vorhergesagt werden können, aber es nie möglich sein wird exakte Vorhersagen zu treffen.

Alle notwendigen Dateien wie Arbeitsblätter, Videoaufnahmen, Programme und Excel-Tabellen befinden sich auf der beigelegten DVD.

5.1. Ablauf

Der geplante Ablauf wird aus Gründen der Übersicht in knapper stichpunktartiger Form aufgeführt.

1. Begrüßung und gemeinsame Einführung (10 min)

An dieser Stelle ist eine kurze Einführung mit einer videounterstützten Präsentation über einen Beamer vorgesehen. Dazu wird eine Auswahl von Videos verwendet, die inhaltlich auf die Aufgaben abgestimmt sind. Daher werden eine Aufnahme eines Schusses mit der Highspeed-Kamera, ein unglückliches Eigentor eines Torhüters bei einem hohen Ball sowie der Freistoß von Roberto Carlos zu sehen sein. Im Rahmen der Einführung findet zudem eine kurze Einführung in DYNASYS statt.

2. Gruppeneinteilung und Einlesen in physikalische Grundlagen (20 min)

Es werden fünf Gruppen (1, M2, M3, V2, V3) mit jeweils 2-3 Schülern gemäß Tab. 5.1 gebildet. Die Gruppen 1, M2 und M3 verbleiben im Klassenzimmer, während die Gruppen V2 und V3 zur Aufnahme der Videos auf den Sportplatz gehen. Bevor sich die Gruppen trennen werden die Arbeitsblätter mit den physikalischen Grundlagen ausgeteilt und in einem Zeitrahmen von 15 min von den Schülern durchgearbeitet sofern dies nicht bereits als vorbereitende Hausaufgabe geschehen ist.

3. Aufnahme der Videos und Entwicklung der Modelle (90 min)

Die Gruppen V2 bis V3 gehen nun auf den Sportplatz, bauen nach den Versuchsskizzen die Pylonen und Kameras auf und nehmen Videos für die drei verschiedenen Schüsse auf.²¹ Abschließend werden noch zwei Aufnahmen zur Bestimmung des Elastizitätskoeffizienten auf unterschiedlichem Untergrund aufgenommen. Die Modell-Gruppen 1, M2 und M3 entwickeln parallel dazu die entsprechenden Modelle.

²¹Richtwerte für die Zeit: Bananenflanke 35 min, Torwartabstoß 25 min und Torschuss 20 min

4. **Pause (30 min)**

Nach Beendigung der Aufnahmen und Zusammenführung der Gruppen im Klassenzimmer ist für die Schüler eine Pause von ca. 30 min vorgesehen. In dieser Zeit bearbeiten die Assistenten die Videos, sodass die Schüler nach der Pause direkt mit den Analysen beginnen können.

5. **Analysen der Videos und Vergleich mit den Modellen (120 min)**

Nach der Pause beginnen alle Gruppen mit den Videoanalysen der Schüsse. Gruppe 1 wertet den Torschuss sowie die Elastizität des Balles aus. Die Gruppen M2 und V2 beschäftigen sich mit der Analyse des Torwartabstoßes und die Gruppen M3 und V3 werten die Bananenflanke aus. Die Modelle werden untereinander ausgetauscht, so dass für den Vergleich alle Gruppen über die Modelle verfügen. Nach dem Abschluss der Videoanalysen und der Bearbeitung der darauf aufbauenden Aufgaben ist eine Pause vorgesehen.

6. **Pause (30 min)**

7. **Vorstellung der Ergebnisse, Diskussion und Evaluation (60 min)**

Für die Vorstellung der Ergebnisse der drei Stationen ist ein Zeitrahmen von jeweils 10-15 min vorgesehen. Die Schüler können an dieser Stelle die wichtigsten Ergebnisse und Erkenntnisse im Plenum austauschen. Zur Unterstützung kann wiederum der Beamer dienen. An dieser Stelle sollten die wichtigsten Aspekte des Vergleichs zwischen Modell und Praxis angesprochen und mögliche Gründe für die Abweichung sowie vernachlässigte Einflussgrößen diskutiert werden. Dies kann als Grundlage für die Bewertung des Modells hinsichtlich der Gültigkeit und Schwächen dienen.

Abschließend wird der Schülerversuchstag von den Schülern mit vorgefertigten Evaluationsbögen (siehe Anhang H) vorgenommen.

5.2. **Station 1 - Der Torschuss**

Die Modellierung eines Torschusses richtet sich an eine Schülergruppe, die ihre Stärken im Bereich der Mathematik hat. Diese Gruppe setzt sich mit dem Modell eines Schussvorgangs auseinander, der als Schwingung eines Fadenpendels betrachtet wird. Es ist jedoch kein Grundwissen aus dem Bereich Schwingungen erforderlich. In den physikalischen Grundlagen dieser Station sind alle notwendigen Angaben zu finden. Rotationsgrößen sind schülergerecht beschrieben, wobei eine exakte Definition eines Trägheitsmoments nicht betrachtet wird. An dieser Stelle dient die Masse als äquivalente Größe bei einer Translation zum Verständnis. In der „Schülerversion“ wurde für das Trägheitsmoment anstelle des griechischen Symbols Θ der lateinische Buchstabe I verwendet, um Irritationen und Unsicherheiten durch die Symbolik zu vermeiden.

Gleichzeitig werden wichtige Rotationsgrößen eingeführt, jedoch nicht weiter vertieft, da dies für die Auswertung nicht notwendig ist.

Die erste Aufgabe dient dazu die Schüler anzuregen und Vermutungen über Größen aufzustellen, die sich auf die Ballgeschwindigkeit auswirken. Mit Hilfe einer schrittweisen Anleitung werden die Schüler auf eine Formel für die Ballgeschwindigkeit geführt [siehe Gl. (4.16)]. Sie ist die Grundlage für die folgenden Betrachtungen. Das Endresultat beinhaltet nur gängige Größen wie die Masse, die Geschwindigkeit sowie der in den Grundlagen eingeführte Elastizitätskoeffizient. Der Elastizitätskoeffizient wird hier nur Elastizitäts-Zahl genannt. Die Bestimmung der Elastizitäts-Zahl und weitere geeignete Aufgaben dienen der Auseinandersetzung mit dem Modell. Die theoretischen Betrachtungen werden durch die Einbeziehung von Videoanalysen vervollständigt.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Modell Torschuss							
2								
3								
4	v_0	100 km/h	<input type="text"/>					Geschwindigkeit der Fußspitze
5	e	0,48	<input type="text"/>					Elastizität des Balles
6	m_{Ball}	0,43 kg	<input type="text"/>					Masse des Balles
7	m_{Bein}	14,7 kg	<input type="text"/>					Masse des Beins
8								
9								
10	v_{Ball}	136,1	km/h					(Theoretisch)
11								

Abb. 5.1: Vorschlag für die Umsetzung des Modells eines Torschusses mit Excel

Der Bildausschnitt der zugrunde liegenden Excel-Tabelle ist in Abb. 5.1 abgebildet. Die Parameter können durch die Schieberegler leicht verändert und hinsichtlich ihres Einflusses untersucht werden.

5.3. Station 2 - Der Torwartabstoß

Die Stationen 2 und 3 sind vom Aufbau und der Struktur relativ ähnlich. In beiden Stationen wird eine Einteilung in eine Video- und eine Modellgruppe vorgenommen. Nach Beendigung der Aufnahmen erarbeiten beide Gruppen die gleichen Aufgaben parallel. Für den Vergleich zwischen Theorie und Realität können sie sich gegenseitig austauschen und mögliche Gründe für Abweichungen diskutieren. Möglicherweise sind keine Abweichungen feststellbar. Dies ist jedoch durch äußere Umstände wie dem Wetter oder unterschiedlichen Schusstechniken nicht kalkulierbar.

Die Arbeitsanweisungen für die Modell-Gruppe sind so konzipiert, dass sich zunächst Klarheit über die Kräfte und deren Wirkrichtung verschafft werden muss. Die Aufgaben sind so gewählt, dass aus der resultierenden Kraft die jeweilige Beschleunigung bestimmt wird, bevor das Modell mit DYNASYS entworfen wird. Dies hat den Grund, dass so Parameter eingespart werden können und das Modell damit nicht zu komplex wird (siehe Abb. 5.2) und vergleichsweise einfach zu erstellen ist. Für den Fall, dass

das Modell recht schnell entwickelt ist, sind zusätzliche Arbeitsaufträge (Aufgabe 3), die den Einfluss des Luftwiderstands auf die Flugbahn untersuchen, vorgesehen. Sollte die Entwicklung des Modells zu lange dauern, kann diese Aufgabe auch übergangen werden, da der Schwerpunkt auf dem Vergleich der beiden Flugbahnen im Modell sowie der Realität liegt. Für die Entwicklung der Modelle ist zu empfehlen, eine Zeit von 90 min nicht zu überschreiten, da die Motivation sonst sinkt, wenn die Aufgaben keine Abwechslung bieten.

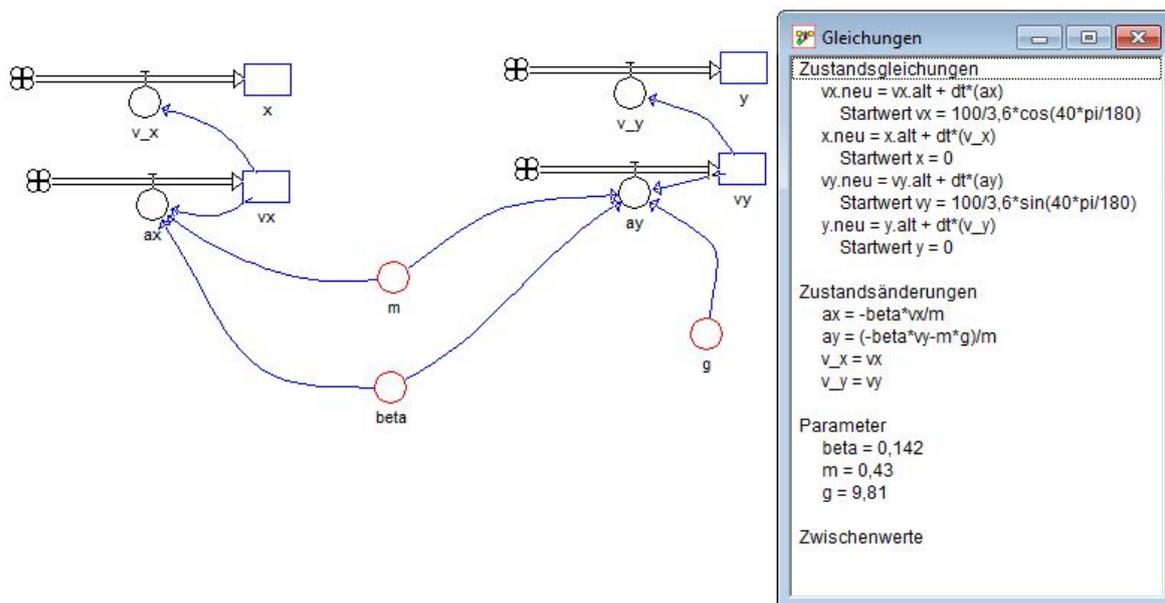


Abb. 5.2: Vorschlag für die Umsetzung des Schülermodells für einen Torwartabstoß

Für den Vergleich ist eine Excel-Tabelle wie in Abb. 5.3 vorbereitet, in welche die Schüler ihre Messwerte eintragen können. Mit Hilfe eines Graphen, in dem beide Flugkurven dargestellt sind, sollen die Schüler die darauf folgenden Aufgaben bearbeiten und das Modell bewerten. Hierbei ist zu beachten, dass es durchaus möglich ist, dass die Flugkurven insbesondere bei kleinen Abschusswinkeln nahezu identisch sein können, wohingegen große Abschusswinkel wegen der Rückwärtsdrehung des Balls zu Abweichungen führen können. Der Lerneffekt wäre in diesem Fall wahrscheinlich sogar am größten, da die Diskussion über mögliche Gründe für die Abweichung qualitativ hochwertiger ist.

Ist die Schülergruppe groß genug, dass diese Station doppelt besetzt werden kann, ist zu empfehlen, eine Gruppe mit der Analyse eines Abstoßes mit großem und die zweite Gruppe mit der Analyse eines kleinem Abschusswinkel zu beauftragen. Der Vergleich der beiden Flugkurven soll die Basis dafür sein Gründe zu finden, warum bei der einen Gruppe das Modell mit der Realität übereinstimmt und bei der anderen Gruppe möglicherweise nicht. Aus diesem Grund sind die physikalischen Grundlagen der Stationen 2 und 3 inhaltlich identisch, da die Erklärung überwiegend auf den Rückwärtsdrall

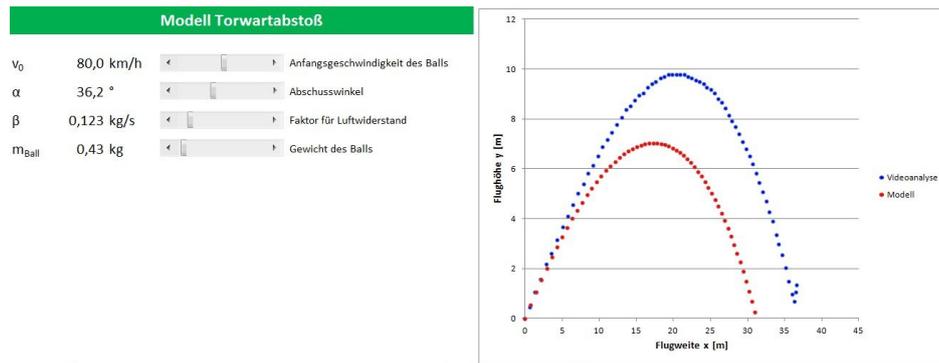


Abb. 5.3: Excel-Tabelle mit Schiebereglern für den Vergleich zwischen Theorie und Realität beim Torwartabstoß

des Balles und dem Magnus-Effekt basiert. Die physikalischen Grundlagen der beiden Stationen unterscheiden sich nur durch die Farbgebung, die an die jeweilige Station angepasst ist.

Bei der Aufnahme der Videos ist es hilfreich die Position der Kamera so zu wählen, dass der Ball im Kamera-Bild von links nach rechts fliegt, um irritierende negative Vorzeichen zu vermeiden.

5.4. Station 3 - Die Bananenflanke

Da diese Station inhaltlich und von der Struktur Station 2 entspricht, werden hier nur die Unterschiede dargestellt. Diese Station ist gegenüber der vorigen ein wenig anspruchsvoller und zeitaufwändiger. Das Modell ist komplexer als das vorige und die Auswertung der drei Videos nimmt ebenfalls mehr Zeit in Anspruch. Gegenüber dem Modell eines Torwartabstoßes muss die Magnuskraft ergänzt werden, die in der vereinfachten Darstellung

$$F_{Magnus} = \gamma \cdot \omega \cdot v_x$$

verwendet wird, wobei γ eine Zahl zwischen 0,001 und 0,003 kg ist. Dabei soll der Einfluss der Magnuskraft nur auf die y -Achse beschränkt werden, womit in der Formel der Magnuskraft gemäß Gl. (4.8) das Kreuzprodukt zwischen zwei Vektoren keine Voraussetzung für die Durchführung ist. Damit hängt bei einer Rotation um die z -Achse die Magnuskraft nur von der Geschwindigkeit v_x in x -Richtung ab. Die Abweichung für diese Vereinfachung ist dem Modell nach geringfügig und liegt im Zentimeterbereich. Eine solche Genauigkeit wird mit der Videoanalyse ohnehin nicht erreicht und schränkt das Modell nicht weiter ein. Wie in Station 2 soll durch vorbereitende Aufgaben mit Hilfe der wirkenden Kräfte die jeweilige Beschleunigung der drei Richtungen bestimmt werden.

Die daraus resultierenden Differentialgleichungen können mit Hilfe von DYNASYS in folgendem Modell umgesetzt werden:

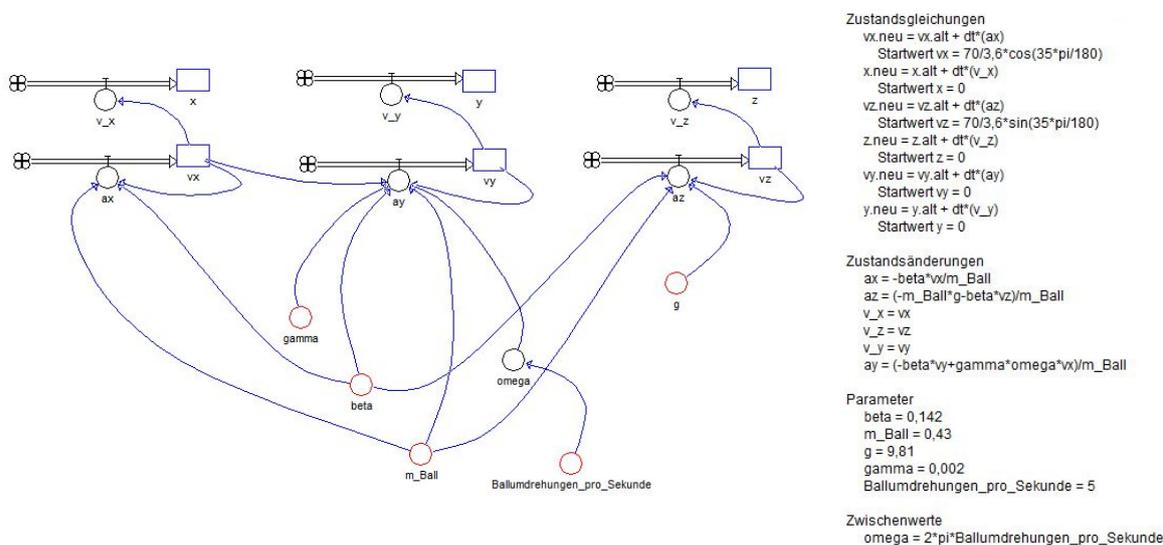


Abb. 5.4: Vorschlag für die Umsetzung des Schülermodells für eine Bananenflanke

Um bei den anschließenden Videoanalysen Irritationen negativer Vorzeichen zu vermeiden wurden die Kamerapositionen so gewählt, dass sie für einen Rechtsfuß alle positiv ausfallen. Für einen Linksfuß ist dies leider nicht möglich.

Da die Videoanalyse von drei Videos unter Umständen mehr Zeit benötigt als vorgesehen, ist dies in der Reihenfolge der Aufgaben der Gruppen M3 und V3 berücksichtigt. Gruppe M3 beginnt mit der Analyse der Frontalansicht und Gruppe V3 mit der Seitenansicht. Reicht die Zeit nicht aus, können die Ergebnisse ausgetauscht werden beziehungsweise die bei der Speicherung der Daten mit *VidAnToo* angelegte Datei mit den Messwerten mit einem USB-Stick ausgetauscht werden.

Für den Vergleich zwischen Modell und Theorie steht wie in den Stationen zuvor eine Excel-Tabelle zur Verfügung, in der die Messwerte eingefügt werden können. Wie in Abschnitt 4.7.6 nachgelesen werden kann, ist die Skalierung und Korrektur die große Schwierigkeit bei der Auswertung der Frontalansicht. Die Excel-Tabelle bezieht sich auf die gewählten Abstände in Abb. D.3, wobei die Korrektur der y -Koordinaten durch vorprogrammierte Formeln erfolgt. Im Tabellenblatt *Skalierung* sind alle dafür notwendigen Parameter und Korrekturfunktionen enthalten. Für die Schüler ist dieses Tabellenblatt jedoch irrelevant. Ein gewisser Blackbox-Charakter lässt sich an dieser Stelle nicht vermeiden. Dies ist für das Konzept nicht ausschlaggebend, da der Vergleich der Daten und eine andere Art der Messwert-Gewinnung im Vordergrund steht. An geeigneter Stelle sollte am Versuchstag diese Problematik mit den Schülern besprochen werden.

Ausblick:

Die Aufnahme und Auswertung einer Bananenflanke ist allein von ihrem Umfang für einen Schülerversuchstag geeignet. In diesem Fall ist es denkbar, mit den Schülern die Schwierigkeiten bei der Korrektur der Koordinaten zu diskutieren und gemeinsam eine Lösung zu erarbeiten. Damit könnte der Blackbox-Charakter, der in der vorliegenden Konzeption vorliegt, umgangen werden.

6. Beschreibung und Evaluation der Erst-Durchführung des Versuchstages

Der Schülerversuchstag wurde drei Tage nach Beginn der Europameisterschaft 2012 am Gymnasium Taunusstein durchgeführt. Der Zeitpunkt war aus diesem Grund ideal und das Thema „Fußball“ von großer Aktualität. An dem Projekt haben insgesamt zwölf Schüler teilgenommen, darunter drei Schülerinnen. Sechs Schüler belegen davon den Physik Leistungskurs in der 12. Klasse (G9-System). Sie wurden durch sechs weitere Schüler aus dem Sport Leistungskurs ergänzt, um die gewünschte Mindestanzahl von Schülern zu erreichen und eine Zusammenarbeit zwischen Physikern und Sportlern zu gewährleisten. Zu Beginn waren nur 11 Schüler anwesend, weil eine Schülerin wegen ihrer Führerscheinprüfung erst später kommen konnte.

Nach der gemeinsamen Einführung mit einer Präsentation über den Beamer, die eine Einführung in DYNASYS beinhaltete, wurde die Gruppeneinteilung vorgenommen. Die Präsentation war nach der Aussage des Lehrers „genau richtig und hat die Schüler von Beginn an begeistert“. Einziger Kritikpunkt war, dass auf den Folien zu viel Text stehen würde. Trotz leichtem Regen sind die Schüler mit großer Begeisterung auf den Sportplatz gegangen, um die Videos aufzunehmen.



Abb. 6.1: Bildausschnitt einer Aufnahme eines Torschusses

Die Begeisterung war bei den Aufnahmen der Torschüsse mit der Hochgeschwindigkeitskamera am größten. Die Videoaufnahmen konnten im geplanten Zeitrahmen durchgeführt werden. Bei der Aufnahme des Torwartabstoßes ist jedoch die Kamera verdreht worden, so dass der ruhende Ball nicht im Video zu sehen war. Das ist aber erst bei der Bearbeitung der Videos aufgefallen. Es sollte daher bei jeder Aufnahme darauf geachtet werden, dass die Kamera richtig positioniert ist. Parallel wurden im Klassenzimmer die Modelle erstellt.



Abb. 6.2: Schüler bei der Bearbeitung der Arbeitsaufträge

Für die Erstellung der Modelle war die Zeit ebenfalls ausreichend, so dass diese vor der ersten Pause fertig gestellt werden konnten. Die Arbeit mit DYNASYS fiel den Schülern leicht, so dass die Modelle nur mit kleinen Fehlern erstellt wurden. Es wurde zu Beginn häufig nicht beachtet, dass der Luftwiderstand in jeder Bewegungsrichtung wirkt. Meist wurde der Luftwiderstand nur auf die x -Komponente beschränkt. Das konnte jedoch durch Hinweise des Assistenten korrigiert werden. Das einzig größere Problem war, dass manche Schüler nicht wussten, was und wo für die Startwerte der Geschwindigkeiten eingegeben werden muss, so dass die Startwerte häufig zunächst auf null gesetzt wurden. In einer Gruppe ist es vorgekommen, dass die Zustandsänderung von x beziehungsweise y mit einer Formel belegt wurde, obwohl die Zustandsänderung des Ortes allein die Geschwindigkeit ist. Ansonsten konnten die Schüler die Modelle ohne Probleme erstellen. Das Modell für die Bananenflanke wurde von der Schülergruppe sogar ohne große Hilfen des Assistenten angefertigt und ist in Abb. 6.3 abgebildet. Der einzige Fehler des Modells war, dass die Schüler versucht haben den Abschusswinkel als Parameter einzufügen. Die Idee war zwar gut, aber leider ist dies mit DYNASYS nicht möglich.

Während der Pause wurden die Videos von den Assistenten bearbeitet. Nach der Pause wurde in einer entspannten Arbeitsatmosphäre mit den Analysen der Videos begonnen. Die Auswertung der Videos ging sogar schneller als in der Planung vorgesehen. Es herrschte in keiner Phase ein Zeitdruck, da sich die Schüler ihre Zeit größtenteils selbst einteilen konnten. Das zeigt jedoch, dass die Durchführung in weniger als sechs Stunden möglich ist.

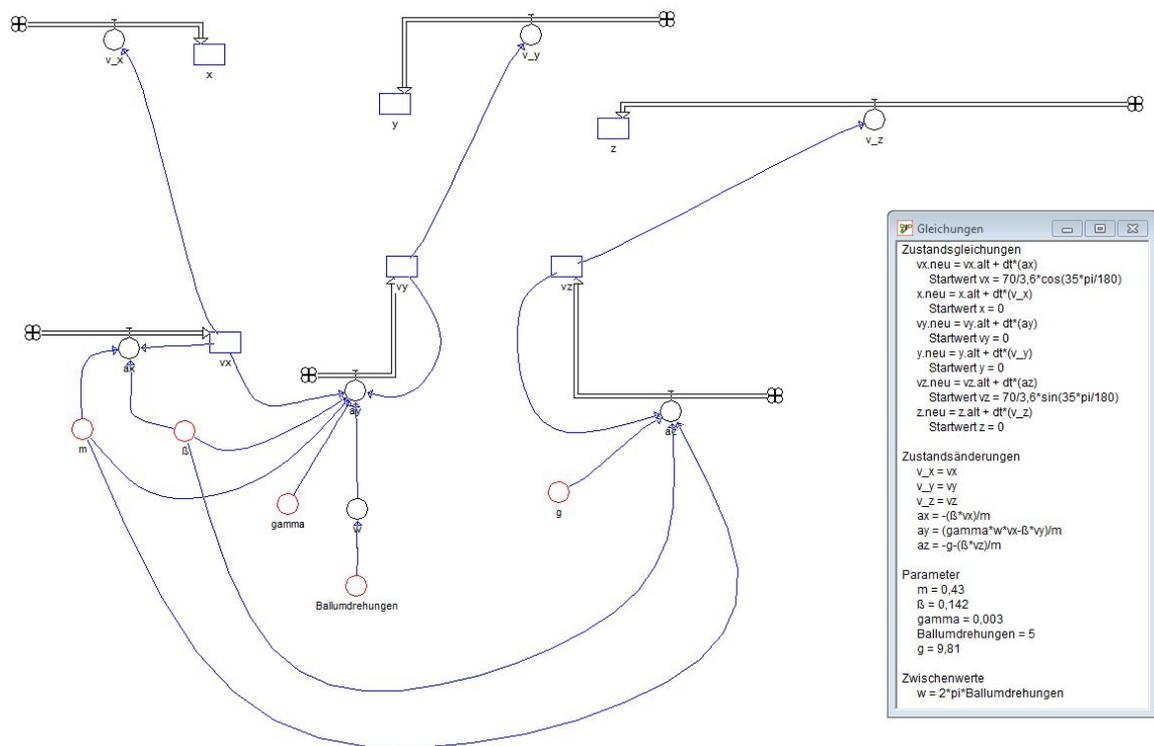


Abb. 6.3: Von Schülern entwickeltes DYNASYS-Modell einer Bananenflanke

Bei der Auswertung mit *VidAnToo* gab es keine Probleme. Die Schüler konnten ohne Probleme mit dem Programm arbeiten und die Auswertung der Videos vornehmen. Bei zwei Gruppen ist jedoch vergessen worden die Skalierung im Video bzw. die Wahl des Koordinatenursprungs vorzunehmen, wodurch die Messwerte zunächst für Verwirrung sorgten. Dieses Problem konnte jedoch schnell erkannt und behoben werden. Die Skalierung und Wahl des Koordinatenursprungs kann auch im Nachhinein geschehen, da *VidAnToo* die markierten Pixel speichert.

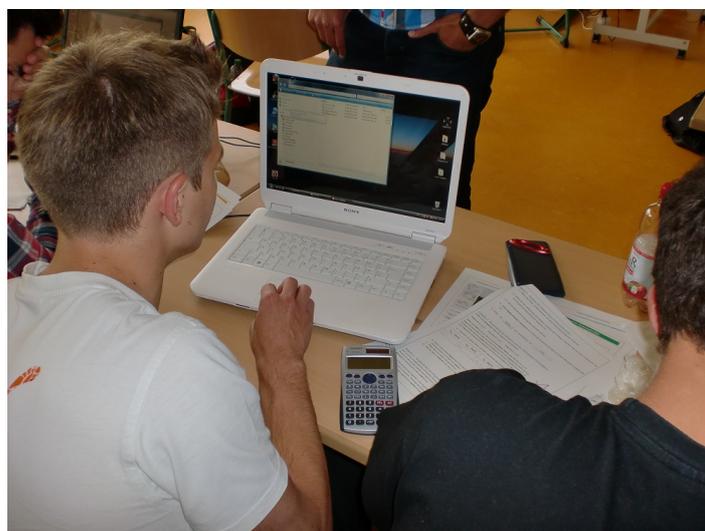


Abb. 6.4: Schüler bei der Auswertung der Videos



Abb. 6.5: Schüler analysieren und vergleichen die Ergebnisse der Videoanalyse mit der Theorie

Der Vergleich mit den angefertigten Modellen verlief ebenfalls ohne Probleme. Bei einer Gruppe waren jedoch erhebliche Abweichungen feststellbar. Der Grund dafür war, dass nicht die Parameter aus der Videoanalyse eingesetzt wurden sondern die zuletzt verwendeten Parameter aus der Bearbeitung der vorigen Aufgabe. Wäre die Aufgabe aufmerksamer gelesen worden, wäre das hingegen nicht passiert. Das war aber die Ausnahme. Der Vergleich mit Hilfe der Excel-Tabellen war für die Bearbeitung sehr hilfreich. An einer Stelle gab es einen Fehler in der Tabelle, der nun korrigiert wurde. In Abb. 6.6 - Abb. 6.8 sind die Ergebnisse des Vergleichs für einen Bananenschuss abgebildet.

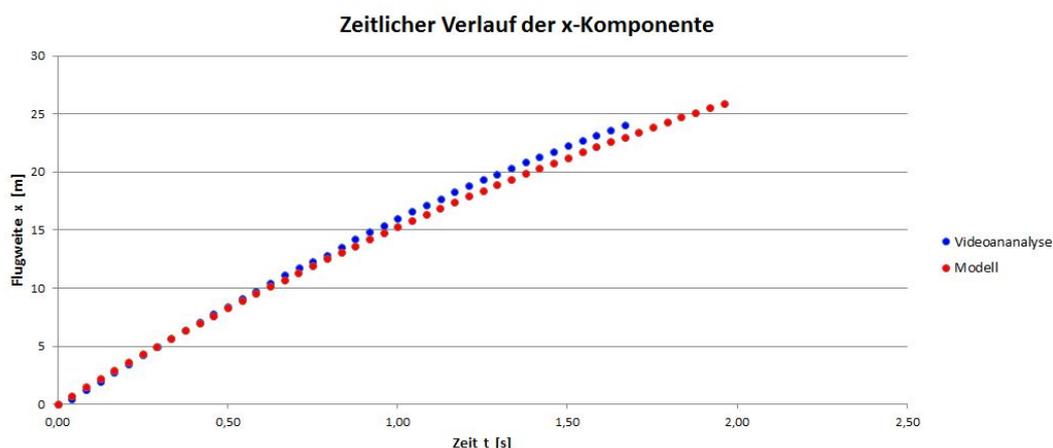
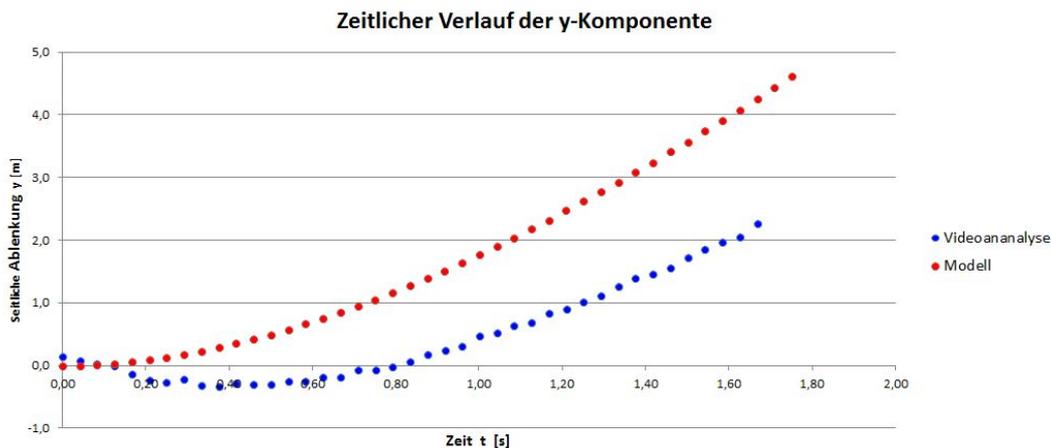
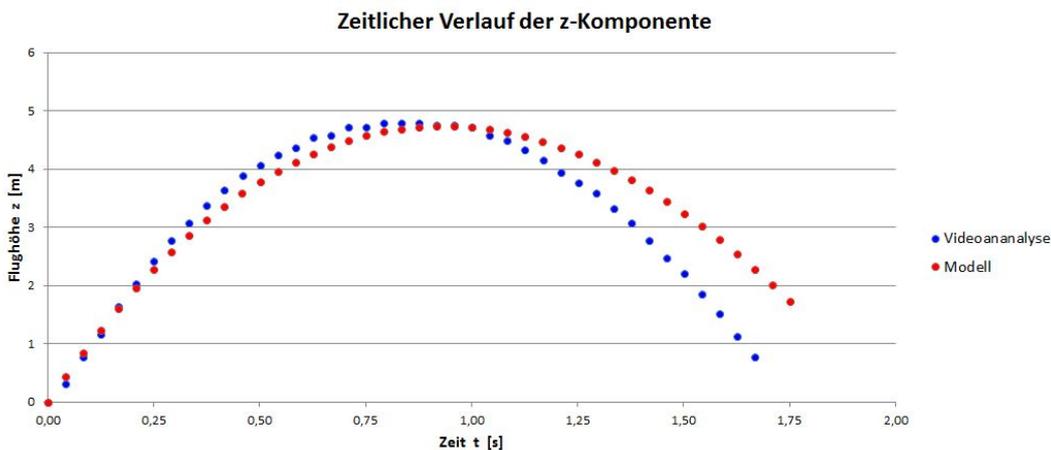


Abb. 6.6: Vergleich der Videoanalyse mit dem Modell in der x -Komponente

Abb. 6.7: Vergleich der Videoanalyse mit dem Modell in der y -KomponenteAbb. 6.8: Vergleich der Videoanalyse mit dem Modell in der z -Komponente

Durch die entspannte Arbeitsatmosphäre wurde auf die zweite Pause verzichtet, da die Schüler zwischendurch immer mal wieder die Möglichkeit hatten kleine Pausen einzulegen. Nachdem alle Gruppen die Analysen abgeschlossen hatten, wurden die Ergebnisse der drei Stationen vorgestellt und diskutiert. Im Vordergrund standen dabei die Bewertungen der Modelle und Gründe für die Abweichungen. An dieser Stelle wäre es sinnvoll gewesen nochmal auf die zu Beginn ausgeteilten physikalischen Grundlagen einzugehen, damit sichergestellt werden kann, dass die Ursache für den Luftwiderstand und der Magnus-Effekt wirklich verstanden wurden.



Abb. 6.9: Schüler bei der „Arbeit“

Der Schülerversuchstag wurde eine halbe Stunde früher als vorgesehen beendet, da die Bearbeitung schneller als geplant erfolgte. Zum Abschluss wurde der Versuchstag von den Schülern evaluiert. Die Evaluationsbögen werden nun ausgewertet.

6.1. Auswertung der Evaluationsbögen

Der ausgeteilte Evaluationsbogen befindet sich in Anhang H bei den Arbeitsblättern. Bei der Auswertung der ausgefüllten Evaluationsbögen, die in Anhang I beigefügt sind, wurde stets die schlechtere Note gezählt, wenn die Schüler das Kreuz zwischen zwei Noten gesetzt haben. Eine Bewertung 1-2 wurde daher immer als 2 gezählt. Bei der Interpretation der Bewertungen muss beachtet werden, dass die Bewertungen durch 12 Schüler zunächst wenig repräsentativ ist, zumal die fünf Arbeitsblätter jeweils nur von zwei bis drei Schülern bearbeitet wurden. Schwierigkeiten bei der Bearbeitung können daher an den Arbeitsaufträgen selbst, aber auch an der jeweiligen Gruppe gelegen haben.

Die ersten vier Aspekte beinhalten die Bewertung grundlegender Rahmenbedingungen wie die zeitliche Planung und Organisation, die Verständlichkeit der Aufgaben und den Versuchstag als Ganzes.

Wie in Abb. 6.10 zu sehen ist, fallen die Bewertungen überwiegend gut bis sehr gut aus. Die Bewertung der Verständlichkeit der Aufgaben wurde von jeweils einem Schüler der Gruppe M2, V2 und M3 mit einer „3“ benotet. Dies liegt überwiegend an der Erstellung

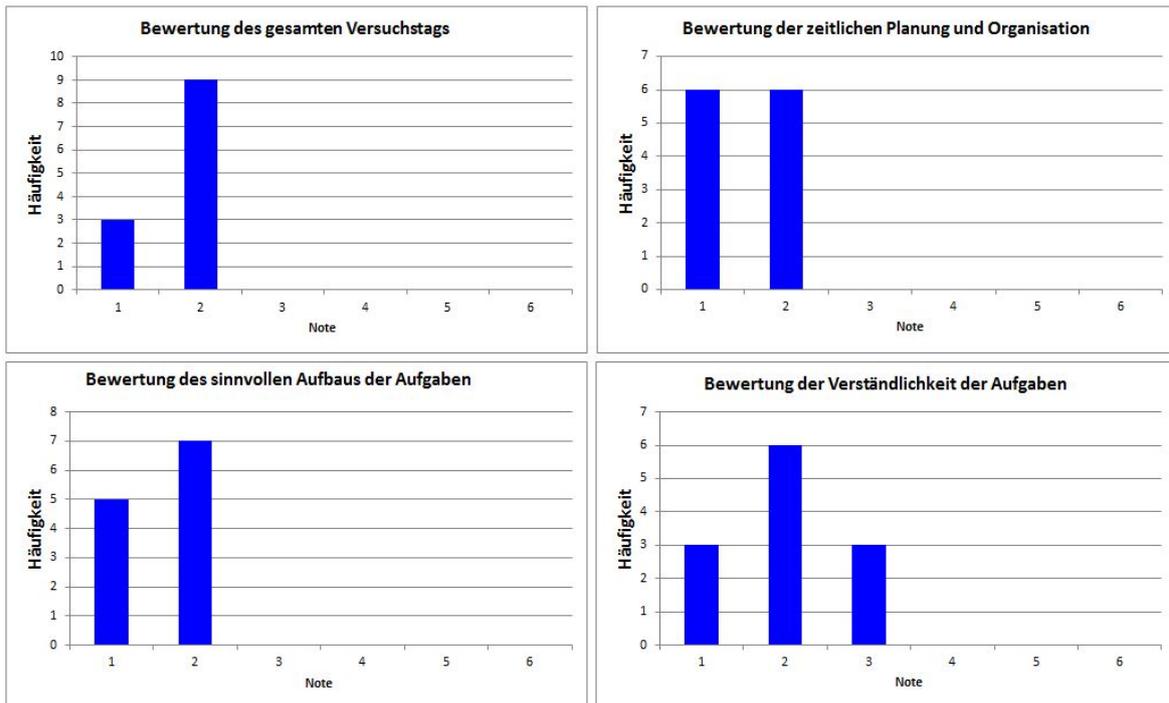


Abb. 6.10: Verteilung der Schüler-Noten grundlegender Rahmenbedingungen

des Modells, da die Schüler zunächst nicht wussten, wo und wie die Startwerte der Geschwindigkeiten einzugeben sind.

Die folgenden vier Fragen beabsichtigen die Bewertung der beiden Programme DYNASYS und *VidAnToo* hinsichtlich ihres grundsätzlichen Einsatzes und ihrer Benutzerfreundlichkeit. Die Bewertungen sind in Abb. 6.11 dargestellt.

Anhand der Bewertungen in Abb. 6.11 ist zu erkennen, dass der grundsätzliche Einsatz beider Programme sehr positiv bewertet wird. Insbesondere bei dem Modellbildungssystem war dies im Vorhinein nicht unbedingt zu erwarten. Die Evaluation und Gespräche mit den Schülern haben jedoch gezeigt, dass die Arbeit mit einem Modellbildungssystem sehr gut ankommt. Der grundsätzliche Einsatz der Videoanalyse wurde überwiegend mit „sehr gut“ bewertet. Hinsichtlich der Benutzerfreundlichkeit war zu erwarten, dass die Bewertung für DYNASYS etwas schlechter ausfällt. Die Hälfte der Schüler bewertete diesen Aspekt trotzdem mit „gut“. Die Verschiebung in den schlechteren Notenbereich hat jedoch einen ganz einfachen Grund. Der einzige Kritikpunkt ist, dass DYNASYS keine Export-Funktion für die Tabellen besitzt. Ein Teil der Schüler bewertete es daher negativ, dass die Werte von Hand in die Excel-Tabelle übertragen werden müssen. Die Bewertung der Benutzerfreundlichkeit von *VidAnToo* zeigt, dass es hier keine Schwierigkeiten gab und die Schüler mit diesem Programm sehr zufrieden waren.

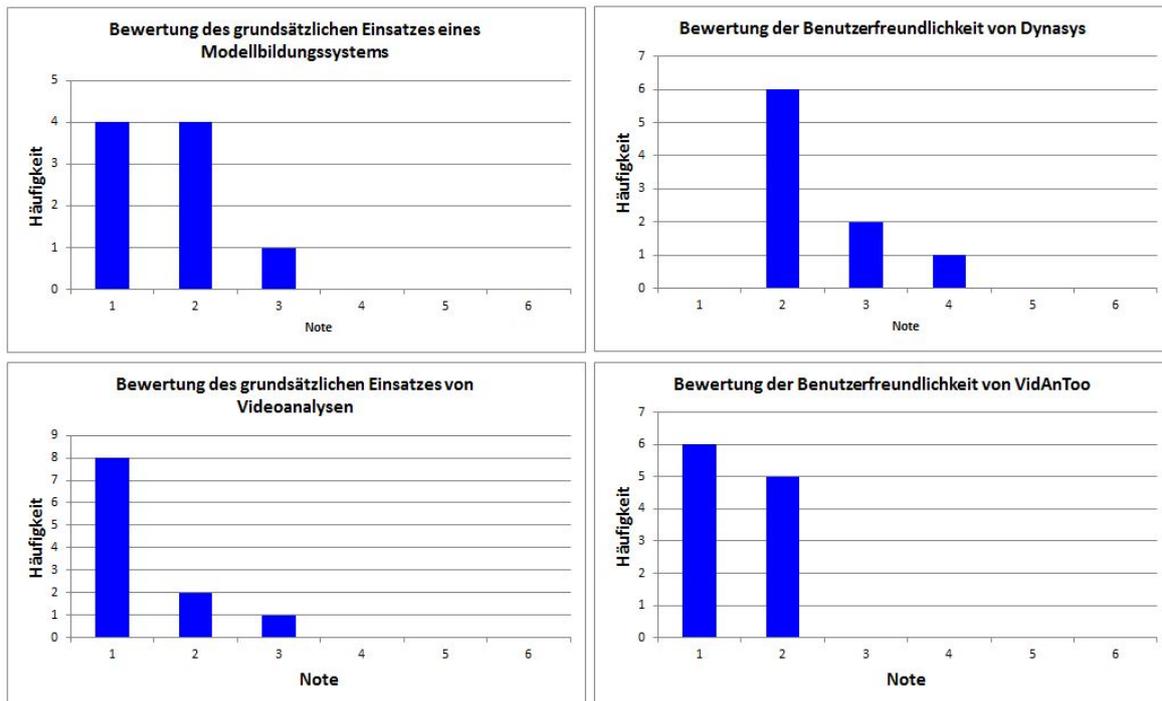


Abb. 6.11: Verteilung der Schüler-Noten bei der Bewertung der verwendeten Programme

In Abb. 6.12 ist die Bewertung für den Schwierigkeitsgrad der Aufgaben, dem Verhältnis zwischen Theorie und Praxis und die für das Konzept „Physik und Fußball“ dargestellt. Nach Abb. 6.12 schwanken die Angaben bezüglich des Schwierigkeitsgrades und des Verhältnisses zwischen Theorie und Praxis gleichmäßig um die Angabe „genau richtig“. Vier Schüler gaben an, dass die Aufgaben tendenziell zu leicht sind. Drei Schüler gaben jedoch an, dass sie tendenziell zu schwer sind. Insofern gleicht es sich ungefähr aus und ist zunächst kein Anlass die Aufgaben zu verändern. Dazu sollte der Versuchstag noch ein- bis zweimal durchgeführt und evaluiert werden. Die Frage nach dem Verhältnis zwischen Theorie und Praxis wurde von fast allen Schülern als „genau richtig“ bewertet. Hier ist nur in Frage zu stellen, was unter Theorie und Praxis zu verstehen ist. Das Konzept „Physik und Fußball“ wurde dagegen sehr positiv bewertet, obwohl sich nach Abb. 6.13 nur zwei Drittel der Schüler für Fußball interessieren.

Die Frage, ob der Versuchstag Spaß gemacht hat und von den Schülern nochmal durchgeführt werden würde, wurde von allen Schülern mit „ja“ beantwortet. Das ist eine sehr erfreuliche Rückmeldung, weil auch die Schüler, die sich eigentlich nicht für Fußball interessieren, begeistert werden konnten.

Die letzten zwei Fragen „Was hast du gelernt?“, „Was hat dir an dem Konzept Physik und Fußball gefehlt?“ und sonstigen Anmerkungen wurden frei beantwortet. Aus der

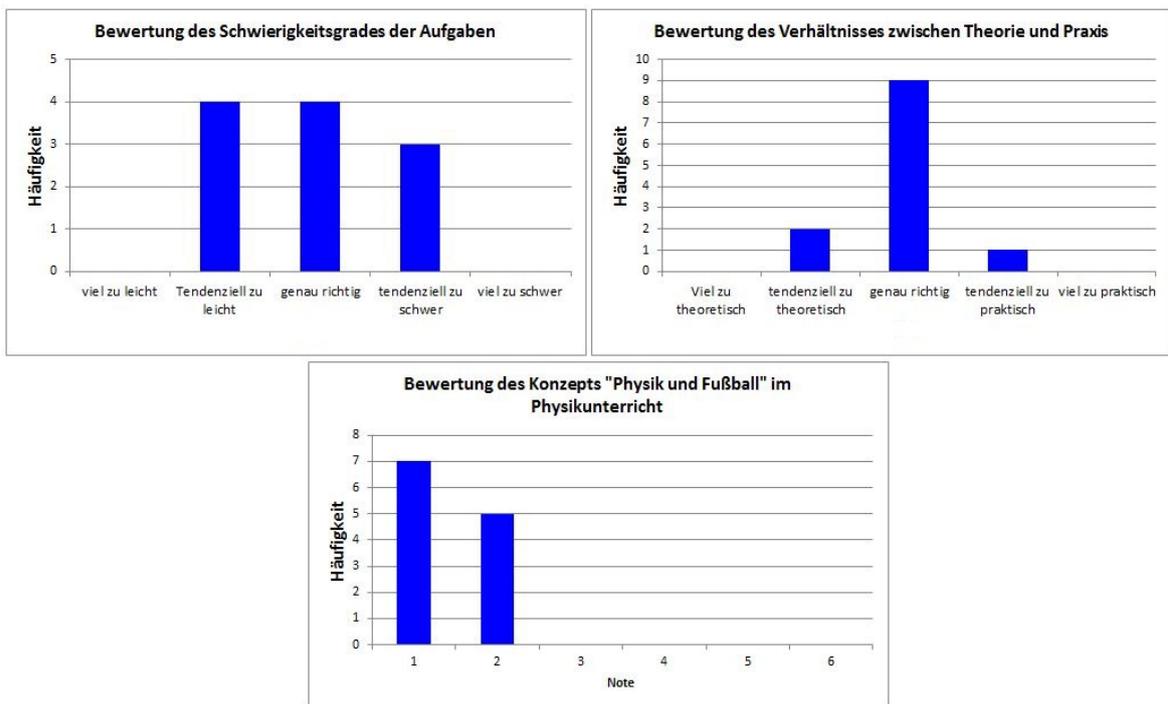


Abb. 6.12: Verteilung der Schüler-Noten bezüglich des Schwierigkeitsgrades der Aufgaben, dem Verhältnis zwischen Theorie und Praxis und dem Konzept „Physik und Fußball“



Abb. 6.13: Schülerangaben über das Interesse an Fußball und dem Versuchstag

ersten Frage gehen auszugsweise die folgenden Antworten hervor:

1. *„Dass der Luftwiderstand eine größere Rolle spielt als gedacht.“*
2. *„Umgang mit Modell- und Videoanalyseprogramm / Auswertung der Diagramme.“*
3. *„Fußball mal viel physikalischer betrachten [und dass] hinter den Berechnungen viele Faktoren stecken.“*
4. *„Ich habe gelernt aufgenommene Videos zu digitalisieren und analysieren und einen Zusammenhang zwischen Praxis und Theorie herzustellen.“*

Die erste Antwort ist dabei recht erstaunlich. Den Schülern ist der Einfluss des Luftwiderstands scheinbar nur wenig bekannt. Das könnte eine Folge dessen sein, dass der Luftwiderstand bei physikalischen Betrachtungen häufig als Störfaktor vernachlässigt wird. Insofern ist es gut, wenn der Luftwiderstand im Unterricht genauer untersucht wird. Das vorliegende Konzept zeigt, dass mit einem Modellbildungssystem eine sehr anschauliche Lösung möglich ist. Neben dem Umgang mit den Programmen wurde angegeben, dass ein Zusammenhang zwischen Theorie und Praxis hergestellt werden musste. An dieser Stelle wurde gelernt, dass ein Modell nicht unbedingt die Realität exakt wiedergibt und dass Messungen immer mit Unsicherheiten verbunden sind.

Die Frage, was in dem Konzept gefehlt hat, wurde nur von einem Schüler mit „Knuckle-Ball“ beantwortet. Ein „Knuckle-Ball“ ist aus dem Bereich Baseball bekannt und bezeichnet eine Wurftechnik, bei der der Ball sehr instabil durch die Luft fliegt und „flattert“. Bezogen auf einen Fußball steht der Begriff daher für einen „Flutterball“. Es ist jedoch umstritten, ob dieser Effekt bei einem Fußball überhaupt eintritt. Bei einem glatten Plastikball ist dies bekannt. Eine Auswertung eines „Knuckle-Balls“ erfordert jedoch eine Aufnahme aus großer Höhe und ist nur schwer umsetzbar. Eine Erklärung für „flatternde“ Fußbälle könnte die *inverse Magnus-Kraft* liefern. An dieser Stelle sei auf das Kapitel „Warum Fußbälle garantiert nicht flattern“ von TOLAN verwiesen [Tol10a, S.212ff.].

Bei den Verbesserungsvorschlägen sind die beiden folgenden Aussagen herauszustellen:

1. *„Gruppen nicht aufteilen, sondern jede Schussart theoretisch und praktisch machen.“*
2. *„Bildqualität der Kameras könnte besser sein.“*

Die erste Aussage eines Schülers der Gruppe M3 bestätigt die Vermutung, dass die Schüler gerne alle bei den Aufnahmen dabei gewesen wären bzw. zeigt, dass die Schüler gerne mehr gemacht hätten als es von ihnen am Versuchstag verlangt wurde. Dies ist jedoch die Aussage eines einzigen Schülers und sollte an dieser Stelle nicht überbewertet werden. Die Umsetzung kann wie bereits erwähnt im Rahmen einer Projektwoche geschehen, bei der alle Schüler die Möglichkeit haben jeden Schuss zu bearbeiten. Die zur Verfügung stehende Zeit entscheidet letzten Endes über die Art der Durchführung. Im vorliegenden Fall war es wichtig zu erfahren, welcher Zeitumfang eingeplant werden muss.

Die Angabe bezüglich der Bildqualität ist nachvollziehbar, verstößt aber gegen den Grundsatz der Arbeit, den Kostenaufwand möglichst klein zu halten. Die Bildqualität *könnte* besser sein, die Durchführung hat jedoch gezeigt, dass sie es nicht sein *muss*.

7. Fazit

In der vorliegenden Arbeit konnte gezeigt werden, dass sich die Flugkurven von Fußbällen mit einfachen Mitteln modellieren lassen. Durch Videoanalysen konnten die Modelle überwiegend gut verifiziert werden. Durch die Verwendung von Freeware-Programmen und gewöhnlichen Digitalkameras konnte der Kostenaufwand sehr niedrig gehalten werden. Das Ziel, einen Schülerversuchstag mit möglichst geringen Kosten zu entwerfen, konnte damit erreicht werden.

Die Evaluation der ersten Durchführung des Versuchstages „Physik und Fußball“ hat gezeigt, dass die physikalische Betrachtung von Fußball bei den Schülern großen Anklang gefunden hat. Die Schüler waren mit viel Begeisterung bei der Arbeit und gaben einstimmig an, dass ihnen der Versuchstag Spaß gemacht hat. Insbesondere bei den Videoaufnahmen war die Begeisterung und Motivation am größten. Die Rückmeldungen entsprechen den gesammelten Eindrücken der Assistenten.

Die Arbeitsaufträge waren gut verteilt und sogar unterhalb der vorgesehenen Zeit zu bearbeiten. In welcher Form der Schülerversuchstag durchgeführt wird, hängt von der vorhandenen Zeit ab. Bei der ersten Durchführung wurde gezeigt, dass mit der vorgesehenen Verteilung der Aufgaben etwas weniger als sechs Zeitstunden benötigt werden. Sollten im Rahmen einer Projektwoche mehrere Tage zur Verfügung stehen lässt sich der Versuchstag insofern ausdehnen, dass jeder Schüler alle drei Stationen bearbeitet. Es wäre dann möglich viele Schüler in die Videoaufnahmen mit einzubinden. Die Zusammenarbeit mit den Schülern aus dem Leistungskurs Sport hat ebenfalls sehr gut funktioniert. Daher bietet sich eine fachübergreifende Durchführung des Versuchstages an.

Die Arbeit mit den Modellbildungssystemen sowie Videoanalysen ist von den Schülern ebenfalls sehr positiv bewertet worden. Das zeigt, dass das entwickelte Konzept genau richtig ist, um den Schülern die Flugkurven von Fußbällen nahe zu bringen. Dabei war es aus Schülersicht erstaunlich, welchen Einfluss der oft vernachlässigt Luftwiderstand in Wirklichkeit besitzt. Die Schüler haben sich kritisch mit der Theorie und Realität auseinandergesetzt und die wesentlichen Punkte herausgearbeitet, die zu Abweichungen führen können. Die Rückmeldungen zeigen, dass die Auseinandersetzung zwischen Theorie und Realität von den Schülern positiv bewertet wurde. Weiterhin wurde der Umgang mit zwei neuen Programmen vermittelt, mit denen auf einfache Art und Weise eine große Datenmenge erhalten werden kann. Der Umgang mit dieser Datenmenge war mit Hilfe der vorbereiteten Excel-Tabellen in der Erst-Durchführung kein Problem. Einziger Kritikpunkt sind die vielen Werte, die aufgrund einer fehlenden

Export-Funktion bei DYNASYS von Hand in die Tabellen eingetragen werden mussten.

Die Rückmeldungen zeigen, dass das Verhältnis zwischen Theorie und Praxis ausgeglichen gestaltet wurde. Die Aufgaben haben einen angemessenen Schwierigkeitsgrad, der durch zusätzliche Aufgaben noch ein wenig anspruchsvoller gestaltet werden könnte. Mit im Vordergrund stand jedoch die Einführung in zwei neue Programme, da die Schüler noch nie mit Videoanalysen oder Modellbildungssystemen gearbeitet haben. Die Arbeit zeigte jedoch, dass es dabei zu keinen erheblichen Schwierigkeiten kommt.

Sollte der Versuchstag im Rahmen des Unterrichts umgesetzt werden, wären die weiteren Rückmeldungen sehr interessant. Die bisherigen positiven Rückmeldungen haben gezeigt, dass das Konzept „Physik und Fußball“ bei den Schülern große Begeisterung hervorruft.

8. Quellenangaben

8.1. Literaturangaben

- [Alt10] ALTHERR, Lena M.: *Die physikalischen Grundlagen der Luftfahrt*. Johannes Gutenberg-Universität Mainz : Staatsexamensarbeit, Juli 2010. – Download: <http://www.iph.uni-mainz.de/438.php>
- [Bec11] BECKER, Simon: *Bau eines Windkanals zur Demonstration der Grundlagen der Aerodynamik*. Johannes Gutenberg-Universität Mainz : Staatsexamensarbeit, Juli 2011. – Download: <http://www.iph.uni-mainz.de/438.php>
- [BK03] BRAY, Ken ; KERWIN, David G.: Modelling the flight of a soccer ball in a direct free kick. In: *Journal of Sports Sciences* 21 (2003). – S.75-85
- [Dem06] DEMTRÖDER, Wolfgang: *Experimentalphysik 1 - Mechanik und Wärme*. 4., neu bearbeitete und aktualisierte Auflage. Berlin [u.a.] : Springer-Verlag, 2006
- [Don03] DONGES, Axel: Die maximale Geschwindigkeit eines Balls beim Abschlag: Gerader Stoß und Drehstoß. In: *Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule* Heft 2/52 (2003), 1. März. – 52. Jahrgang
- [Fal06] FALTA, Jens: König Fußball. In: *Physik-Journal: Mitgliederzeitschrift der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 5 (6), S.35-40 (2006)
- [FL12] FRIES, Dietmar ; LEISEN, Josef u.: *Lehrplan Physik Oberstufe. Klasse 11-13*. Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Weiterbildung Rheinland-Pfalz, 2012
- [GS01] GUENTER, Peggi ; SILKROSKI, Marcia: *Tube feeding - Practical guidelines and nursing protocols*. Gaithersburg, Maryland : Aspen Publishers, 2001. – Kapitel 2: Nutrition screening and assessment
- [HB09] HANKE-BOURGEOIS, Martin: *Grundlagen der numerischen Mathematik und des wissenschaftlichen Rechnens*. 3., aktualisierte Aufl. Wiesbaden : Vieweg + Teubner, 2009 (Studium)
- [Hup01] HUPFELD, Walter: *Dynasys: Modellbildung und Simulation dynamischer Systeme*. 2001
- [Lau11] LAUMANN, Daniel: *Die Physik der Bananenflanke: Theoretisches Modell und Videoanalyse*. Saarbrücken : VDM Verlag Dr. Müller, 2011

-
- [Lei03] LEISEN, Josef: Interesse und Motivation im Physikunterricht: Naturwissenschaftlich-technischer Unterricht auf dem Weg in die Zukunft. (2003), 14. Juni. – Vortrag auf einer Tagung an der TU Braunschweig
- [Lei10a] LEISEN, Josef: Didaktische und methodische Aspekte beim Einsatz von Modellbildungssystemen. (2010). – Staatliches Studienseminar für das Lehramt Gymnasium in Koblenz
- [Lei10b] LEISEN, Josef: Modellbildung und Modellbildungssysteme. (2010). – aus dem Fachdidaktik-Seminar an der Universität Mainz
- [LFG00] LANGENSIEPEN, Fritz ; FRIEDRICH, Eugen ; GÖTZ, Rainer: *Handbuch des Physikunterrichts*. Band 2: Mechanik II: Hydro- und Aerostatik, Akustik, Kinematik, Dynamik, Flugphysik. Köln : Aulis-Verlag Deubner, 2000
- [May01] MAY, Lars-Patrick: *Analyse realer Bewegungsvorgänge im Physikunterricht: Zum Einsatz eines Videomess- und -präsentationssystems mit Anwendungsbeispielen aus Physik und Sport*. Johannes Gutenberg-Universität Mainz : Staatsexamensarbeit, Februar 2001. – Download: <http://www.physik.uni-mainz.de/lehramt/ViMPS/>
- [Mes06] MESCHÉDE, Dieter: *Gerthsen Physik*. 23., überarbeitete Auflage. Berlin [u.a.] : Springer-Verlag, 2006
- [MK03] MAY, Lars-Patrick ; KAYSER, Friedrich: Wie kommt der Wasserspringer in den Physiksaal? - Das Mainzer Videomess- und Präsentationssystem ViMPS. In: *Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule* Heft 2/52 (2003), 1. März. – 52. Jahrgang
- [MT10] MATHELITSCH, Leopold ; THALLER, Sigrid: *Sport und Physik*. Praxis-Schriftenreihe: Abteilung Physik, Bd. 64. Hallbergmoos : Aulis Verlag, 2010
- [POW69] PRANDTL, Ludwig ; OSWATITSCH, Klaus ; WIEGHARDT, Karl: *Führer durch die Strömungslehre: Lehrbuch für Physiker, Maschinenbauer, Elektrotechniker ab 3. Semester*. 7., überarb. Aufl. Braunschweig : Vieweg, 1969
- [SA06] SPURK, Joseph ; AKSEL, Nuri: *Strömungslehre: Einführung in die Theorie der Strömungen*. 6., erw. Aufl. Berlin [u.a.] : Springer, 2006
- [Tol10a] TOLAN, Metin: *Manchmal gewinnt der Bessere - Die Physik des Fußballspiels*. aktualisierte Taschenbuchausgabe September 2011. München : Piper Verlag GmbH, 2010
- [Tol10b] TOLAN, Metin: *So werden wir Weltmeister - Die Physik des Fußballspiels*. 2. Auflage. München : Piper Verlag GmbH, 2010

- [Wes10] WESSON, John: *Fußball - Wissenschaft mit Kick: Von der Physik fliegender Bälle und der Statistik des Spielausgangs*. unveränderter Nachdruck der 1. Auflage von 2006. Heidelberg : Spektrum Akademischer Verlag, 2010

8.2. Internetquellen

- [1] ANDREW, Earl: *National Geographic Society Map „Soccer United the World“*. Link: <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/8e/Popularsports.PNG>, Juni 2006. – (Zugriff: 14. März 2012)
- [2] DAMBECK, Holger: *WM-Spielgerät Jabulani: "Der Ball ist schrecklich, furchtbar"*. SpiegelOnline : Link: <http://www.spiegel.de/wissenschaft/technik/0,1518,692795,00.html>, Juni 2010. – (Zugriff: 13. April 2012)
- [3] GRÜNINGER, Klaus-Dieter: *Thesen zur Messwerterfassung im Physikunterricht*. Landesbildungsserver Baden-Württemberg : Link: <http://www.schule-bw.de/unterricht/faecher/physik/mess/didaktik/index.htm>, . – (Zugriff: 02. Mai 2012)
- [4] N.N: *Verschiedene Bälle beim Sport*. LEIFI Physik : Link: http://www.leifiphysik.de/web_ph08_g8/versuche/13baelle/baelle.htm, . – (Zugriff: 23. April 2012)
- [5] N.N: *Gesichtsgulasch*. Link: <http://www.latestlol.de/2011/07/25/gesichtsgulasch-fussball-in-da-face/>, Juli 2011. – (Zugriff: 29. April 2012)
- [6] N.N: *Deutsche Fußballnationalmannschaft der Frauen*. Link: http://de.wikipedia.org/wiki/Deutsche_Fu%C3%9Fballnationalmannschaft_der_Frauen, April 2012. – (Zugriff: 08. Mai 2012)
- [7] N.N: *Fußballregeln*. Link: <http://de.wikipedia.org/wiki/Fu%C3%9Fballregeln>, April 2012. – (Zugriff: 07. Mai 2012)
- [8] N.N: *Gesellschaftliche Bedeutung von Fußball*. Link: http://de.wikipedia.org/wiki/Fu%C3%9Fball#Gesellschaftliche_Bedeutung, April 2012. – (Zugriff: 03. Mai 2012)
- [9] RINN, Philip: *Was ist eine Bananenflanke?* Carl von Ossietzky Universität Oldenburg : Link: http://www.physik.uni-oldenburg.de/bilder/Studieren_in_OL/Was_sie/a12_bild_bananenflanke_02.png, Mai 2011. – (Zugriff: 07. April 2012)

- [10] SCHELOSKE, Marc: *Die Angst des Lehmanns beim Elfmeter: Weshalb es den Flatterball nicht gibt.* Link: <http://www.wissenswerkstatt.net/2008/06/07/die-angst-des-lehmanns-vorm-elfmeter-weshalb-es-den-flatterball-nicht-gibt-wer> Juni 2008. – (Zugriff: 26. April 2012)
- [11] TOLAN, Metin: *Welt der Physik.* Link: <http://www.weltderphysik.de/gebiet/leben/fussball/rolle-des-luftwiderstands/>, 16. Mai 2008. – (Zugriff: 08. März 2012)

9. Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, Sven Fischer, dass ich die wissenschaftliche Prüfungsarbeit für die Erste Staatsprüfung für das Lehramt an Gymnasien selbstständig ohne fremde Hilfe verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Diese Erklärung schließt auch die im Internet zugänglichen Daten ein. Die Stellen der Arbeit, die dem Wortlaut oder dem Sinn nach anderen Werken entnommen wurden, sind unter Angabe der Quellen der Entlehnung kenntlich gemacht. Die Arbeit ist noch nicht veröffentlicht oder in gleicher oder anderer Form an irgendeiner Stelle als Prüfungsleistung vorgelegt worden.

Mainz, 06. Juli 2012

Sven Fischer

A. Ergänzende Abbildungen und Plots

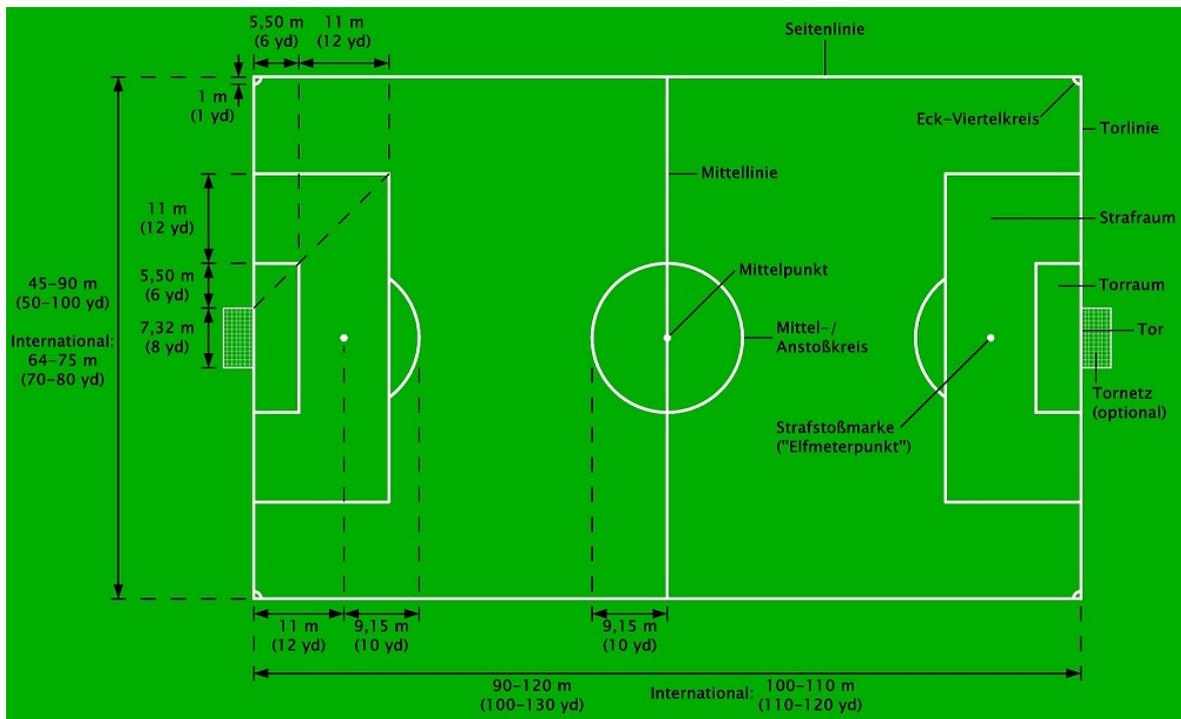


Abb. A.1: Abmessungen eines Fußballfeldes [7]

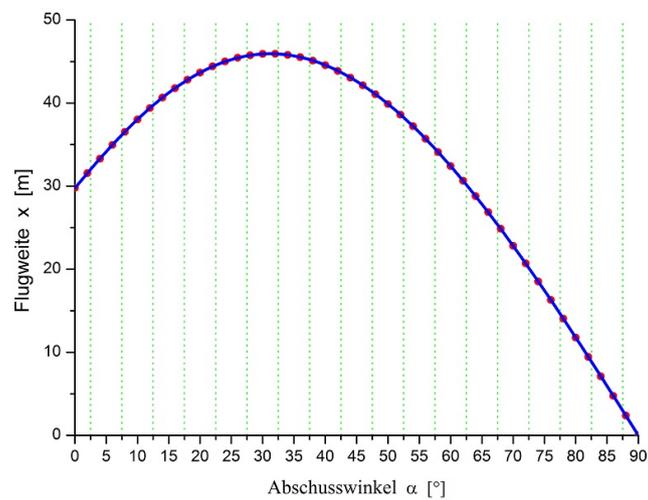


Abb. A.2: Flugweite in Abhängigkeit des Abschusswinkels α für einen Schuss mit $v_0 = 100 \frac{km}{h}$ und einer nur bis zum 5. Grad approximierten Lambert-Funktion

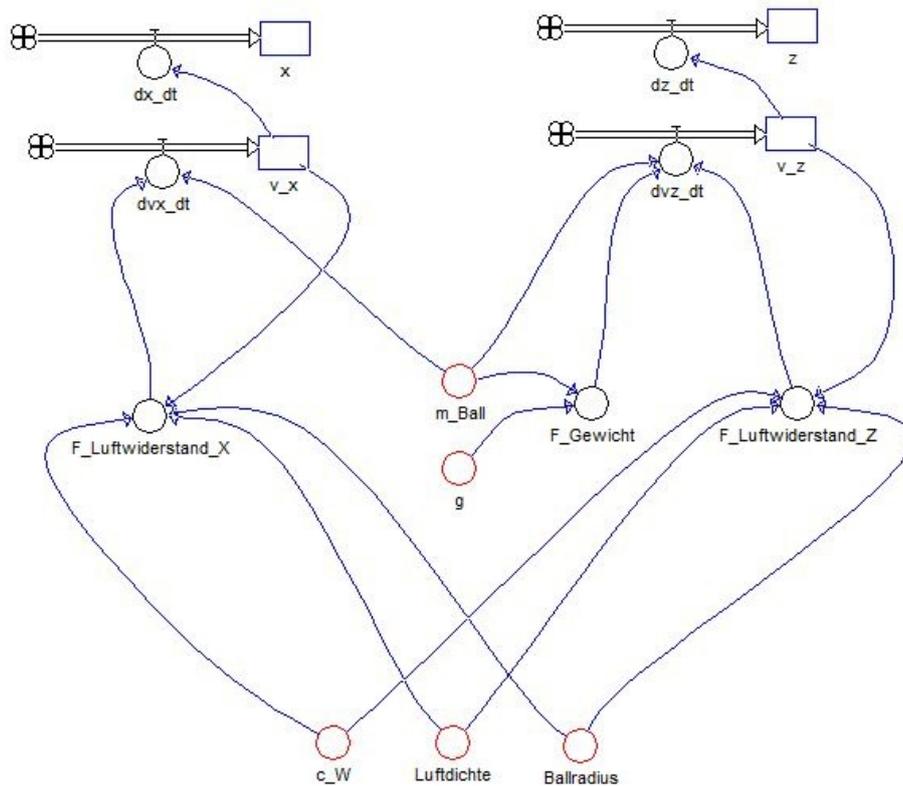


Abb. A.3: Modellierung eines Torwartabstoßes mit NEWTON-Reibung gemäß Gl. (4.3)
 [Zustandsgleichungen siehe Abb. A.4]

```

Zustandsgleichungen
v_x.neu = v_x.alt + dt*(dvx_dt)
  Startwert v_x = 100/3,6*cos(40*pi/180)
x.neu = x.alt + dt*(dx_dt)
  Startwert x = 0
v_z.neu = v_z.alt + dt*(dvz_dt)
  Startwert v_z = 100/3,6*sin(40*pi/180)
z.neu = z.alt + dt*(dz_dt)
  Startwert z = 0

Zustandsänderungen
dvx_dt = F_Luftwiderstand_X/m_Ball
dvz_dt = (F_Gewicht+F_Luftwiderstand_Z)/m_Ball
dx_dt = v_x
dz_dt = v_z

Parameter
m_Ball = 0,45
g = 9,81
Ballradius = 0,11
Luftdichte = 1,184
c_W = 0,4

Zwischenwerte
F_Gewicht = -m_Ball*g
F_Luftwiderstand_Z = -0,5*c_W*Luftdichte*pi*Quadrat(Ballradius)*Quadrat(v_z)
F_Luftwiderstand_X = -0,5*c_W*Luftdichte*pi*Quadrat(Ballradius)*Quadrat(v_x)

```

Abb. A.4: Zustandsgleichungen für das Modell aus Abb. A.3

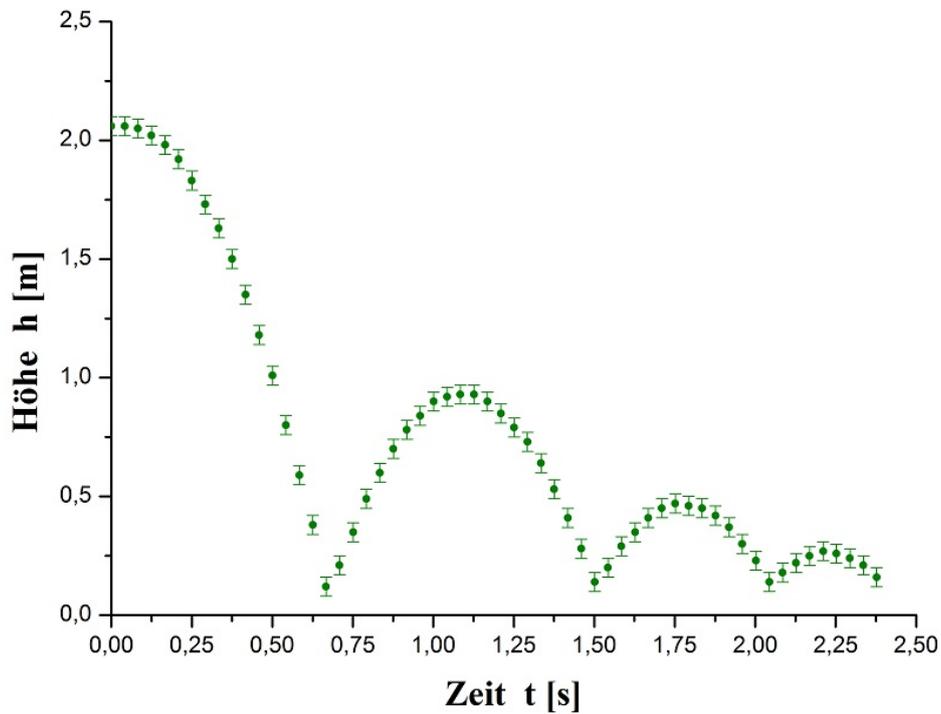


Abb. A.5: h-t-Diagramm zur Bestimmung des Elastizitätskoeffizienten auf Kunstrasen

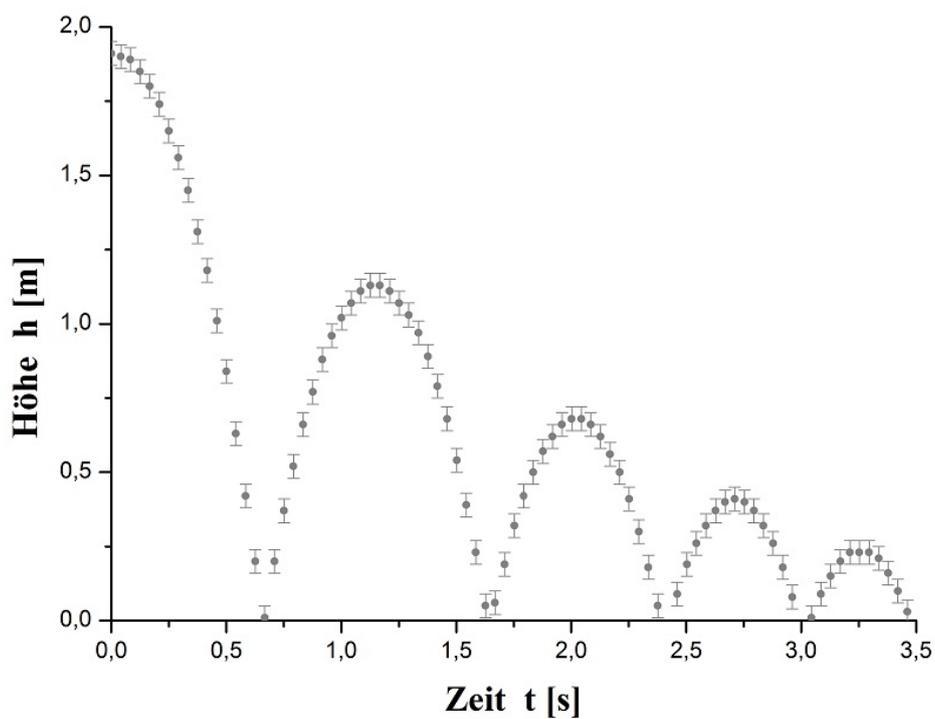


Abb. A.6: h-t-Diagramm zur Bestimmung des Elastizitätskoeffizienten auf Steinboden

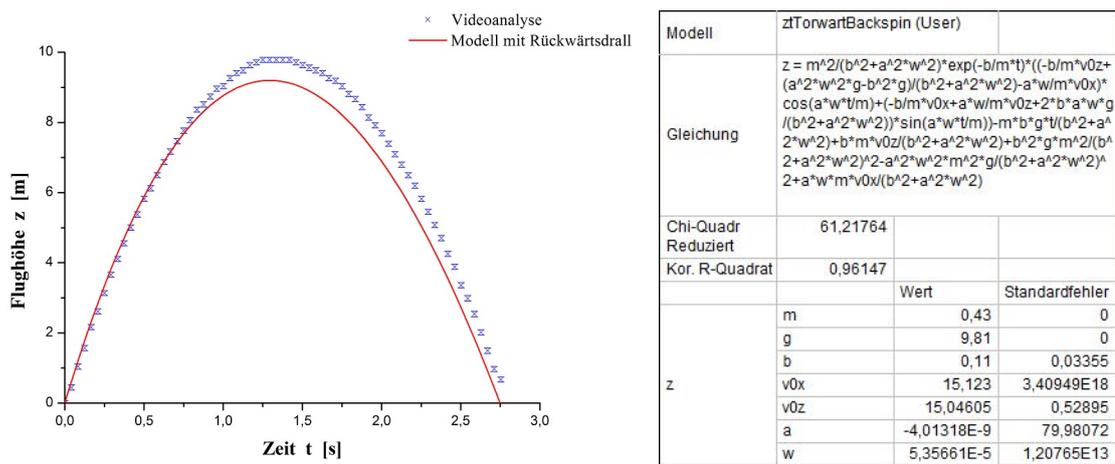


Abb. A.7: Anpassung der z - t -Kurve gemäß Gl. (4.41) für einen hohen Torwartabstoß mit Berücksichtigung einer Rückwärtsrotation des Balls

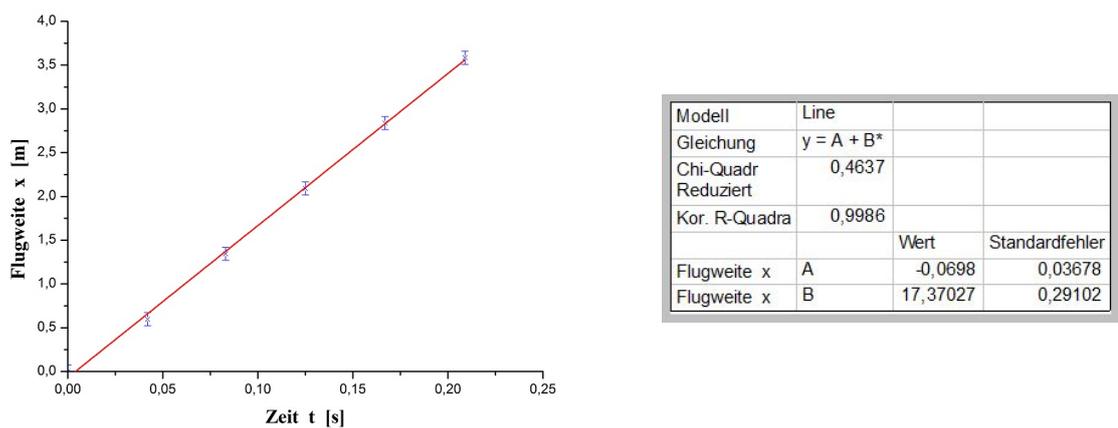
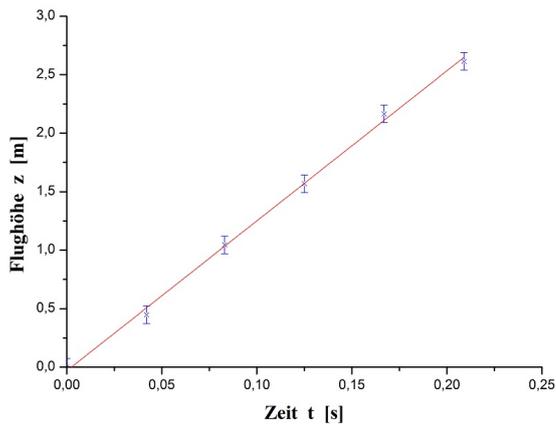
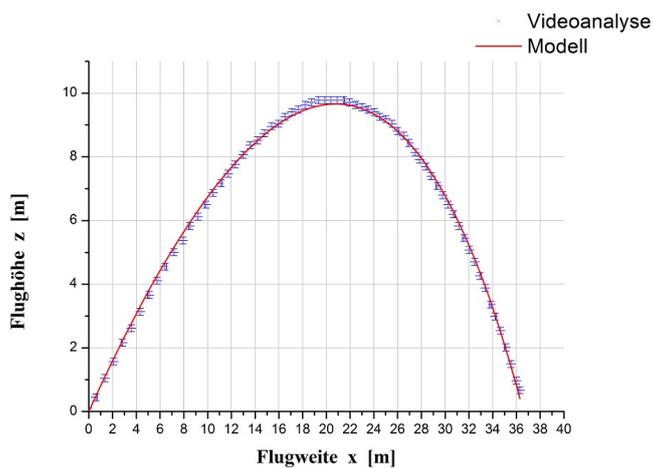


Abb. A.8: Bestimmung der Anfangsgeschwindigkeit v_{0x} aus der Geradensteigung des x - t -Diagramms für den hohen Torwartabstoß



Modell	Line		
Gleichung	$y = A + Bx$		
Chi-Quadr Reduziert	0,40223		
Kor. R-Quadra	0,99777		
		Wert	Standardfehler
Flugh. he z	A	-0,03092	0,03426
	B	12,82191	0,27104

Abb. A.9: Bestimmung der Anfangsgeschwindigkeit v_{0z} aus der Geradensteigung des z - t -Diagramms für den hohen Torwartabstoß



Modell	xzTorwert (User)		
Gleichung	$y = x^2(v_{0z}v_{0x} + m^2g/b^2) + v_{0x}^2x + m^2g/b^2 \ln(1 - b^2x/m/v_{0x})$		
Chi-Quadr Reduziert	1,06158		
Kor. R-Quadrat	0,99855		
		Wert	Standardfehler
z	v_{0x}	19,07981	0,16244
z	v_{0z}	15,72294	0,0572
z	m	0,43	0
z	g	9,81	0
z	b	0,12636	0,00327

Abb. A.10: Anpassung der z - x -Kurve gemäß Gl. (4.39) für einen hohen Torwartabstoß mit Fehlern $\Delta x = \Delta z = 0,11$ m

B. Tabellen mit Messwerten

Zeit t [s]	Kunstrasen h [m]	Steinboden h [m]	Zeit t [s]	Kunstrasen h [m]	Steinboden h [m]
0,000	2,06	1,91	1,752	0,47	0,32
0,042	2,06	1,90	1,793	0,46	0,42
0,083	2,05	1,89	1,835	0,45	0,50
0,125	2,02	1,85	1,877	0,42	0,57
0,167	1,98	1,80	1,919	0,37	0,62
0,209	1,92	1,74	1,960	0,30	0,66
0,250	1,83	1,65	2,002	0,23	0,68
0,292	1,73	1,56	2,044	0,14	0,68
0,334	1,63	1,45	2,085	0,18	0,66
0,375	1,50	1,31	2,127	0,22	0,62
0,417	1,35	1,18	2,169	0,25	0,56
0,459	1,18	1,01	2,211	0,27	0,50
0,501	1,01	0,84	2,252	0,26	0,41
0,542	0,80	0,63	2,294	0,24	0,30
0,584	0,59	0,42	2,336	0,21	0,18
0,626	0,38	0,20	2,377	0,16	0,05
0,667	0,12	0,01	2,419		-0,02
0,709	0,21	0,20	2,461		0,09
0,751	0,35	0,37	2,503		0,19
0,792	0,49	0,52	2,544		0,26
0,834	0,60	0,66	2,586		0,32
0,876	0,70	0,77	2,628		0,37
0,918	0,78	0,88	2,669		0,40
0,959	0,84	0,96	2,711		0,41
1,001	0,90	1,02	2,753		0,40
1,043	0,92	1,07	2,794		0,37
1,084	0,93	1,11	2,836		0,32
1,126	0,93	1,13	2,878		0,26
1,168	0,90	1,13	2,920		0,18
1,210	0,85	1,11	2,961		0,08
1,251	0,79	1,07	3,003		-0,05
1,293	0,73	1,03	3,045		0,01
1,335	0,64	0,97	3,086		0,09
1,376	0,53	0,89	3,128		0,15
1,418	0,41	0,79	3,170		0,20
1,460	0,28	0,68	3,212		0,23
1,502	0,14	0,54	3,253		0,23
1,543	0,20	0,39	3,295		0,23
1,585	0,29	0,23	3,337		0,21
1,627	0,35	0,05	3,378		0,16
1,668	0,41	0,06	3,420		0,10
1,710	0,45	0,19	3,462		0,03

Tab. B.1: Messwerte der Videoanalysen zur Bestimmung des Elastizitätskoeffizienten

t	$v_{Fuss,x}$	$v_{Fuss,z}$	v_{Fuss}	Δv_{Fuss}	$v_{Ball,x}$	$v_{Ball,z}$	v_{Ball}	Δv_{Ball}
[s]	$\left[\frac{m}{s}\right]$							
0,007	8,39	-2,10	8,65	1,234	0,00	0,00	0,00	0,000
0,021	10,49	-4,20	11,30	1,322	0,00	0,00	0,00	0,000
0,036	10,49	-6,29	12,23	1,396	0,00	0,00	0,00	0,000
0,050	12,59	-6,29	14,07	1,365	0,00	0,00	0,00	0,000
0,064	18,88	-8,39	20,66	1,343	0,00	0,00	0,00	0,000
0,079	23,08	-4,20	23,46	1,183	0,00	0,00	0,00	0,000
0,093	16,79	2,10	16,92	1,136	12,59	2,10	12,76	1,171
0,107	18,88	2,10	19,00	1,123	25,18	0,00	25,18	1,017
0,121	12,59	14,69	19,34	1,434	27,28	2,10	27,36	1,092
0,136	12,59	8,39	15,13	1,411	25,18	2,10	25,27	1,098
0,150	8,39	14,69	16,92	1,388	27,28	2,10	27,36	1,092
0,164	6,29	8,39	10,49	1,424	27,28	2,10	27,36	1,092
0,179	2,10	8,39	8,65	1,234	25,18	2,10	25,27	1,098
0,193	6,29	2,10	6,63	1,287	27,28	0,00	27,28	1,017
0,207	4,20	2,10	4,69	1,365	23,08	2,10	23,18	1,105
0,221	4,20	2,10	4,69	1,365	27,28	0,00	27,28	1,017
0,236	8,39	2,10	8,65	1,234	27,28	4,20	27,60	1,160
0,250	4,20	2,10	4,69	1,365	23,08	0,00	23,08	1,017
0,264	4,20	0,00	4,20	1,017	25,18	2,10	25,27	1,098
0,279	2,10	0,00	2,10	1,017	27,28	0,00	27,28	1,017
0,293	4,20	0,00	4,20	1,017	23,08	2,10	23,18	1,105
0,307	4,20	0,00	4,20	1,017	27,28	2,10	27,36	1,092
0,321	0,00	-4,20	4,20	1,017	23,08	0,00	23,08	1,017
0,336	6,29	-4,20	7,56	1,411	25,18	0,00	25,18	1,017
0,350	2,10	-2,10	2,97	1,439	25,18	0,00	25,18	1,017
0,364	4,20	-4,20	5,93	1,439	23,08	2,10	23,18	1,105
0,379	2,10	-4,20	4,69	1,365	23,08	0,00	23,08	1,017
0,393	2,10	-6,29	6,63	1,287	25,18	0,00	25,18	1,017
0,407	4,20	-4,20	5,93	1,439	25,18	2,10	25,27	1,098
0,421	2,10	-8,39	8,65	1,234	20,98	0,00	20,98	1,017
0,436	2,10	-4,20	4,69	1,365	23,08	0,00	23,08	1,017
0,450	0,00	-4,20	4,20	1,017	23,08	0,00	23,08	1,017
0,464	2,10	-4,20	4,69	1,365	23,08	0,00	23,08	1,017
0,479	0,00	-2,10	2,10	1,017	23,08	0,00	23,08	1,017
0,493	0,00	-6,29	6,29	1,017	23,08	0,00	23,08	1,017
0,507	2,10	-6,29	6,63	1,287	20,98	0,00	20,98	1,017

Tab. B.2: Messwerte der Videoanalyse von Torschuss 1 mit der Hochgeschwindigkeitskamera

Größe	Torschuss 2	Torschuss 3	Torschuss 4	Torschuss 5	Torschuss 6
$v_0 \left[\frac{m}{s}\right]$	$18,81 \pm 0,94$	$19,88 \pm 0,99$	$19,14 \pm 0,96$	$18,89 \pm 0,94$	$18,71 \pm 0,94$
$v_{Ball} \left[\frac{m}{s}\right]$	$25,71 \pm 1,29$	$26,03 \pm 1,30$	$24,07 \pm 1,20$	$24,96 \pm 1,25$	$25,00 \pm 1,25$
$m_{Bein} [kg]$	$16,80 \pm 1,00$	$16,80 \pm 1,00$	$12,60 \pm 1,00$	$12,60 \pm 1,00$	$12,60 \pm 1,00$
$m_{Ball} [kg]$	$0,430 \pm 0,001$				
$l [m]$	$1,09 \pm 0,02$	$1,09 \pm 0,02$	$1,02 \pm 0,02$	$1,02 \pm 0,02$	$1,02 \pm 0,02$
e	$0,43 \pm 0,10$	$0,41 \pm 0,10$	$0,39 \pm 0,10$	$0,46 \pm 0,10$	$0,47 \pm 0,10$

Tab. B.3: Ergebnisse der Videoanalysen der Torschüsse 2-6 mit der Hochgeschwindigkeitskamera

t [s]	x [m]	z [m]	$\Delta x, \Delta z$ [m]	t [s]	x [m]	z [m]	$\Delta x, \Delta z$ [m]
0	0	0	0,074	0,876	18,215	3,480	0,074
0,042	0,963	0,370	0,074	0,918	18,956	3,406	0,074
0,083	1,925	0,740	0,074	0,959	19,696	3,332	0,074
0,125	2,888	1,037	0,074	1,001	20,437	3,258	0,074
0,167	3,850	1,407	0,074	1,043	21,103	3,184	0,074
0,209	4,739	1,703	0,074	1,084	21,844	3,036	0,074
0,250	5,702	1,999	0,074	1,126	22,510	2,888	0,074
0,292	6,590	2,221	0,074	1,168	23,176	2,740	0,074
0,334	7,479	2,444	0,074	1,210	23,843	2,592	0,074
0,375	8,367	2,666	0,074	1,251	24,509	2,444	0,074
0,417	9,256	2,814	0,074	1,293	25,176	2,221	0,074
0,459	10,144	2,962	0,074	1,335	25,842	1,999	0,074
0,501	11,033	3,110	0,074	1,376	26,434	1,777	0,074
0,542	11,847	3,258	0,074	1,418	27,027	1,555	0,074
0,584	12,662	3,406	0,074	1,460	27,693	1,259	0,074
0,626	13,550	3,406	0,074	1,502	28,286	1,037	0,074
0,667	14,291	3,480	0,074	1,543	28,878	0,740	0,074
0,709	15,105	3,554	0,074	1,585	29,470	0,518	0,074
0,751	15,920	3,554	0,074	1,627	29,767	0,740	0,074
0,792	16,660	3,554	0,074	1,668	30,137	1,037	0,074
0,834	17,475	3,480	0,074	1,710	30,359	1,185	0,074

Tab. B.4: Messwerte der Videoanalyse des flachen Torwartabstoßes

t [s]	x [m]	z [m]	$\Delta x, \Delta z$ [m]	t [s]	x [m]	z [m]	$\Delta x, \Delta z$ [m]
0,000	0,000	0,000	0,075	1,460	21,955	9,708	0,075
0,042	0,597	0,448	0,075	1,502	22,478	9,634	0,075
0,083	1,344	1,045	0,075	1,543	23,001	9,559	0,075
0,125	2,091	1,568	0,075	1,585	23,524	9,484	0,075
0,167	2,838	2,166	0,075	1,627	24,046	9,409	0,075
0,209	3,585	2,614	0,075	1,668	24,495	9,260	0,075
0,250	4,331	3,136	0,075	1,710	25,017	9,185	0,075
0,292	5,078	3,659	0,075	1,752	25,540	9,036	0,075
0,334	5,750	4,107	0,075	1,793	25,988	8,812	0,075
0,375	6,422	4,555	0,075	1,835	26,511	8,663	0,075
0,417	7,169	5,003	0,075	1,877	26,959	8,439	0,075
0,459	7,916	5,377	0,075	1,919	27,482	8,140	0,075
0,501	8,513	5,825	0,075	1,960	27,855	7,916	0,075
0,542	9,185	6,124	0,075	2,002	28,378	7,692	0,075
0,584	9,858	6,497	0,075	2,044	28,826	7,393	0,075
0,626	10,455	6,870	0,075	2,085	29,349	7,094	0,075
0,667	11,127	7,169	0,075	2,127	29,797	6,796	0,075
0,709	11,725	7,468	0,075	2,169	30,245	6,497	0,075
0,751	12,322	7,767	0,075	2,211	30,693	6,198	0,075
0,792	12,994	8,065	0,075	2,252	31,141	5,825	0,075
0,834	13,591	8,364	0,075	2,294	31,589	5,452	0,075
0,876	14,189	8,513	0,075	2,336	32,037	5,078	0,075
0,918	14,786	8,737	0,075	2,377	32,485	4,705	0,075
0,959	15,384	8,961	0,075	2,419	32,933	4,257	0,075
1,001	15,981	9,036	0,075	2,461	33,381	3,883	0,075
1,043	16,504	9,260	0,075	2,503	33,829	3,361	0,075
1,084	17,101	9,409	0,075	2,544	34,203	2,987	0,075
1,126	17,624	9,484	0,075	2,586	34,651	2,539	0,075
1,168	18,222	9,634	0,075	2,628	35,099	2,016	0,075
1,210	18,744	9,708	0,075	2,669	35,547	1,494	0,075
1,251	19,342	9,783	0,075	2,711	35,995	0,971	0,075
1,293	19,864	9,783	0,075	2,753	36,294	0,672	0,075
1,335	20,387	9,783	0,075	2,794	36,443	1,045	0,075
1,376	20,910	9,783	0,075	2,836	36,592	1,344	0,075
1,418	21,433	9,783	0,075				

Tab. B.5: Messwerte der Videoanalyse des hohen Torwartabstoßes

t [s]	x [m]	y [m]	$y_{\text{Korrektur}}$ [m]	z [m]	$\Delta x, \Delta y, \Delta z$
0,000	0,000	0,000	0,065	0,000	0,200
0,042	0,951	0,000	0,100	0,501	0,200
0,083	1,803	0,000	0,133	0,951	0,200
0,125	2,654	0,000	0,167	1,352	0,200
0,167	3,556	-0,074	0,139	1,753	0,200
0,209	4,407	-0,074	0,179	2,153	0,200
0,250	5,208	-0,074	0,219	2,504	0,200
0,292	6,009	-0,074	0,260	2,804	0,200
0,334	6,861	-0,074	0,306	3,105	0,200
0,375	7,612	-0,074	0,348	3,355	0,200
0,417	8,413	-0,074	0,395	3,606	0,200
0,459	9,164	-0,074	0,440	3,806	0,200
0,501	9,966	0,000	0,546	4,006	0,200
0,542	10,717	0,074	0,647	4,207	0,200
0,584	11,468	0,074	0,695	4,357	0,200
0,626	12,169	0,147	0,789	4,457	0,200
0,667	12,920	0,221	0,889	4,557	0,200
0,709	13,621	0,294	0,982	4,657	0,200
0,751	14,323	0,368	1,074	4,707	0,200
0,792	14,974	0,515	1,204	4,707	0,200
0,834	15,675	0,735	1,378	4,707	0,200
0,876	16,326	0,809	1,457	4,707	0,200
0,918	16,977	0,882	1,535	4,657	0,200
0,959	17,628	0,956	1,613	4,607	0,200
1,001	18,279	1,250	1,801	4,557	0,200
1,043	18,880	1,471	1,938	4,457	0,200
1,084	19,531	1,618	2,043	4,357	0,200
1,126	20,132	1,765	2,134	4,207	0,200
1,168	20,733	2,132	2,321	4,056	0,200
1,210	21,284	2,353	2,425	3,856	0,200
1,251	21,884	2,574	2,535	3,706	0,200
1,293	22,435	2,868	2,657	3,506	0,200
1,335	22,986	3,309	2,829	3,255	0,200
1,376	23,537	3,676	2,964	3,055	0,200
1,418	24,088	3,971	3,060	2,804	0,200
1,460	24,639	4,338	3,175	2,504	0,200
1,502	25,140	5,147	3,417	2,254	0,200
1,543	25,640	5,515	3,501	1,903	0,200
1,585	26,191	6,029	3,629	1,603	0,200
1,627	26,642	6,471	3,703	1,302	0,200
1,668	27,143	7,574	3,967	0,951	0,200
1,710	27,593	8,235	4,073	0,601	0,200
1,752	27,894	8,897	4,132	0,601	0,200

Tab. B.6: Messwerte des Bananenschusses aus der Analyse des Videos

C. Modellierungen mit Coach 6

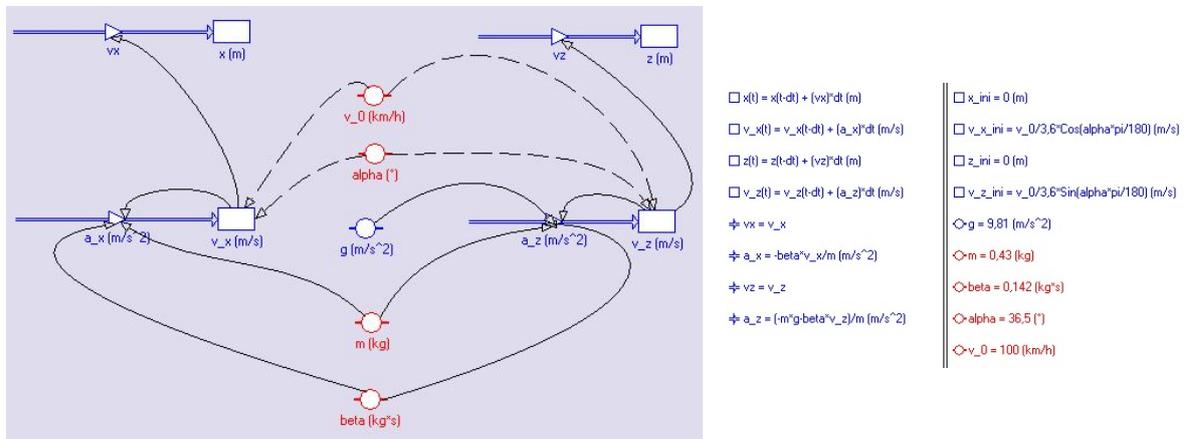


Abb. C.1: Modellierung eines Torwartabstoßes mit COACH 6

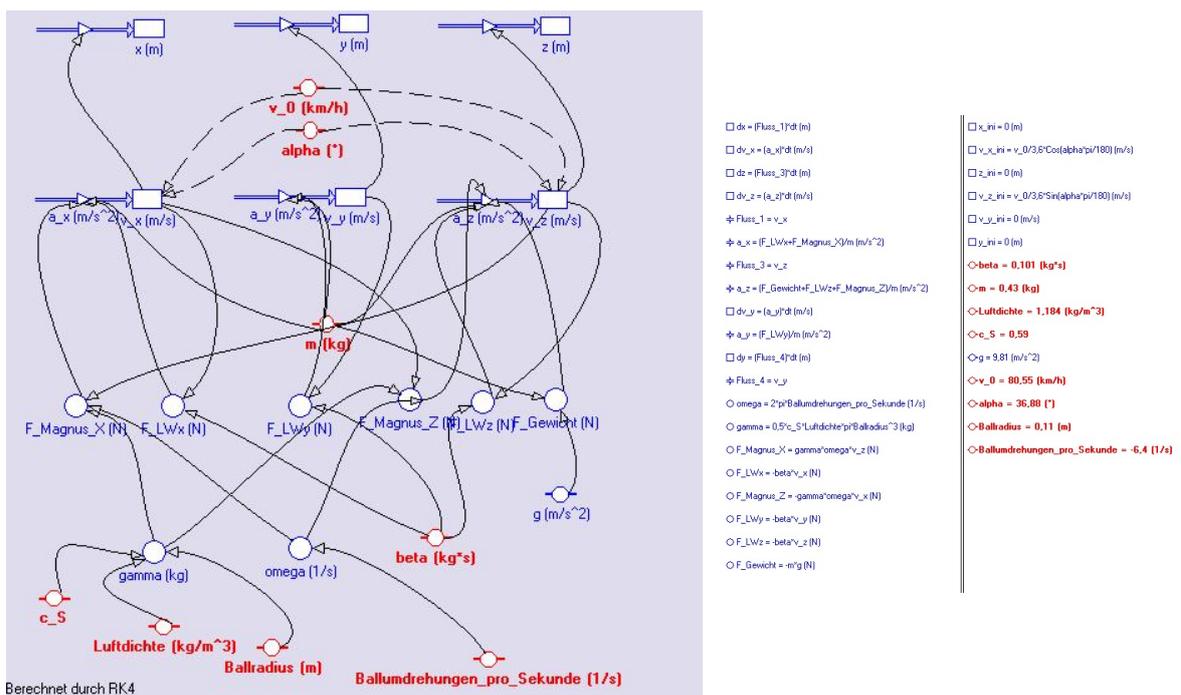


Abb. C.2: Modellierung eines Torwartabstoßes mit COACH 6 bei Berücksichtigung eines Rückwärtsdralls

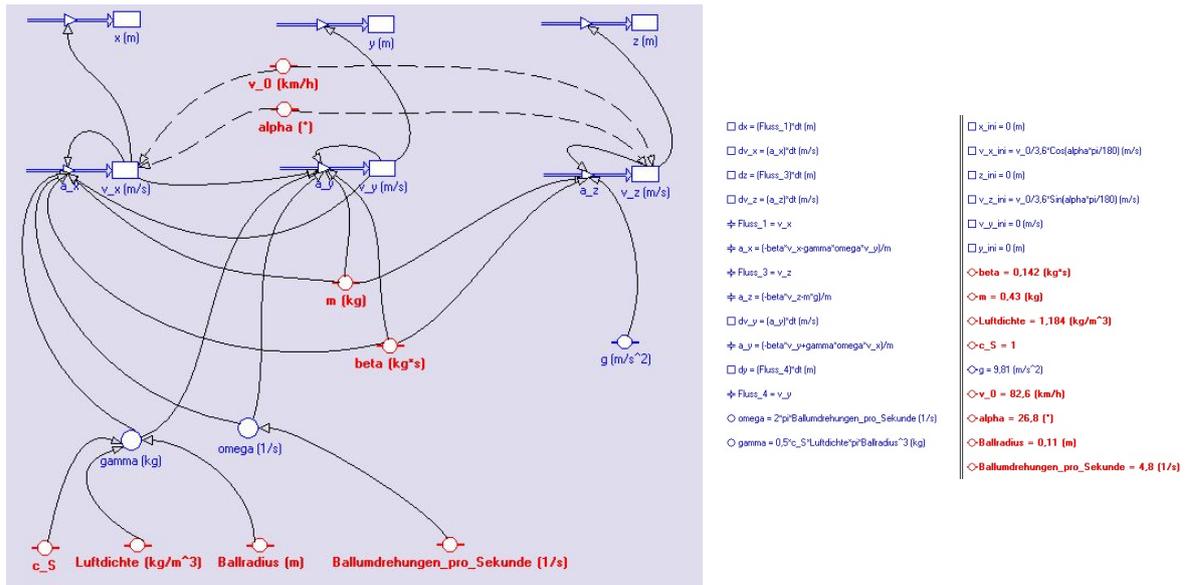


Abb. C.3: Modellierung einer Bananenflanke mit COACH 6

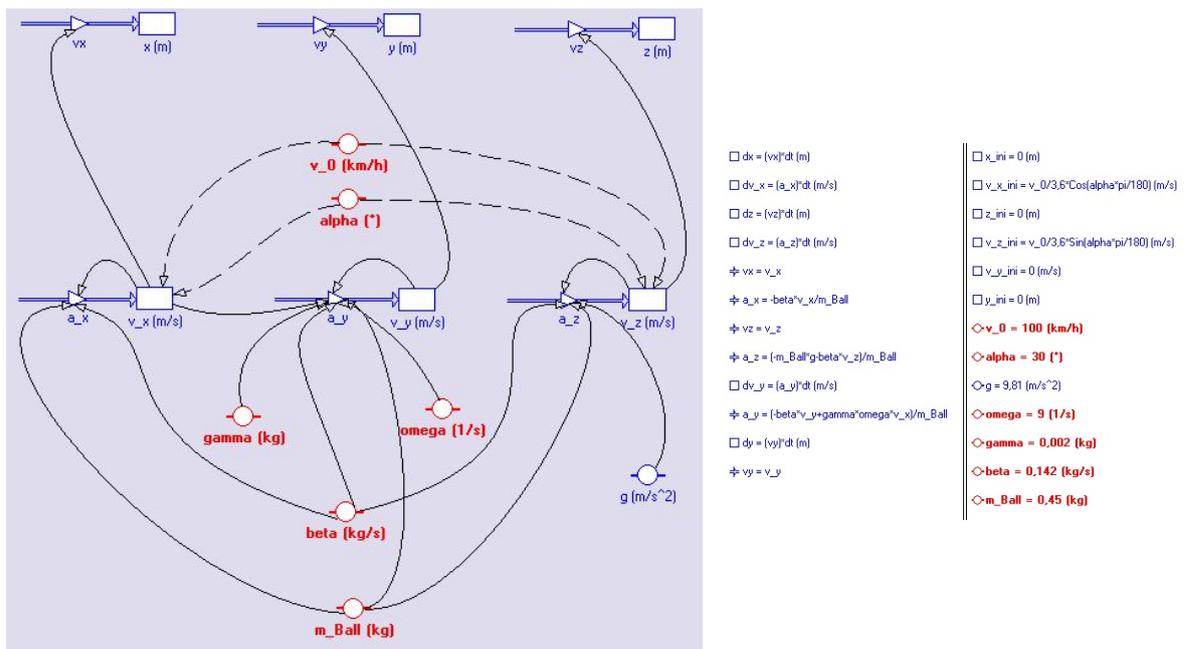


Abb. C.4: Modellierung einer Bananenflanke mit COACH 6 in der Schülerversion

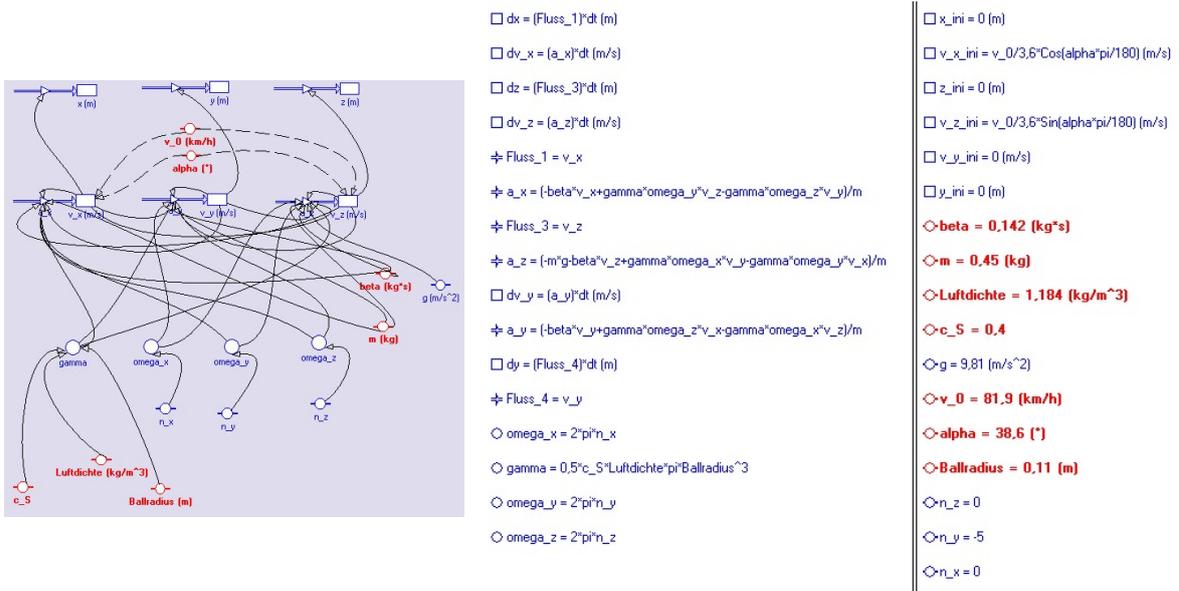


Abb. C.5: Modellierung einer Bananenflanke mit COACH 6 mit beliebiger Drehachse. Für $n_x = n_z = 0$ und $n_y < 0$ entspricht dies einem Torwartabstoß mit Rückwärtsdrall

D. Skizzen für die Videoanalysen

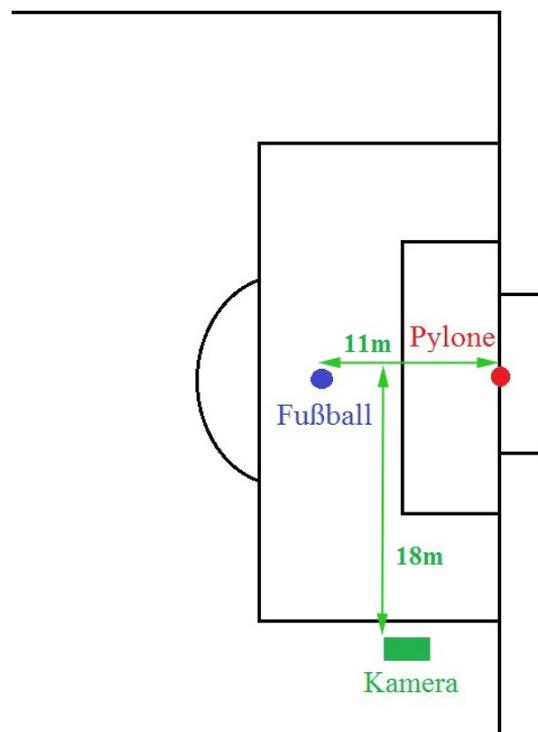


Abb. D.1: Versuchsskizze für den Torschusses

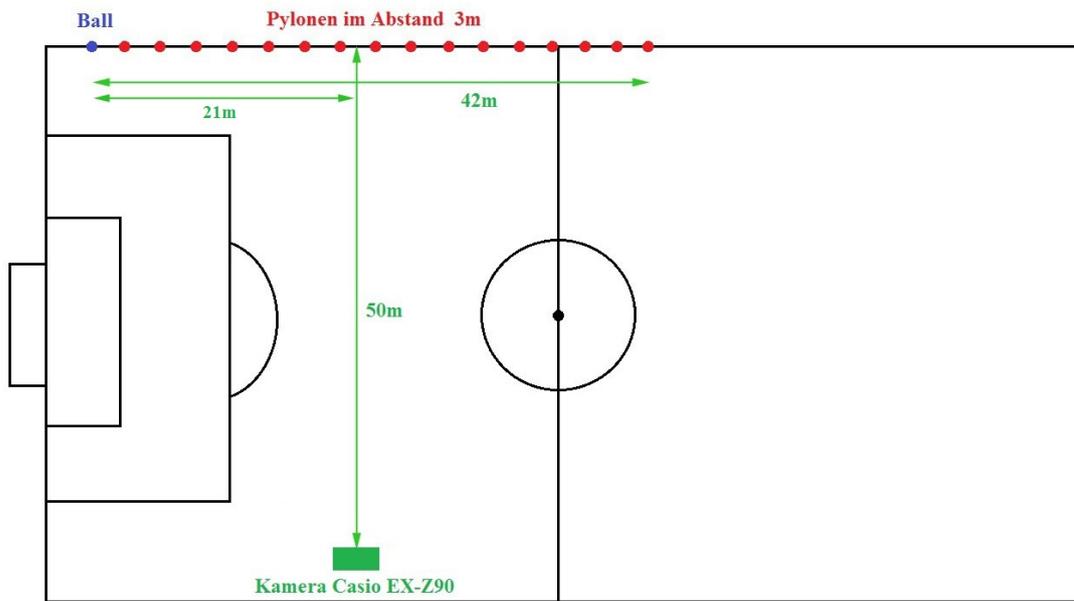


Abb. D.2: Versuchsskizze für den Torwartabstoß

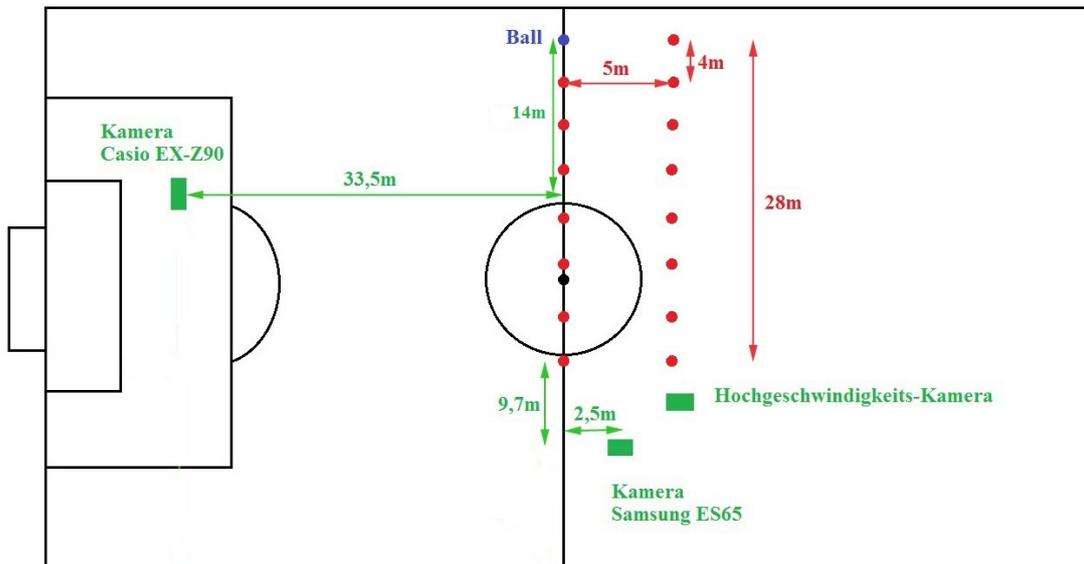


Abb. D.3: Versuchsskizze für den Bananenschuss

E. Programmoberflächen



Abb. E.1: Benutzeroberfläche von *Any Video Converter*

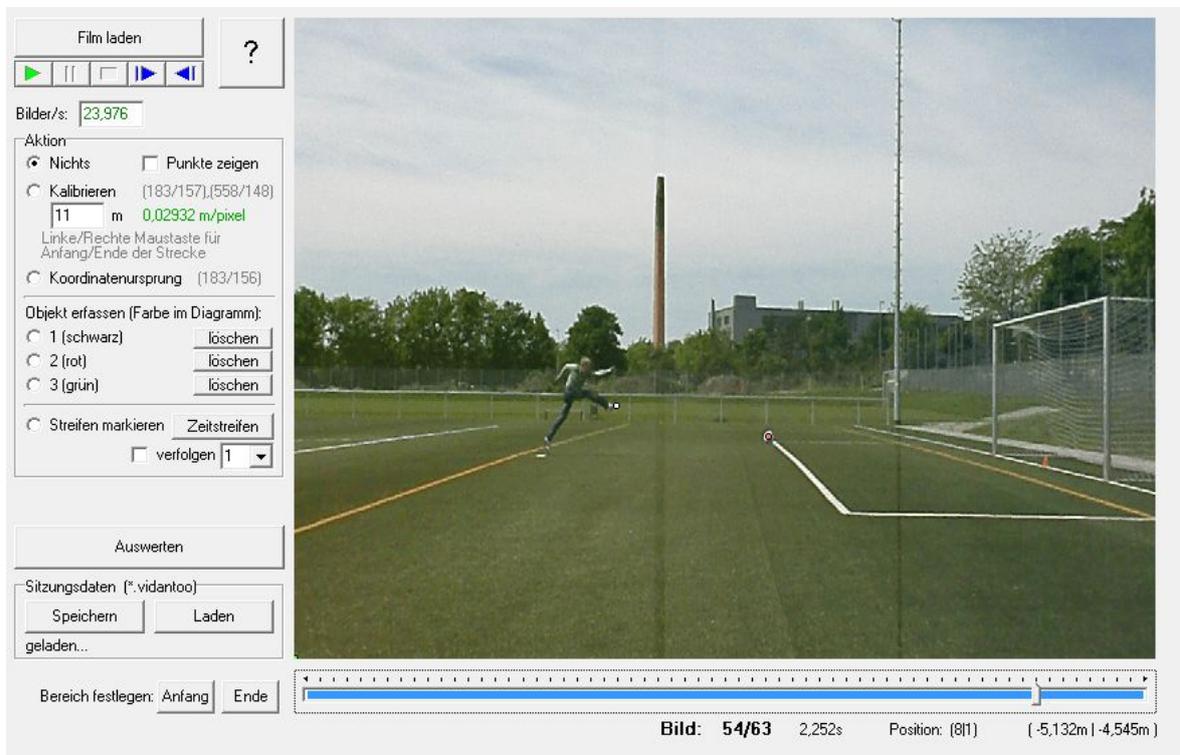


Abb. E.2: Benutzeroberfläche von *VidAnToo*

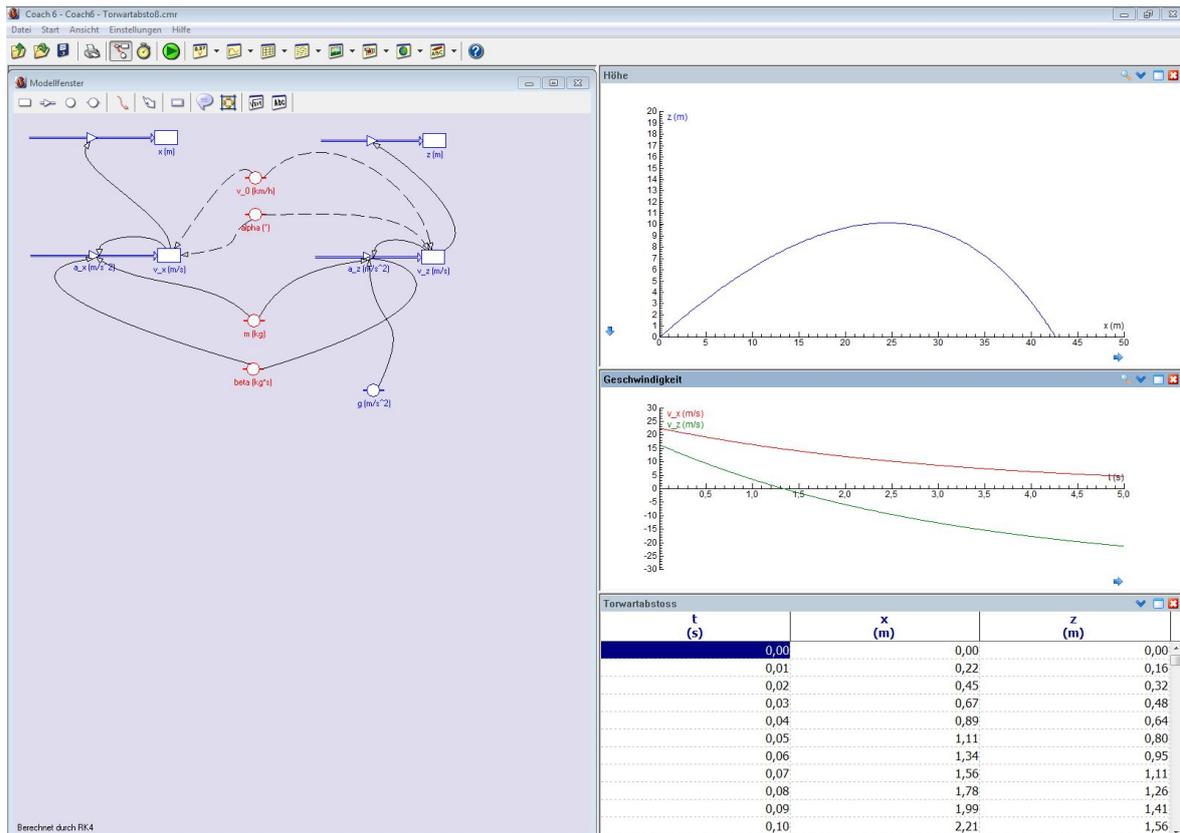
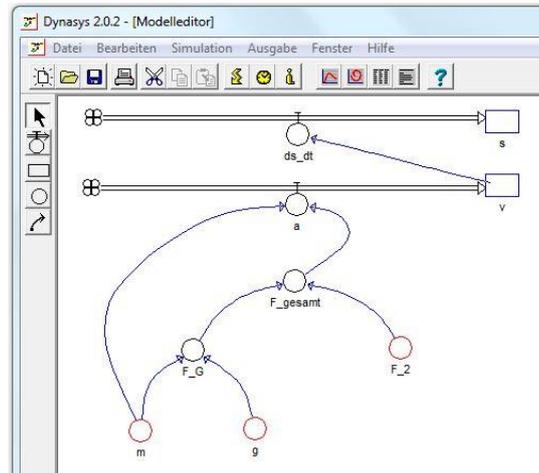


Abb. E.3: Oberfläche des Modellbildungssystems von COACH 6

F. Bedienungsanleitungen für die Programme

Hier befinden sich die Anleitungen der verwendeten Programme, die an den jeweiligen Stationen des Schülerversuchstages ausgelegt sein sollten, damit die Schüler versuchen können ihre Probleme zunächst selbstständig zu lösen. Auf eine Einführung im Plenum mit einem Beamer, insbesondere in das Modellbildungssystem DYNASYS, sollte jedoch nicht verzichtet werden. Die Blätter dienen vielmehr der Unterstützung.

Anleitung für das Modellbildungssystem „Dynasys“



Mit Dynasys können sehr einfach Modelle entworfen werden und eine Vielzahl an Sachverhalte modelliert werden. Es stehen dabei 4 Objekte zur Auswahl:

- 1.) **Zustandsgrößen** 

Zustandsgrößen sind mengenartige Größen, die sich im Laufe der Zeit verändern. Dies geschieht durch Zuflüsse oder Abflüsse (siehe Zustandsänderungen).
Zustandsgrößen können nicht mit Parametern belegt werden!
Beispiele: zurückgelegte Strecke s oder Geschwindigkeit v .
- 2.) **Zustandsänderungen** 

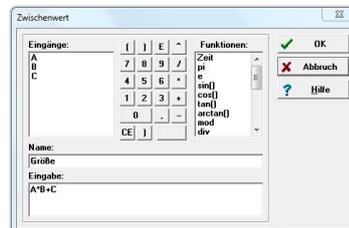
Zustandsänderungen stellen zeitliche Änderungen einer Zustandsgröße dar. Mathematisch gesehen ist die zeitliche Änderung die Ableitung nach der Zeit. Mit Hilfe des Ventils bei einer Zustandsänderung kann also die zeitliche Änderung einer Zustandsgröße eingestellt werden.
Beispiel: Die zeitliche Änderung der Strecke ist die Geschwindigkeit: $v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$
- 3.) **Parameter / Zwischengrößen** 

Parameter (rote Kreise) sind feste Größen, die sich während der Zeit nicht verändern. Fasst man mehrere Parameter zu einem zusammen, dann hat man eine Zwischengröße (schwarze Kreise).
Beispiel: Die Erdbeschleunigung $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ oder die Masse m eines Körpers.
- 4.) **Wirkungspfeile** 

Beeinflusst eine Größe A eine andere Größe B, so muss diese mit einem Wirkungspfeil von A nach B verbunden werden.

Werte und Formeln eingeben

Durch einen Doppelklick mit der linken Maustaste öffnet sich ein Dialogfenster, in dem die Werte, Formeln oder Startwerte in dem Feld **Eingabe** einzugeben sind. Unter **Name** kann man die Größe noch entsprechend benennen.



Simulation des Modells

Ist das Modell fertig entworfen kann eine Simulation durchgeführt werden.

- 1.) Einstellungen unter **Simulation - Numerik** vornehmen:
 - a. Rechenverfahren: Runge-Kutta
 - b. Startzeit: 0
 - c. Endzeit: ausprobieren
 - d. Zeitintervall: 0,1
- 2.) Simulieren unter **Simulation - Starten**



Auswertung

Mit den drei Buttons  oder unter **Ausgabe** können die Daten verschieden ausgewertet werden:

- 1.) **Zeit-Diagramm:** Stellt den zeitlichen Verlauf der gewählten Größe(n) dar.
- 2.) **Phasen-Diagramm:** Diagramm mit frei wählbarer x- und y-Achse
- 3.) **Tabelle:** Gibt die Werte der ausgewählten Größen aus.

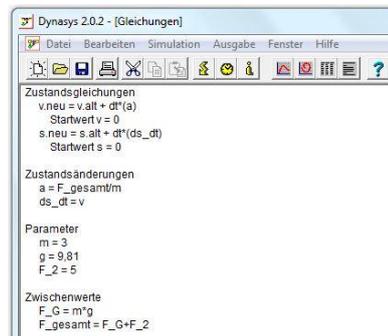
Ein einfaches Beispiel

Ein einfaches Beispiel, bei dem zwei Kräfte (Gewichtskraft F_G und eine zweite Kraft F_2) auf einen Körper wirken, ist in dem Bild oben zu sehen. Mit Newton's zweitem Gesetz

$$F = m \cdot a$$

kann aus der Gesamtkraft die Beschleunigung $a = \frac{dv}{dt}$ berechnet werden. Die Formeln und eingegebenen Werte sind wie in nebenstehendem Bild eingestellt.

Dieses Fenster öffnet sich wenn man auf den Button  drückt.



Anleitung für das Programm „Any Video Converter“



- 1.) Klicke auf „Video hinzufügen“ (grüner Kasten) und wähle das Video aus.
- 2.) Wähle das gewünschte Format (*.avi) aus. (blauer Kasten)
- 3.) Wähle unter Video-Optionen (schwarzer Kasten) den Video Codec „mpeg“.
- 4.) Klicke auf „Konvertieren“ (roter Kasten)

Anleitung für das Videoanalyseprogramm „VidAnToo“



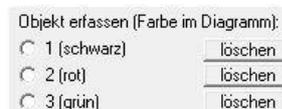
- 1.) Klicke auf **Film laden** und öffne das Video.
- 2.) Suche entlang der Bildlaufleiste den interessanten Teil des Videos und lege den Bereich mit den Buttons **Anfang** und **Ende** fest.

3.) Kalibrierung:

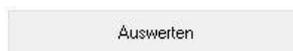
- a) Markiere den Startpunkt (linke Maustaste) und den Endpunkt (rechte Maustaste) einer bekannten Strecke.
- b) Gib die tatsächliche Länge der Strecke in Metern ein.



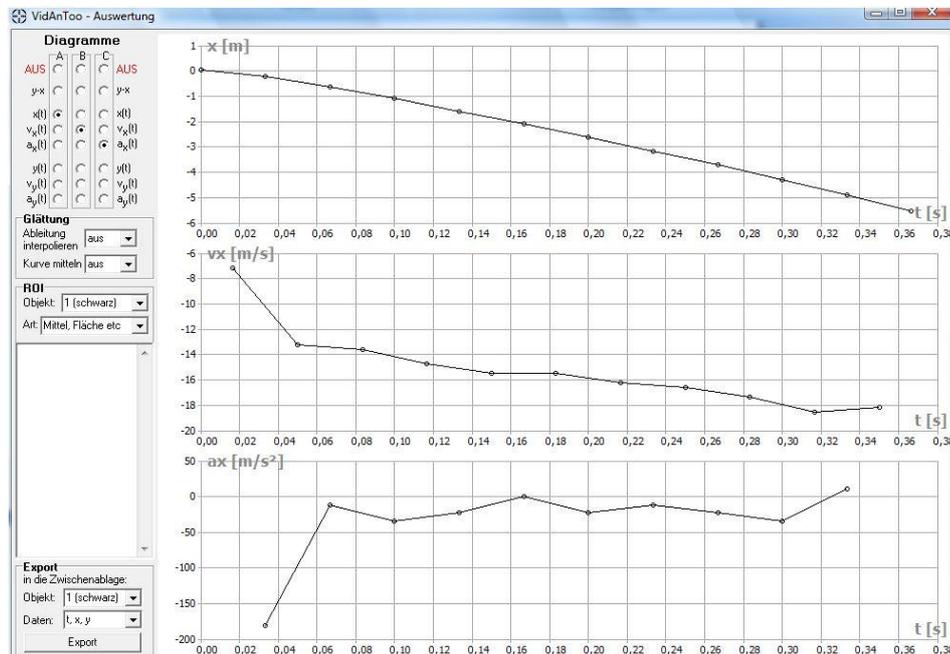
- 4.) Geh auf das Kontrollkästchen Koordinatensprung und markiere diesen im Video.
- 5.) Objekt erfassen (bis zu drei Objekte)
 - a) Klicke auf „1“ und geh mit der Maus zu dem Objekt
 - b) Mit den Tasten W, A, S, D kann man den Punkt pixelweise korrigieren (gibt exaktere Ergebnisse!)
 - c) ggf. zweites oder drittes Objekt erfassen



- 6.) Drücke auf den Button



Auswertungen mit VidAnToo



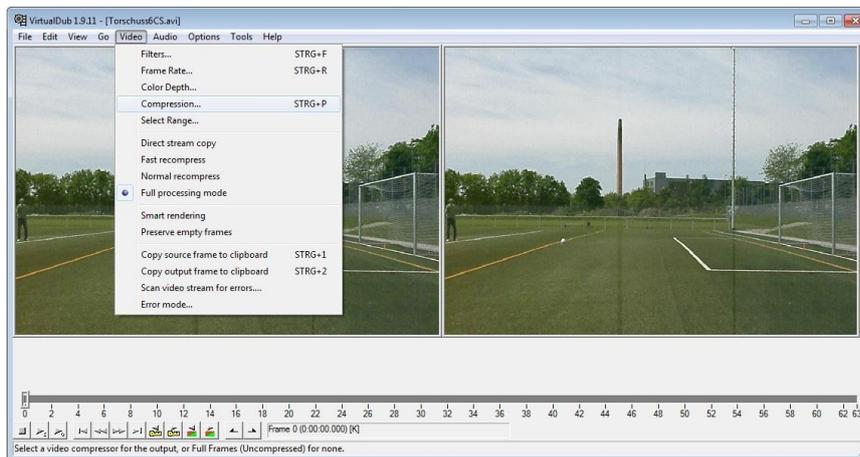
- 1.) Unter **Diagramme** lassen sich bis zu drei Typen auswählen, die gleichzeitig dargestellt werden.
- 2.) Für die Berechnung der Geschwindigkeit sowie Beschleunigung (Ableitungen) kann man die Kurve zusätzlich interpolieren und mitteln (höchstens auf 3), da Randpunkte verloren gehen
- 3.) Unter **ROI** (=Region of Interest) stehen 4 Möglichkeiten zur Auswertung zur Verfügung:
 - a) Mittelwert, Fläche, etc.
 - b) Ausgleichsgerade (linear)
 - c) Allgemein quadratische Funktion $f(x) = ax^2 + bx + c$
 - d) Gleichmäßig beschleunigte Bewegung $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + vt + s$
- 4.) Mit der Maus im Diagramm den interessanten Bereich markieren.

Alternativ:

- 5.) **Export** der Daten um sie z.B. mit Excel oder Origin auszuwerten. Unter **Daten** kann ausgewählt werden, welche Werte man exportieren möchte (t, x, y , t, v_x, v_y oder t, a_x, a_y)



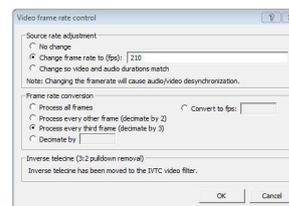
Anleitung für das Video-Bearbeitungsprogramm „VirtualDub“



- 1.) Klicke auf **File – Open video file** (Strg+O), um das Video zu öffnen. Links erscheint das Video, rechts das Video, in dem die Bearbeitungen vorgenommen sind.
- 2.) Wähle unter **Audio** die Option **No audio** aus.
- 3.) Suche mit der Bildlaufleiste den interessanten Teil des Videos und markiere den Anfang mit , sowie das Ende mit , um das Video nicht unnötig groß zu machen.
- 4.) Gehe oben auf **Video – Frame Rate**

a) Highspeed-Kamera:

Gib in dem Kasten **Source rate adjustment** unter dem Punkt **Change frame rate to (fps)** „210“ ein.
In dem Kasten **Frame rate conversion** wähle die Option **Process every third frame (decimate by 3)** aus.



b) Kamera Samsung ES65:

Wähle in dem Kasten **Frame rate conversion** die Option **Convert to fps** aus und gib dort „23,976“ ein, um die Bildrate mit der zweiten Kamera anzupassen.

- 5.) Sollte das Video dennoch nicht in *VidAnToo* zu öffnen sein muss unter **Video – Compression** der Codec **Cinepak Codec von Radius** ausgewählt werden.
- 6.) Unter **File – Save as AVI...** Video abspeichern.

G. Einführungs-Präsentation

Herzlich Willkommen zum
Schülerversuchstag

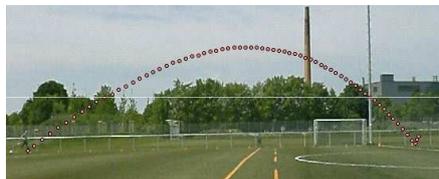
Physik und Fußball

im Rahmen einer Staatsexamensarbeit von Sven Fischer



Was euch heute erwartet...

Wir versuchen Flugkurven von Bällen physikalisch zu erklären und vorherzusagen und überprüfen dies anschließend mit Videoanalysen



Dazu...

- ... betrachten und analysieren wir den Vorgang eines [Schusses](#).
- ... betrachten und analysieren wir [Flugkurven](#) eines Fußballs.
- ... betrachten und analysieren wir eine [Bananenflanke](#).

Ziele des heutigen Tages

- Die Physik des Fußballs
- Umgang mit Modellbildungssystemen
- Umgang mit einem Videoanalyseprogramm
- Ihr könnt die Ursache für den Luftwiderstand erklären und seinen Einfluss auf die Flugkurve des Balles beschreiben
- Ihr könnt die seitliche Ablenkung des Fußballs bei einer Bananenflanke mit dem Magnus-Effekt erklären
- Ihr setzt euch kritisch mit dem Vergleich zwischen Modell und Praxis auseinander



Modellbildungssystem Dynasys

Versucht man die Flugbahn eines Bananenschusses mathematisch zu berechnen sieht das Ergebnis so aus:

~~$$x(t) = \frac{m}{\gamma^2 \omega^2 + \beta^2} \cdot v_o \cdot \cos(\alpha) \cdot \left[\beta + \left(\gamma \omega \cdot \sin\left(\frac{\gamma \omega}{m} t\right) - \beta \cdot \cos\left(\frac{\gamma \omega}{m} t\right) \right) \cdot e^{-\frac{\beta}{m} t} \right]$$~~

~~$$y(t) = \frac{m}{\gamma^2 \omega^2 + \beta^2} \cdot v_o \cdot \cos(\alpha) \cdot \left[\gamma \omega \cdot \left(\beta \cdot \sin\left(\frac{\gamma \omega}{m} t\right) + \gamma \omega \cdot \cos\left(\frac{\gamma \omega}{m} t\right) \right) \cdot e^{-\frac{\beta}{m} t} \right]$$~~

~~$$z(t) = \left(\frac{m}{\beta} v_o \cdot \sin(\alpha) + \frac{m^2 g}{\beta^2} \right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\beta}{m} t} \right) - \frac{m g}{\beta} t$$~~

Viel einfacher geht es mit [Dynasys](#)!

Videoanalysen mit VidAnToo



Gruppeneinteilung

Die Bearbeitung erfolgt in 5 Gruppen:

Gruppe 1: Modellierung und Videoanalyse eines Schussvorgangs

Gruppe M2: Modellierung und Videoanalyse eines Torwartabstoßes

Gruppe V2: Videoaufnahme und –analyse eines Torwartabstoßes

Gruppe M3: Modellierung und Videoanalyse einer Bananenflanke

Gruppe V3: Videoaufnahme und –analyse einer Bananenflanke

Gruppe 1	Gruppe M2	Gruppe V2	Gruppe M3	Gruppe V3
3 Schüler	2 Schüler	2 Schüler	2 Schüler	3 Schüler

H. Arbeitsblätter für die Schüler

Station 1

Der Torschuss



Die Ball-Geschwindigkeit

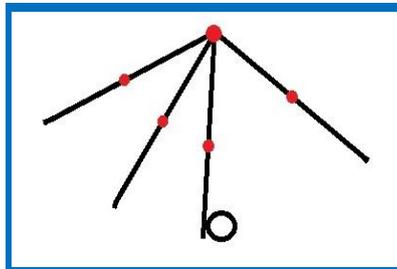


Abbildung 1:
Modellhafter Ablauf eines Schusses

Das Modell eines Schussvorgangs

Der Schuss soll modellhaft wie in Abbildung 1 angenommen werden. Dabei schwingt das Bein nahezu wie ein Pendel, das an der Hüfte aufgehängt ist. In diesem Modell soll der Schussvorgang daher als ein Fadenpendel angesehen werden, das mit einem „Faden“ (dem Bein) an der Hüfte befestigt ist.

Da hier eine Rotation (d.h. eine Kreisbewegung) vorliegt, ist zunächst anstelle der Geschwindigkeit die **Winkelgeschwindigkeit ω** zu betrachten. Das ist die Rotationsgeschwindigkeit, mit der sich das Bein um die Hüfte bewegt. Mit Formel (3) kann man sie aus der „normalen“ Geschwindigkeit v

und der Beinlänge l berechnen.

Bei Rotationsbewegungen ist anstelle der Masse das **Trägheitsmoment I** entscheidend. Es lässt sich recht einfach mit den Formeln rechts im Kasten aus der jeweiligen Masse und der Beinlänge l berechnen.

Anschaulich steckt folgendes dahinter: Ein schweres Gewicht mit großer Masse lässt sich nur schwer in Bewegung versetzen, da die Masse träge ist. Masse ist also ein Maß für die Trägheit eines Körpers. Ein großes Trägheitsmoment bedeutet, dass sich ein Körper nur schwer in Rotation versetzen lässt: er ist träge.

Die Ballgeschwindigkeit

Da eine Rotation vorliegt muss anstelle des Impulses (der „Wucht“) $p = m \cdot v$ der **Drehimpuls L** betrachtet werden. Der Drehimpuls ist wie der Impuls und die Energie eine Erhaltungsgröße und lässt sich durch ein paar wenige Umformungen mit den gewohnten physikalischen Größen ausdrücken.

Wegen der Drehimpulserhaltung muss die Differenz der Bein-Drehimpulse vor und nach der Ballberührung auf den Ball übertragen

werden.

Den Großteil seiner Geschwindigkeit bekommt der Ball durch die Geschwindigkeit des Fußes. Nun muss aber noch berücksichtigt werden, dass sich der Ball für einen kurzen Moment eindrückt und wieder vom Fuß abprallt. Ein harter Ball springt schneller ab als ein weicher.

Ein Maß dafür ist die **Elastizitäts-Zahl e** des Balles, die auf der folgenden Seite genauer beschrieben ist.

Wichtige Formeln

- **Trägheitsmoment Bein**

$$I_{\text{Bein}} = \frac{1}{3} \cdot m_{\text{Bein}} \cdot l^2 \quad (1)$$

- **Trägheitsmoment Ball**

$$I_{\text{Ball}} = m_{\text{Ball}} \cdot l^2 \quad (2)$$

- **Winkelgeschwindigkeit**

$$\omega = \frac{v}{l} \quad (3)$$

- **Drehimpuls**

$$L = I \cdot \omega \quad (4)$$

- **Elastizitäts-Zahl**

$$e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} \quad (5)$$



Abbildung 2:
Nationaltorwart Manuel Neuer bei einem Torabstoß

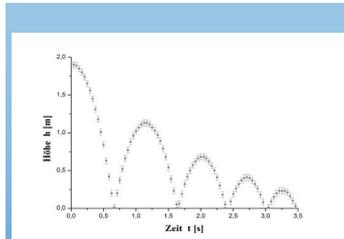


Abbildung 3:
Zeitlicher Verlauf der Höhe eines
dotzenden Fußballs

Die Elastizität des Balles

Durch die Verformung eines Balles beim Aufprall wird ein Teil seiner kinetischen Energie in Verformungsenergie umgewandelt. Danach wird ein Teil wieder in kinetische Energie umgewandelt, aber durch die Verformung auch ein Teil in Wärme. Die kinetische Energie nach dem Aufprall ist daher geringer.

Die Elastizitäts-Zahl e ist definiert als das Verhältnis der Geschwindigkeit v_2 kurz nach dem Aufprall und der Geschwindigkeit v_1 kurz vor dem Aufprall:

$$e = \frac{v_2}{v_1}$$

Experimentell bestimmen kann man die Elastizitäts-Zahl, indem man einen Ball aus einer Höhe h_1 fallen lässt und die Höhe h_2 nach

dem Aufprall bestimmt. Wegen der Energieerhaltung zwischen potentieller und kinetischer Energie

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

besteht der Zusammenhang

$$v^2 \sim h \quad \text{bzw.} \quad v \sim \sqrt{h}$$

und damit

$$e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$$

Die Elastizitäts-Zahl ist sowohl vom Untergrund als auch vom Luftdruck des Balles abhängig.

Bei einem Schussvorgang hängt sie zudem von der Schusstechnik ab.

Ansatz für die Herleitung einer Formel für die Ballgeschwindigkeit

Ausgangspunkt sind die Drehimpulse L_0 des Beins vor der Ballberührung und L_1 nach der Ballberührung. Mit Formel (4) sind diese

$$L_0 = I_{\text{Bein}} \cdot \omega_0 \quad \text{und} \quad L_1 = I_{\text{Bein}} \cdot \omega_1$$

ω_0 bzw. ω_1 sind die Winkelgeschwindigkeiten des Beins vor bzw. nach der Ballberührung. Die Differenz $L_0 - L_1$ der beiden Drehimpulse wird als Drehimpuls $L_{\text{Ball}} = I_{\text{Ball}} \cdot \omega_{\text{Ball}}$ auf den Ball übertragen:

$$L_{\text{Ball}} = L_0 - L_1$$

Setzt man die Beziehungen für die Drehimpulse ein, erhält man folgende Gleichung:

$$I_{\text{Ball}} \cdot \omega_{\text{Ball}} = I_{\text{Bein}} \cdot \omega_0 - I_{\text{Bein}} \cdot \omega_1$$

Diese Gleichung ist Ausgangspunkt für Aufgabe 2, die du am Versuchstag erledigen sollst.

Gruppe 1

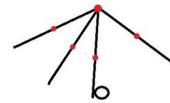
Bewegungsanalyse eines Torschusses

Aufgabe 1

Stellt Vermutungen an, von welchen Größen die Ballgeschwindigkeit abhängen könnte.

Aufgabe 2 Herleitung einer Formel für die Ballgeschwindigkeit

Der Schussvorgang soll - wie in den Grundlagen genannt - als ein schwingendes Pendel angenommen werden. Alle benötigten Formeln sind auf dem Blatt mit den physikalischen Grundlagen zu finden. Für die Lösung dieser Aufgabe geht folgendermaßen vor:



- 1.) Übernehmt den Ansatz aus den physikalischen Grundlagen des Torschusses (Seite 2 unten).
- 2.) Ersetzt mit Formel (3) alle Winkelgeschwindigkeiten und multipliziert die dadurch erhaltene Gleichung mit der Beinlänge l .
- 3.) Klammert auf der rechten Seite das Trägheitsmoment I_{Bein} aus und teilt die Gleichung im nächsten Schritt durch I_{Bein} .
- 4.) Setzt für v_1 den Zusammenhang $v_1 = v_{Ball} - e \cdot v_0$ ein.
- 5.) Ersetzt nun die Trägheitsmomente I_{Bein} und I_{Ball} mit den Formeln (1) bzw. (2).
- 6.) Vereinfacht die Formel soweit wie möglich und zieht Terme mit v_{Ball} auf die linke, und Terme mit v_0 auf die rechte Seite. Löst die Gleichung nach v_{Ball} auf.

Endergebnis:

$$v_{Ball} =$$

Haben sich eure obigen Vermutungen aus Aufgabe 1 bestätigt? Falls nein, warum?

Aufgabe 3 Abschätzung der Elastizitäts-Zahl eines Schussvorgangs

- a) Sebastian Schweinsteiger (79 kg) ist bekannt für seine harten Schüsse. Doch auch er wird es nicht schaffen einen Ball mit mehr als 135 km/h zu schießen. Die Masse eines Fußballs darf nach FIFA-Vorgaben maximal 450g betragen. Aus Studien weiß man, dass ein Mensch seine Fußspitze nur mit maximal 100 km/h bewegen kann. Die Masse eines Beins beträgt ungefähr 18,7% der Körpermasse.

Öffnet die Excel-Datei *1Torschuss* und geht auf das Tabellenblatt *Modell*. Berechne die benötigten Größen und bestimme die Elastizitäts-Zahl für einen solchen Schuss. Für welche Elastizitäts-Zahl ist dies erfüllt?

$e =$ _____

- b) Wie schnell könnte demnach eine 200 kg schwere Person schießen? Liegt hier ein Fehler im Modell vor?

Aufgabe 4 Experimentelle Bestimmung der Elastizitäts-Zahl eines Fußballs

Öffnet das Video „ElastizitätKunstrasen“ mit dem Videoanalyse-Programm *VidAnToo*. Wählt für die Kalibrierung des Maßstabs im Bild die Körpergröße der Person. Sucht für die Wahl des Koordinatenursprungs das Bild, bei dem der Ball zum ersten Mal den Boden berührt und legt den Mittelpunkt des Balles als Koordinatenursprung fest.

- 1.) Wählt **Objekt erfassen 1 (schwarz)** und nehmt die Positionen des Balls mit einem Mausklick in jedem Bild auf.
- 2.) Klickt auf und anschließend auf . Dort wählt ihr als Darstellung ein **y(t)-Diagramm**.
- 3.) Wählt unter **ROI** für die Art der Auswertung **Mittel, Fläche, etc.** Markiert die Bereiche um die Maxima und lest in dem Kasten unten links das Maximum des markierten Bereichs ab. Tragt die Werte in die Tabelle unten ein und berechne e_1 und e_2 gemäß Formel (5). e soll der Mittelwert der beiden sein.

Wiederholt die Schritte für das Video „ElastizitätSteinboden“.

	h_1 [m]	h_2 [m]	h_3 [m]	$e_1 = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$	$e_2 = \sqrt{\frac{h_3}{h_2}}$	e
Kunstrasen						
Steinboden						

Was fällt euch auf?

Aufgabe 5 Videoanalyse eines Schusses

Öffnet das Video „Torschuss“ mit dem Videoanalyseprogramm *Vidantoo*. Wählt für die Kalibrierung den Abstand zwischen dem ruhenden Ball und der Pylone auf der Torlinie als Referenzstrecke. Der Abstand beträgt _____ m. Legt als Koordinatenursprung den ruhenden Ball fest.

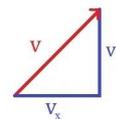
- 1.) Wählt **Objekt erfassen 1 (schwarz)** und nehmt die Positionen der Fußspitze auf.
- 2.) Wählt **Objekt erfassen 2 (rot)** und wiederholt dies für den Ball. Beginnt dabei im gleichen Bild wie bei der Fußspitze!
- 3.) Klickt auf und anschließend auf . Wählt dort folgende Darstellungen:

Diagramm A: $v_x(t)$ Diagramm B: $v_y(t)$ Diagramm C: AUS
 Ableitung interpolieren: 3



- 4.) Wählt unter **ROI** für die Art der Auswertung **Mittel, Fläche, etc.** Bestimmt im $v_x(t)$ -Diagramm die Fußgeschwindigkeit im Bereich der Ballberührung und lest das **Maximum** ab. Markiert den gleichen Bereich im $v_y(t)$ -Diagramm und bestimmt die Fußgeschwindigkeit in y -Richtung mit Hilfe des **Mittelwertes!** Tragt die Werte in die Tabelle unten ein.

- 5.) Bestimmt nun die Geschwindigkeit des Balls. Markiert dazu in den beiden Diagrammen einen Bereich über die ersten 4-6 Werte der Flugphase des Balls und lest den Mittelwert in dem Kasten ab. Tragt die Daten in die Tabelle ein, rechnet die resultierende Geschwindigkeit v aus und rechnet sie in km/h um.



	v_x [m/s]	v_y [m/s]	v [m/s]	v [km/h]
Fußgeschwindigkeit im Moment der Ballberührung				
Geschwindigkeit des Balles				

Aufgabe 6 Bestimmung der Elastizitäts-Zahl eines Schussvorgangs

Verwendet wieder die Excel-Tabelle *1Torschuss* und stellt die ermittelte Fußgeschwindigkeit v_0 in km/h ein. Fragt den Schützen nach seinem Körpergewicht und berechnet daraus die Masse seines Beins (siehe Aufgabe 2). Der verwendete Ball wiegt 430g. Verändert die Elastizitäts-Zahl bis ihr die ermittelte Ballgeschwindigkeit erreicht.

- a) Wie groß ist die Elastizitäts-Zahl eines Schusses? _____
- b) Vergleicht den Wert mit dem aus Aufgabe 3. Finde eine Erklärung für die Abweichung!

Aufgabe 7 Bewegungsanalyse des Schussvorgangs

- a) Schaut euch das Video *Torschuss(Zeitlupe)* und insbesondere den Anlauf des Schützen an. Beschreibt den Bewegungsablauf des Schussvorgangs und arbeitet die Unterschiede zu dem hier vorliegenden Modell heraus!

- b) Trifft der Schütze den Ball optimal? Verwendet dazu die Darstellung des $v_x(t)$ -Diagramms in *VidAnToo* und stellt bei **Ableitung interpolieren** „3“ ein. Welchen Tipp zur Verbesserung des Schusses würdet ihr dem Schützen geben?

- c) Bewertet die Gültigkeit des Modells mit den gewonnen Ergebnissen der vorigen Aufgaben.



Station 2

Der Torwartabstoß



Kräfte beim Fußball



Abbildung 1:
Verformung eines Fußballs (bzw. Kopfes) beim „Kopfball“

Die Gravitationskraft

Die Gravitationskraft oder Gewichtskraft wirkt immer zum Erdmittelpunkt hin und damit senkrecht nach unten zum Boden. Die Beschleunigung, die ein Körper dabei erfährt, ist unabhängig von seiner Masse und beträgt

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Das würde bedeuten, dass alle Körper gleich schnell fallen, da sie alle die gleiche Beschleunigung erfahren. Das entspricht jedoch selten unseren Erfahrungen. Der Grund dafür ist, dass die Körper einen Luftwiderstand

Die Luftwiderstands-Kraft

Fliegt ein Ball durch die Luft erfährt er eine Kraft, die ihn bremst. Diese Kraft wird durch den Luftwiderstand verursacht.

Die Kraft wirkt dabei der Bewegungsrichtung entgegen (daher das negative Vorzeichen) und hängt insbesondere von der Geschwindigkeit des Balles ab.

Ursache für den Luftwiderstand bei Fußbällen sind Luftwirbel, die sich hinter dem Ball bilden. Durch die Bildung der Wirbel wird kinetische Energie auf die Luft übertragen. Diese Energie muss daher dem Fußball entzogen werden, wodurch dieser langsamer wird und damit einen Luftwiderstand erfährt.

Im Fall eines fliegenden Fußballs verändert sich der Luftwiderstand annä-

heren.

Für eine beschleunigte Bewegung gilt das **Weg-Zeit-Gesetz**

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t$$

Das **Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz** erhält man durch die zeitliche Ableitung des Weg-Zeit-Gesetzes:

$$v(t) = a \cdot t + v_0,$$

wobei v_0 für die Anfangsgeschwindigkeit steht.

ernd linear mit der Geschwindigkeit. Diesen Zusammenhang beschreibt das **Stokes'sche Gesetz**:

$$F_{\text{Luftwiderstand}} = -6 \cdot \pi \cdot \mu \cdot r \cdot v$$

μ bezeichnet man als (dynamische) Viskosität der Luft, r gibt den Radius des Balles und v seine Geschwindigkeit an.

Zur Vereinfachung werden die ersten vier (konstanten!) Faktoren zu einem Faktor β zusammengefasst:

$$\beta = 6 \cdot \pi \cdot \mu \cdot r = 0,142 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Für β soll der hier angegebene Wert verwendet werden, dem eine experimentelle Bestimmung zugrunde liegt.

Formeln der wirkenden Kräfte

- **Gewichtskraft**

$$F_G = -m \cdot g \quad m = 0,43 \text{kg}$$

- **Luftwiderstands-Kraft**

$$F_L = -\beta \cdot v \quad \beta = 0,142 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

- **Magnus-Kraft**

$$F_M = \gamma \cdot \omega \cdot v_x$$

„Die Gravitationskraft zieht den Ball nach unten, der Luftwiderstand wirkt der Flugrichtung entgegengesetzt und die Magnus-Kraft bewirkt eine seitliche Ablenkung“

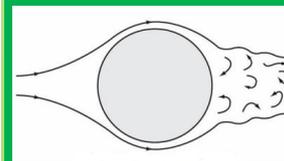


Abbildung 2:

Die Bildung von Luftwirbeln hinter einem fliegenden Fußball ist die Ursache für den Luftwiderstand.



Abbildung 3:
Cristiano Ronaldo bei einem
seiner gefürchteten Freistöße.

Bananenflanken und die Magnus-Kraft

„Bananenflanken“ sieht man beim Fußball sehr häufig und sie machen Tore besonders spektakulär: Freistöße werden um die Mauer herum gezirkelt und fliegen dann ins Tor. Diese Schüsse sind besonders sehenswert.

Bananenschüsse kommen zu Stande, wenn sich der Ball in der Luft dreht. Durch die Rotation des Balles bewegt sich der Ball auf der einen Seite mit der Luftströmung und auf der anderen Seite der Luftströmung entgegen (siehe Abbildung 4).

Hinter dem Ball löst sich der Luftstrom von dem Ball ab und bildet kleine Luftwirbel. An der Seite, auf der sich der Ball mit der Luftströmung bewegt (oben) löst sich die Luftströmung etwas später ab, da die Luft um den Ball „herumgezogen“ wird. An der

Seite, auf der sich der Ball gegen den Luftstrom bewegt und die Luft damit abbremst, hingegen früher. Man spricht daher von einer **asymmetrischen Ablösung der Grenzschicht**, da sich die Luft oben und unten an unterschiedlichen Stellen ablöst.

Die an dem Ball vorbeiströmende Luft wird dadurch seitlich abgelenkt (in Abbildung 4 nach unten). Sie muss also eine Kraft erfahren. Nach dem 3. Newton'schen Gesetz „*actio = reactio*“ muss der Ball eine gleich große entgegengesetzte Kraft erfahren.

Diese Kraft wird **Magnus-Kraft** genannt. Das Phänomen der seitlichen Ablenkung durch eine Drehung des Balls wird **Magnus-Effekt** genannt.

Formel für die Magnus-Kraft

Die Kraft, die ein Fußball aufgrund des Magnus-Effekts als seitlich ablenkende Kraft erfährt, kann durch folgende Formel beschrieben werden:

$$F_{\text{Magnus}} = \gamma \cdot \omega \cdot v_x$$

Dabei ist γ eine physikalische Größe mit der Einheit kg, die sich aus der Dichte der Luft, dem Ballradius und einer Auftriebskonstanten zusammensetzt.

Für γ sollte ein Wert **zwischen 0,001 und 0,003 kg** verwendet werden.

ω gibt die Winkelgeschwindigkeit des Balles an. Diese hängt mit der Anzahl Umdrehungen, die pro Sekunde erfolgen, folgendermaßen zusammen:

$$\omega = 2\pi \cdot \text{Ballumdrehungen pro Sekunde}$$

Die Magnus-Kraft hängt nur von der Geschwindigkeit in x-Richtung ab!

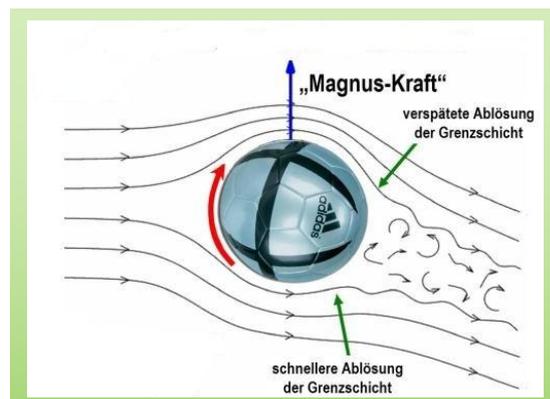
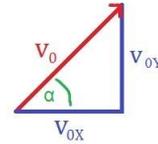


Abbildung 4:
Erklärung von „Bananenflanken“ mit dem
Magnus-Effekt.
Der Ball fliegt in dem Bild von rechts nach links.

Gruppe M2

Modellierung und Analyse eines Torwartabstoßes

Betrachtet werden soll ein Torwartabstoß, bei dem der Ball nicht seitlich abgelenkt wird. Die Flugweite hängt überwiegend von der **Anfangsgeschwindigkeit** v_0 des Balles, dem **Abschusswinkel** α und dem **Luftwiderstand** ab. Das Koordinatensystem soll so gewählt werden, dass die x -Achse die Flugweite und die y -Achse die Flughöhe angibt.



Für diesen Schuss muss die Anfangsgeschwindigkeit v_0 des Balles in die Komponenten

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \quad \text{und} \quad v_{0y} = v_0 \cdot \sin(\alpha)$$

in x - und y -Richtung zerlegt werden.

Hinweise:

- Bei der Sinus- und Cosinus-Funktion in *Dynasys* muss das Bogenmaß anstelle der Gradzahl eingesetzt werden. Für $\sin(30^\circ)$ muss daher folgendes eingegeben werden:
 $\sin(30 \cdot \pi / 180)$
- Geschwindigkeiten müssen in die Einheit m/s umgerechnet werden. Dafür muss die Geschwindigkeit in km/h durch 3,6 geteilt werden. Setzt für 80 km/h folgendes ein:
 $80/3,6$

Aufgabe 1 Vorbereitung

Welche Kraft/Kräfte wirken in welcher Richtung?

x -Achse: _____ (horizontal)

y -Achse: _____ (vertikal)

Bestimmt nun aus der in jeder Richtung resultierenden Kraft und mit dem zweiten Newton'schen Gesetz $F = m \cdot a$ die in jeder Richtung wirkende Beschleunigung. Die Formeln für die Kräfte findet ihr in den physikalischen Grundlagen.

$a_x =$ _____

$a_y =$ _____

Aufgabe 2 Modellierung mit Dynasys

Erstellt ein Modell mit *Dynasys*. Fügt dazu 4 Zustände v_x , v_y , x und y mit Zustandsänderungen und notwendigen Parametern ein, die in den Gleichungen der Beschleunigungen enthalten sind. Verbindet Größen, die sich beeinflussen mit Wirkungspfeilen, und programmiert die jeweiligen Größen durch Doppelklick auf das jeweilige Symbol. Orientiert euch an der bereitliegenden Anleitung.

Speichert euer Modell zwischendurch immer ab!

Aufgabe 3 Simulation des Modells

Betrachtet einen Schuss mit einer Geschwindigkeit $v_0 = 100$ km/h. Tragt in die Tabelle die jeweilige Flugweite in Metern ein, die ihr anhand eines **Phasendiagramms** (dargestellte Variablen: x und y) in *Dynasys* ablesen könnt. Der Fall $\beta = 0$ bedeutet, dass kein Luftwiderstand herrscht.

Wählt unter **Simulation – Numerik** das Verfahren **Runge-Kutta** sowie **Startzeit „0“** und **Endzeit „4“** mit **Schrittweite „0,1“** aus.

	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 35^\circ$	$\alpha = 40^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 50^\circ$
$\beta = 0,142$ kg/s					
$\beta = 0$ kg/s					

- a) Beschreibt den Unterschied des Verlaufs einer Flugkurve mit und ohne Luftwiderstand. Was könnte der Grund sein, dass Torhüter hoch aufs Tor kommende Bälle häufig unterschätzen?

- b) Was fällt euch bezogen auf den optimalen Abschusswinkel auf? Findet eine Erklärung für eure Beobachtung.

- c) Versucht den optimalen Abschusswinkel für einen Abstoß mit 100 km/h möglichst genau einzuzugrenzen. Wie groß ist dieser Winkel?

$$\alpha_{\text{optimal}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Aufgabe 4 Analyse des Videos eines Torwartabstoßes

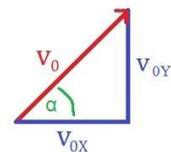
- 1.) Öffnet das Video „Torwartabstoss“ mit dem Videoanalyseprogramm *Vidantoo*.
- 2.) Wählt für die Kalibrierung den Abstand zwischen dem anfangs ruhenden Ball und dem Landepunkt. Als Strecke gebt die dokumentierte Flugweite ein.
- 3.) Legt als Koordinatenursprung den ruhenden Ball fest.
- 4.) Wählt **Objekt erfassen 1 (schwarz)** und nehmt die Positionen der Balls mit einem Mausklick in jedem Bild auf.
- 5.) Klickt auf und anschließend auf .

Aufgabe 5 Bestimmung des Winkels und der Anfangsgeschwindigkeit

Wählt unter **Auswerten** folgende Diagramm-Darstellungen:

Diagramm A: $v_x(t)$ Diagramm B: $v_y(t)$ Diagramm C: AUS

Wählt unter **ROI** für die Art der Auswertung **Mittel, Fläche, etc.** Markiert im $v_x(t)$ -Diagramm einen Bereich über die ersten 4 Datenpunkte der Flugphase des Balls und lest im Kasten unten links die mittlere Geschwindigkeit ab. Markiert den gleichen Bereich im $v_y(t)$ -Diagramm und bestimmt auf gleiche Art die Geschwindigkeit in y -Richtung.



- a) Bestimmt aus diesen Daten mit Hilfe nebenstehender Abbildung v_0 und α .

v_{0x} [m/s]	v_{0y} [m/s]	v_0 [m/s]	v_0 [km/h]	α [°]

- b) Wählt in dem Kasten **Export** die in dem Bild ausgewählten Optionen (Ortskoordinaten) und klickt auf „**Export**“.
- c) Öffnet die Excel-Datei *2Torwartabstoss*.
- d) Fügt die Daten in **Zelle A2** mit „Strg + v“ ein.



Aufgabe 6 Vergleich mit den Ergebnissen des Modells

Führt eine Simulation des Modells mit den aus der Videoanalyse bestimmten Parametern v_0 und α durch. Wählt unter **Simulation – Numerik** ein Zeitintervall von **dt = 0,0417s** aus.

Lasst euch die Werte für die Flugweite x und Flughöhe y durch eine Tabelle anzeigen, indem ihr als dargestellte Variablen „ x “ und „ y “ auswählt. Überträgt die Daten der Flugweite x und der Flughöhe y in die Excel-Datei *2Torwartabstoss* in die vorgesehenen **Spalten E und F**.

- a) Vergleicht anhand des Graphen in Excel die theoretische Flugkurve mit der experimentell ermittelten. Welche Aussagen könnt ihr über den Vergleich beider Flugkurven machen? Begründet und diskutiert eure Feststellungen.

- b) Worin könnten mögliche Gründe für eine Abweichung liegen?

- c) Bewertet die Gültigkeit des Modells.

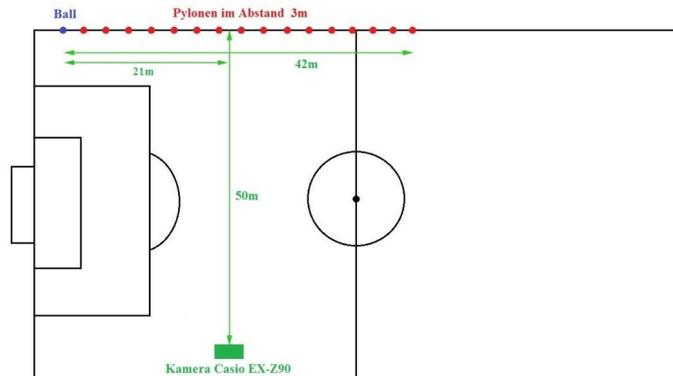


Gruppe V2

Videoanalyse eines Torwartabstoßes

Material:

- 4-16 Pylonen
- 1 Fußball
- 1 Kamera mit Stativ
- Maßband



Vorbereitungen für die Videoaufnahme

Stellt die Pylonen entlang einer Linie in einem Abstand von jeweils 3m (bei 16 Pylonen) oder 10m (bei 4 Pylonen) wie in obiger Abbildung auf. Stellt auf Höhe der Mitte der so abgesteckten Strecke in einer Entfernung von ca. 50m die Kamera auf. Auf dem Bild muss der Ball und die letzte Pylone erkennbar sein.

Aufnahme des Videos

Nehmt mit der Kamera einen Torwartabstoß vom Boden aus auf. Der Ball muss möglichst so geschossen werden, dass er ...

- 1.) ... nur gering seitlich der Pylonen-Linie landet,
- 2.) ... möglichst ohne Rückwärtsrotation gespielt wird.

Der Punkt, auf dem der Ball auftrifft, muss markiert werden und die Flugweite sowie die seitliche Ablenkung ausgemessen werden. Tragt diese Werte in die bei den Kameras beiliegenden Zettel ein.

Aufnahme eines Torschusses und Aufnahme für die Bestimmung der Elastizitäts-Zahl

a) Torschuss:

Stellt eine Pylone auf die Mitte der Torlinie. Der Ball wird vom 11m-Punkt aus geschossen. Stellt die Hochgeschwindigkeitskamera in einer Entfernung von ca. 18m auf Höhe der Mitte der Schusslinie auf.

Nehmt den Anlauf sowie den Schuss bis ins Tor auf. Der Schütze sollte versuchen den Ball in die Mitte des Tores zu schießen, damit die Aufnahme nicht verzerrt wird. Der Ball soll mit voller Wucht geschossen werden.

b) Elastizität:

Lasst einen Ball aus der Hand und möglichst großer Höhe fallen und nehmt mit der Kamera den auf den Boden aufspringenden Ball auf. Führt dies einmal auf Kunstrasen und einmal auf Steinboden aus.

Aufgabe 1 Analyse des Videos eines Torwartabstoßes

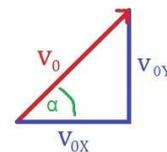
- 1.) Öffnet das Video „Torwartabstoss“ mit dem Videoanalyseprogramm *Vidantoo*.
- 2.) Wählt für die Kalibrierung den Abstand zwischen dem anfangs ruhenden Ball und dem Landepunkt. Als Strecke gebt die dokumentierte Flugweite ein.
- 3.) Legt als Koordinatenursprung den ruhenden Ball fest.
- 4.) Wählt **Objekt erfassen 1 (schwarz)** und nehmt die Positionen der Balls mit einem Mausklick in jedem Bild auf.
- 5.) Klickt auf und anschließend auf .

Aufgabe 2 Bestimmung des Winkels und der Anfangsgeschwindigkeit

Wählt unter **Auswerten** folgende Diagramm-Darstellungen:

Diagramm A: $v_x(t)$ Diagramm B: $v_y(t)$ Diagramm C: AUS

Wählt unter **ROI** für die Art der Auswertung **Mittel, Fläche, etc.** Markiert im $v_x(t)$ -Diagramm einen Bereich über die ersten 4 Datenpunkte der Flugphase des Balls und lest im Kasten unten links die mittlere Geschwindigkeit ab. Markiert den gleichen Bereich im $v_y(t)$ -Diagramm und bestimmt auf gleiche Art die Geschwindigkeit in y -Richtung.



- a) Bestimmt aus diesen Daten mit Hilfe nebenstehender Abbildung v_0 und α .

v_{0x} [m/s]	v_{0y} [m/s]	v_0 [m/s]	v_0 [km/h]	α [°]

- b) Wählt in dem Kasten **Export** die in dem Bild ausgewählten Optionen (Ortskoordinaten) und klickt auf „**Export**“.
- c) Öffnet die Excel-Datei *2Torwartabstoss*.
- d) Fügt die Daten in **Zelle A2** mit „Strg + v“ ein.



Aufgabe 3 Vergleich mit den Ergebnissen des Modells

Lasst euch von Gruppe M2 das entwickelte *Dynasys*-Modell geben und erklären. Führt eine Simulation des Modells mit den aus der Videoanalyse bestimmten Parametern v_0 und α durch. Wählt unter **Simulation – Numerik** ein Zeitintervall von **dt = 0,0417s** aus.

Lasst euch die Werte für die Flugweite x und Flughöhe y durch eine Tabelle anzeigen, indem ihr als dargestellte Variablen „ x “ und „ y “ auswählt. Überträgt die Daten der Flugweite x und der Flughöhe y in die Excel-Datei *2Torwartabstoss* in die vorgesehenen **Spalten E und F**.

- a) **Vergleicht anhand des Graphen in Excel die theoretische Flugkurve mit der experimentell ermittelten. Welche Aussagen könnt ihr über den Vergleich beider Flugkurven machen? Begründet und diskutiert eure Feststellungen.**

- b) **Worin könnten mögliche Gründe für eine Abweichung liegen?**

- c) **Bewertet die Gültigkeit des Modells.**



Station 3

Die Bananenflanke



Kräfte beim Fußball



Abbildung 1:
Verformung eines Fußballs (bzw. Kopfes) beim „Kopfball“

Die Gravitationskraft

Die Gravitationskraft oder Gewichtskraft wirkt immer zum Erdmittelpunkt hin und damit senkrecht nach unten zum Boden. Die Beschleunigung, die ein Körper dabei erfährt, ist unabhängig von seiner Masse und beträgt

$$g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

Das würde bedeuten, dass alle Körper gleich schnell fallen, da sie alle die gleiche Beschleunigung erfahren. Das entspricht jedoch selten unseren Erfahrungen. Der Grund dafür ist, dass die Körper einen Luftwiderstand

Die Luftwiderstands-Kraft

Fliegt ein Ball durch die Luft erfährt er eine Kraft, die ihn bremst. Diese Kraft wird durch den Luftwiderstand verursacht.

Die Kraft wirkt dabei der Bewegungsrichtung entgegen (daher das negative Vorzeichen) und hängt insbesondere von der Geschwindigkeit des Balles ab.

Ursache für den Luftwiderstand bei Fußbällen sind Luftwirbel, die sich hinter dem Ball bilden. Durch die Bildung der Wirbel wird kinetische Energie auf die Luft übertragen. Diese Energie muss daher dem Fußball entzogen werden, wodurch dieser langsamer wird und damit einen Luftwiderstand erfährt.

Im Fall eines fliegenden Fußballs verändert sich der Luftwiderstand annähernd

erfahren.

Für eine beschleunigte Bewegung gilt das **Weg-Zeit-Gesetz**

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t$$

Das **Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz** erhält man durch die zeitliche Ableitung des Weg-Zeit-Gesetzes:

$$v(t) = a \cdot t + v_0$$

wobei v_0 für die Anfangsgeschwindigkeit steht.

ernd linear mit der Geschwindigkeit. Diesen Zusammenhang beschreibt das **Stokes'sche Gesetz**:

$$F_{Luftwiderstand} = -6 \cdot \pi \cdot \mu \cdot r \cdot v$$

μ bezeichnet man als (dynamische) Viskosität der Luft, r gibt den Radius des Balles und v seine Geschwindigkeit an.

Zur Vereinfachung werden die ersten vier (konstanten!) Faktoren zu einem Faktor β zusammengefasst:

$$\beta = 6 \cdot \pi \cdot \mu \cdot r = 0,142 \frac{kg}{s}$$

Für β soll der hier angegebene Wert verwendet werden, dem eine experimentelle Bestimmung zugrunde liegt.

Formeln der wirkenden Kräfte

- **Gewichtskraft**

$$F_G = -m \cdot g \quad m = 0,43kg$$

- **Luftwiderstands-Kraft**

$$F_L = -\beta \cdot v \quad \beta = 0,142 \frac{kg}{s}$$

- **Magnus-Kraft**

$$F_M = \gamma \cdot \omega \cdot v_x$$

„Die Gravitationskraft zieht den Ball nach unten, der Luftwiderstand wirkt der Flugrichtung entgegengesetzt und die Magnus-Kraft bewirkt eine seitliche Ablenkung“

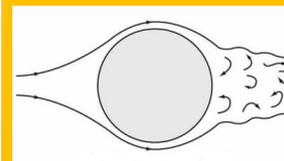


Abbildung 2:

Die Bildung von Luftwirbeln hinter einem fliegenden Fußball ist die Ursache für den Luftwiderstand.

Physikalische Grundlagen

Die Bananenflanke

Seite 2 von 2



Abbildung 3:
Cristiano Ronaldo bei einem seiner gefürchteten Freistöße.

Bananenflanken und die Magnus-Kraft

„Bananenflanken“ sieht man beim Fußball sehr häufig und sie machen Tore besonders spektakulär: Freistöße werden um die Mauer herum gezirkelt und fliegen dann ins Tor. Diese Schüsse sind besonders sehenswert.

Bananenschüsse kommen zu Stande, wenn sich der Ball in der Luft dreht. Durch die Rotation des Balles bewegt sich der Ball auf der einen Seite mit der Luftströmung und auf der anderen Seite der Luftströmung entgegen (siehe Abbildung 4).

Hinter dem Ball löst sich der Luftstrom von dem Ball ab und bildet kleine Luftwirbel. An der Seite, auf der sich der Ball mit der Luftströmung bewegt (oben) löst sich die Luftströmung etwas später ab, da die Luft um den Ball „herumgezogen“ wird. An der

Seite, auf der sich der Ball gegen den Luftstrom bewegt und die Luft damit abbremst, hingegen früher. Man spricht daher von einer **asymmetrischen Ablösung der Grenzschicht**, da sich die Luft oben und unten an unterschiedlichen Stellen ablöst.

Die an dem Ball vorbeiströmende Luft wird dadurch seitlich abgelenkt (in Abbildung 4 nach unten). Sie muss also eine Kraft erfahren. Nach dem 3. Newton'schen Gesetz „*actio = reactio*“ muss der Ball eine gleich große entgegengesetzte Kraft erfahren.

Diese Kraft wird **Magnus-Kraft** genannt. Das Phänomen der seitlichen Ablenkung durch eine Drehung des Balls wird **Magnus-Effekt** genannt.

Formel für die Magnus-Kraft

Die Kraft, die ein Fußball aufgrund des Magnus-Effekts als seitlich ablenkende Kraft erfährt, kann durch folgende Formel beschrieben werden:

$$F_{\text{Magnus}} = \gamma \cdot \omega \cdot v_x$$

Dabei ist γ eine physikalische Größe mit der Einheit kg, die sich aus der Dichte der Luft, dem Ballradius und einer Auftriebskonstanten zusammensetzt.

Für γ sollte ein Wert **zwischen 0,001 und 0,003 kg** verwendet werden.

ω gibt die Winkelgeschwindigkeit des Balles an. Diese hängt mit der Anzahl Umdrehungen, die pro Sekunde erfolgen, folgendermaßen zusammen:

$$\omega = 2\pi \cdot \text{Ballumdrehungen pro Sekunde}$$

Die Magnus-Kraft hängt nur von der Geschwindigkeit in x-Richtung ab!

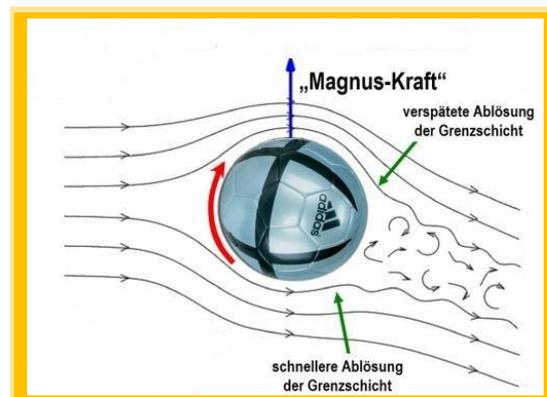
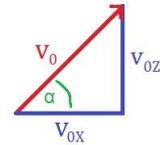


Abbildung 4:
Erklärung von „Bananenflanken“ mit dem Magnus-Effekt.
Der Ball fliegt in dem Bild von rechts nach links.

Gruppe M3

Modellierung und Analyse einer Bananenflanke

Betrachtet werden soll eine Bananenflanke, bei der der Ball durch den Magnus-Effekt seitlich abgelenkt wird. Die Flugkurve hängt überwiegend von der **Anfangsgeschwindigkeit** v_0 des Balles, dem **Abschusswinkel** α , dem **Luftwiderstand** und den **Umdrehungen des Balls** pro Sekunde ab.



Das Koordinatensystem soll so gewählt werden, dass die x -Achse die Flugweite, die y -Achse die seitliche Ablenkung und die z -Achse die Flughöhe angibt. Die Anfangsgeschwindigkeit v_0 muss in die Komponenten

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \quad \text{und} \quad v_{0z} = v_0 \cdot \sin(\alpha)$$

in x - und z -Richtung zerlegt werden. Die Anfangsgeschwindigkeit v_{0y} soll Null sein!

Hinweise:

- Bei der Sinus- und Cosinus-Funktion in *Dynasys* muss das Bogenmaß anstelle der Gradzahl eingesetzt werden. Für $\sin(30^\circ)$ muss daher folgendes eingegeben werden:
 $\sin(30 \cdot \pi / 180)$
- Geschwindigkeiten müssen in die Einheit m/s umgerechnet werden. Dafür muss die Geschwindigkeit in km/h durch 3,6 geteilt werden. Setzt für 80 km/h folgendes ein:
 $80/3,6$

Aufgabe 1 - Vorbereitung

Welche Kraft/Kräfte wirken in welcher Richtung?

x -Achse: _____ (horizontal)

y -Achse: _____ (seitlich)

z -Achse: _____ (vertikal)

Bestimmt nun aus der in jeder Richtung resultierenden Kraft und mit dem zweiten Newton'schen Gesetz $F = m \cdot a$ die in jeder Richtung wirkende Beschleunigung. Die Formeln für die Kräfte findet ihr in den physikalischen Grundlagen.

$a_x =$ _____

$a_y =$ _____

$a_z =$ _____

Aufgabe 2 Modellierung mit Dynasys

Erstellt ein Modell mit *Dynasys*. Fügt dazu 6 Zustände v_x, v_y, v_z, x, y und z mit Zustandsänderungen und notwendigen Parametern ein, die in den Gleichungen der Beschleunigungen enthalten sind. Verbindet Größen, die sich beeinflussen mit Wirkungspfeilen, und programmiert die jeweiligen Größen durch Doppelklick auf das jeweilige Symbol. Orientiert euch an der bereitliegenden Anleitung.

Speichert euer Modell zwischendurch immer ab!

Aufgabe 3 Simulation des Modells

Betrachtet einen Schuss mit einer Geschwindigkeit $v_0 = 70 \text{ km/h}$ bei einem Abschusswinkel von $\alpha = 35^\circ$. Der Ball soll mit 5 Umdrehungen pro Sekunde rotieren.

Verändert den Parameter γ , um dessen Einfluss auf die seitliche Ablenkung zu untersuchen. Tragt in die Tabelle die jeweilige Flugweite x und die seitliche Ablenkung y in Metern ein, die ihr anhand einer Tabelle mit den dargestellten Variablen „ x “, „ y “ und „ z “ bei einer Flughöhe von $z \approx 0 \text{ m}$ ablesen könnt.

Wählt unter **Simulation – Numerik** das Verfahren **Runge-Kutta** sowie **Startzeit „0“** und **Endzeit „3,5“** mit **Schrittweite „0,1“** aus.

	$\gamma = 0,001 \text{ kg}$	$\gamma = 0,0015 \text{ kg}$	$\gamma = 0,002 \text{ kg}$	$\gamma = 0,0025 \text{ kg}$	$\gamma = 0,003 \text{ kg}$
Flugweite x [m]					
Seitliche Ablenkung y [m]					

Aufgabe 4 Videoanalyse der Aufnahme aus der Frontalansicht

- 1.) Öffnet das Video „*Bananenflanke(Frontal)*“ mit dem Videoanalyseprogramm *Vidantoo*.
- 2.) Wählt für die Kalibrierung den Abstand zwischen dem anfangs ruhenden Ball und der von der Kamera am weitesten entfernten Pylone, die sich auf Höhe des Balls befindet. Als Strecke gebt **5m** ein.
- 3.) Legt als Koordinatenursprung den ruhenden Ball fest.
- 4.) Wählt **Objekt erfassen 1 (schwarz)** und nehmt die Positionen des Balls mit einem Mausklick in jedem Bild auf.
- 5.) Klickt auf und geht auf **Auswerten**. Wählt in dem Kasten **Export** die in dem Bild ausgewählten Optionen und klickt auf „**Export**“.
- 6.) Öffnet die Excel-Datei *3Bananenflanke* und wählt das Tabellenblatt *Video*.
- 7.) Geht auf **Zelle E4** und fügt die Daten mit „Strg + v“ ein.



Aufgabe 5 Bestimmung der Ballumdrehungen pro Sekunde

- 1.) Öffnet das Video *Bananenflanke(Rotation)* mit dem Videobearbeitungsprogramm *VirtualDub*. Sucht entlang der Bildlaufleiste das Bild, ab dem man die Umdrehung des Balls erkennen kann und notiert die Frame-Nummer.
- 2.) Geht weiter durch die Bildlaufleiste und zählt die Umdrehungen soweit wie es möglich ist und notiert euch wiederum die Frame-Nummer und die Anzahl gezählter Umdrehungen.
- 3.) 1 Frame entspricht einer Zeit von $4,76 \cdot 10^{-3} \text{s}$. Bestimmt aus der Differenz der Frame-Nummern das betrachtete Zeitintervall und mit den gezählten Umdrehungen die Ballumdrehungen pro Sekunde.

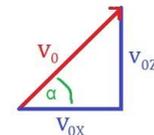
Frame-Nr. (Start)	Frame-Nr. (Ende)	Differenz Frames	Zeit [s]	Umdrehungen	Umdrehungen pro Sekunde

Aufgabe 6 Videoanalyse der Aufnahme aus der Seitenansicht

- 1.) Öffnet das Video „*Bananenflanke(Seite)*“ mit dem Videoanalyseprogramm *Vidantoo*.
- 2.) Wählt für die Kalibrierung den Abstand zwischen dem anfangs ruhenden Ball und dem Landepunkt. Als Strecke gebt die dokumentierte Flugweite ein. Als Koordinatenursprung wählt den ruhenden Ball.
- 3.) Wählt **Objekt erfassen 1 (schwarz)** und nehmt die Positionen des Balls in jedem Bild auf.
- 4.) Klickt auf und geht auf .
- 5.) Wählt die Diagramme $v_x(t)$ und $v_y(t)$ aus.

Vorsicht: Im diesem Video ist die y-Komponente die eigentliche z-Richtung!

- 6.) Wählt unter **ROI** für die Art der Auswertung **Mittel, Fläche, etc.** Markiert im $v_x(t)$ -Diagramm einen Bereich über die ersten 3 Datenpunkte der Flugphase des Balls und lest im Kasten unten links die mittlere Geschwindigkeit ab. Markiert den gleichen Bereich im $v_y(t)$ -Diagramm und bestimmt die Anfangsgeschwindigkeit v_{0z} in z-Richtung. Bestimmt aus diesen Daten mit Hilfe nebenstehender Abbildung v_0 und α .



v_{0x} [m/s]	v_{0z} [m/s]	v_0 [m/s]	v_0 [km/h]	α [°]

- 7.) Wählt in dem Kasten **Export** die in dem Bild ausgewählten Optionen (Ortskoordinaten) und klickt auf „**Export**“.
- 8.) Öffnet die Excel-Datei *3Bananenflanke* (Tabellenblatt *Video*) und fügt eure Daten mit „Strg + v“ in **Zelle A4** ein.



Aufgabe 7 Vergleich mit den Ergebnissen des Modells

Führt eine Simulation des Modells mit den aus der Videoanalyse bestimmten Parametern v_0 und α sowie den Ballumdrehungen pro Sekunde durch. Für den Faktor γ orientiert euch an Aufgabe 3 und wählt einen zu der dokumentierten Ablenkung passenden Faktor.

Wählt unter **Simulation – Numerik** ein Zeitintervall von **dt = 0,0417s**.

Lasst euch die Werte für die Flugweite x , die Ablenkung y und Flughöhe z durch eine Tabelle anzeigen, indem ihr als dargestellten Variablen „ x “, „ y “ und „ z “ auswählt.

Übertragt die Daten in die Excel-Datei *3Bananenflanke* in das Tabellenblatt *Modell* (Spalten G, H und I).

- a) **Vergleicht die theoretische Flugkurve mit der experimentell ermittelten anhand der drei Graphen $x(t)$, $y(t)$ und $z(t)$ in den Excel-Tabellenblättern *x-t-Diagramm*, *y-t-Diagramm* und *z-t-Diagramm*. Welche Aussagen könnt ihr über den Vergleich beider Flugkurven machen? Begründet und diskutiert eure Feststellungen.**

- b) **Worin könnten mögliche Gründe für eine Abweichung liegen?**

- c) **Bewertet die Gültigkeit des Modells.**

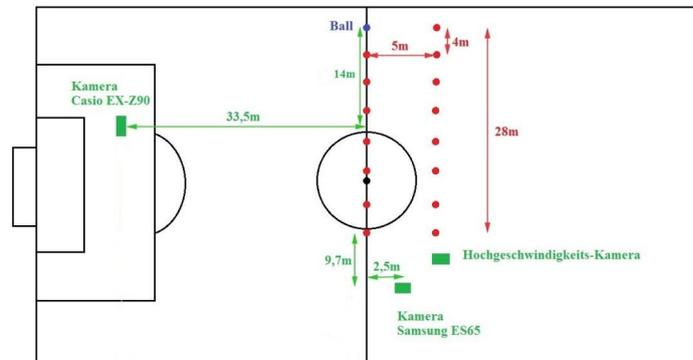


Gruppe V3

Videoanalyse einer Bananenflanke

Material:

- 15 Pylonen
- 1 Fußball
- 3 Kameras mit Stativen
- Maßband
- Klebeband



Vorbereitungen für die Videoaufnahme

Baut mit den Pylonen ein 28 x 5 Meter großes Feld wie in obiger Abbildung auf. Die Pylonen einer Linie sollen jeweils 4m Abstand zueinander haben. Stellt auf Höhe von 14m Abstand zum Ball eine Kamera in großer Entfernung (ca. 33,5m) auf, die den Schuss von der Seite aufnimmt. Die Kamera für die Frontalaufnahme **MUSS** in der Mitte des Feldes mit einem Abstand von 9,70m zu den letzten Pylonen aufgestellt werden (siehe Skizze). Umwickelt den Ball mit einem Streifen Klebeband, damit die Rotation erkennbarer wird.

Videoaufnahme der Bananenflanke

Nehmt den Schuss mit allen drei Kameras gleichzeitig auf. Der Ball muss so geschossen werden, dass er nur durch die Rotation seitlich abgelenkt wird! Es muss also versucht werden den Ball zunächst nur entlang der Pylonen zu schießen und dem Ball viel Drall mitzugeben. Der Ball soll innerhalb des markierten Feldes landen.

Der Punkt, auf dem der Ball auftrifft, muss markiert werden und die Flugweite sowie die seitliche Ablenkung ausgemessen werden. Tragt dies in die bei den Kameras beiliegenden Zettel ein.

Aufnahme eines Torschusses und Aufnahme für die Bestimmung der Elastizitäts-Zahl

a) Torschuss:

Stellt eine Pylone auf die Mitte der Torlinie. Der Ball wird vom 11m-Punkt aus geschossen. Stellt die Hochgeschwindigkeitskamera in einer Entfernung von ca. 18m auf Höhe der Mitte der Schusslinie auf.

Nehmt den Anlauf sowie den Schuss bis ins Tor auf. Der Schütze sollte versuchen den Ball in die Mitte des Tores zu schießen, damit die Aufnahme nicht verzerrt wird. Der Ball soll mit voller Wucht geschossen werden.

b) Elastizität:

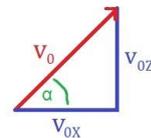
Lasst einen Ball aus der Hand und möglichst großer Höhe fallen und nehmt mit der Kamera den auf den Boden aufspringenden Ball auf. Führt dies einmal auf Kunstrasen und einmal auf Steinboden aus.

Aufgabe 1 Videoanalyse der Aufnahme aus der Seitenansicht

- 1.) Öffnet das Video „Bananenflanke(Seite)“ mit dem Videoanalyseprogramm *Vidantoo*.
- 2.) Wählt für die Kalibrierung den Abstand zwischen dem anfangs ruhenden Ball und dem Landepunkt. Als Strecke gibt die dokumentierte Flugweite ein. Als Koordinatenursprung wählt den ruhenden Ball.
- 3.) Wählt **Objekt erfassen 1 (schwarz)** und nimmt die Positionen des Balls mit einem Mausklick in jedem Bild auf.
- 4.) Klickt auf und geht auf .
- 5.) Wählt die Diagramme $v_x(t)$ und $v_y(t)$ aus.

Vorsicht: Im diesem Video ist die y-Komponente die eigentliche z-Richtung!

- 6.) Wählt unter **ROI** für die Art der Auswertung **Mittel, Fläche, etc.** Markiert im $v_x(t)$ -Diagramm einen Bereich über die ersten 3 Datenpunkte der Flugphase des Balls und lest im Kasten unten links die mittlere Geschwindigkeit ab. Markiert den gleichen Bereich im $v_y(t)$ -Diagramm und bestimmt die Anfangsgeschwindigkeit v_{0z} in z-Richtung. Bestimmt aus diesen Daten mit Hilfe nebenstehender Abbildung v_0 und α .



v_{0x} [m/s]	v_{0z} [m/s]	v_0 [m/s]	v_0 [km/h]	α [°]

- 7.) Wählt in dem Kasten **Export** die in dem Bild ausgewählten Optionen (Ortskoordinaten) und klickt auf „Export“.
- 8.) Öffnet die Excel-Datei *3Bananenflanke* (Tabellenblatt *Video*) und fügt eure Daten mit „Strg + v“ in **Zelle A4** ein.



Aufgabe 2 Videoanalyse der Frontalansicht

- 1.) Öffnet das Video „Bananenflanke(Frontal)“ mit dem Videoanalyseprogramm *Vidantoo*.
- 2.) Wählt für die Kalibrierung den Abstand zwischen dem anfangs ruhenden Ball und der von der Kamera am weitesten entfernten Pylone, die sich auf Höhe des Balls befindet. Als Strecke gibt **5m** ein und wählt als Koordinatenursprung den ruhenden Ball.
- 3.) Wählt **Objekt erfassen 1 (schwarz)** und nimmt die Positionen des Balls in jedem Bild auf.
- 4.) Klickt auf und geht auf **Auswerten**. Wählt in dem Kasten **Export** die in dem Bild ausgewählten Optionen und klickt auf „Export“.
- 5.) Öffnet die Excel-Datei *3Bananenflanke* und wählt das Tabellenblatt *Video*.
- 6.) Geht auf **Zelle E4** und fügt die Daten mit „Strg + v“ ein.



Aufgabe 3 Bestimmung der Ballumdrehungen pro Sekunde

- 1.) Öffnet das Video *Bananenflanke(Rotation)* mit dem Videobearbeitungsprogramm *VirtualDub*. Sucht entlang der Bildlaufleiste das Bild, ab dem man die Umdrehung des Balls erkennen kann und notiert die Frame-Nummer.
- 2.) Geht weiter durch die Bildlaufleiste und zählt die Umdrehungen soweit wie es möglich ist und notiert euch wiederum die Frame-Nummer und die Anzahl gezählter Umdrehungen.
- 3.) 1 Frame entspricht einer Zeit von $4,76 \cdot 10^{-3}$ s. Bestimmt aus der Differenz der Frame-Nummern das betrachtete Zeitintervall und mit den gezählten Umdrehungen die Ballumdrehungen pro Sekunde.

Frame-Nr. (Start)	Frame-Nr. (Ende)	Differenz Frames	Zeit [s]	Umdrehungen	Umdrehungen pro Sekunde

Aufgabe 4 Vergleich mit den Ergebnissen des Modells

Lasst euch von Gruppe M3 das entwickelte *Dynasys*-Modell geben und erklären. Führt eine Simulation des Modells mit den aus der Videoanalyse bestimmten Parametern v_0 und α sowie den Ballumdrehungen pro Sekunde durch. Für den Faktor γ orientiert euch an Aufgabe 3 der Gruppe M3 und wählt einen zu der dokumentierten Ablenkung passenden Faktor.

Wählt unter **Simulation – Numerik** ein Zeitintervall von **dt = 0,0417s**.

Lasst euch die Werte für die Flugweite x , die Ablenkung y und Flughöhe z durch eine Tabelle anzeigen, indem ihr als dargestellten Variablen „ x “, „ y “ und „ z “ auswählt.

Übertragt die Daten in die Excel-Datei *3Bananenflanke* in das Tabellenblatt *Modell* (Spalten G, H und I).

- a) **Vergleicht die theoretische Flugkurve mit der experimentell ermittelten anhand der drei Graphen $x(t)$, $y(t)$ und $z(t)$ in den Excel-Tabellenblättern x - t -Diagramm, y - t -Diagramm und z - t -Diagramm. Welche Aussagen könnt ihr über den Vergleich beider Flugkurven machen? Begründet und diskutiert eure Feststellungen.**

b) Worin könnten mögliche Gründe für eine Abweichung liegen?

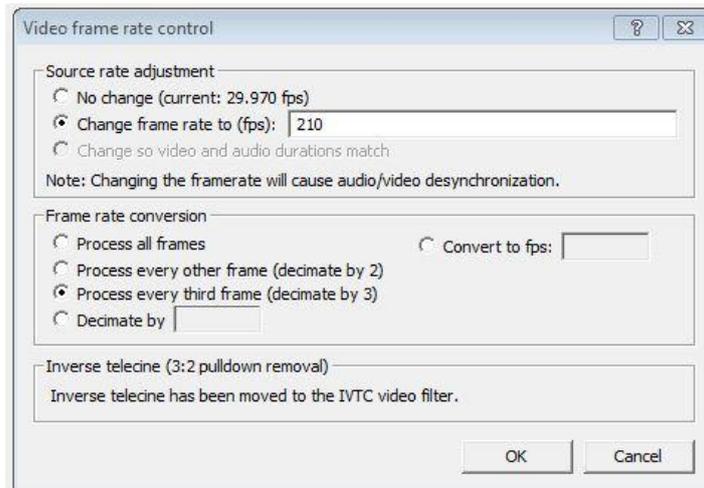
c) Bewertet die Gültigkeit des Modells.



Hinweise zur Videobearbeitung mit VirtualDub

Station 1 Torschuss (Aufnahme mit Highspeedkamera mit 210 fps)

- Schneide das Video so, dass die Ausholbewegung des Fußes erkennbar ist und der Ball gerade in das Tor trifft.
- Gehe auf **Audio – No audio**.
- Gehe auf **Video – Framerate** und nimm dort folgende Einstellungen vor:



- Gehe auf **File – Save as AVI...** und benenne die Datei mit *Torschuss*.
- **Optional:** Unter **Video – Compression** *Cinepak Codec von Radius* auswählen.

Video für die Elastizität:

- Schneide das Video so, dass der Ball im zweiten Bild in Bewegung ist.
- Gehe auf **Audio – No audio**.
- Gehe auf **File – Save as AVI...** und benenne die Datei mit *ElastizitätSteinboden* oder *ElastizitätKunstrasen*.

Station 2 Torwartabstoß

- Schneide das Video so, dass der Ball im zweiten Bild in Bewegung ist. Das Ende ist der Aufprall des Balls auf dem Boden.
- Gehe auf **Audio – No audio**.
- Gehe auf **File – Save as AVI...** und benenne die Datei mit *Torwartabstoss*.
- **Optional:** Unter **Video – Compression** *Cinepak Codec von Radius* auswählen.

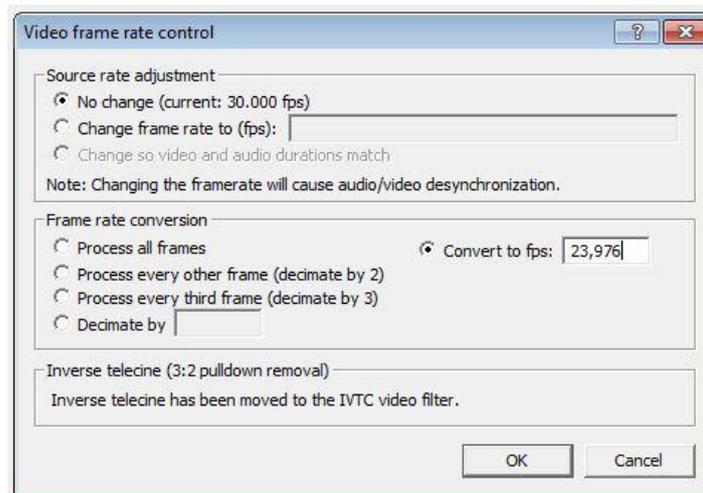
Station 3 Bananenflanke

Video der Seitenansicht:

- Schneide das Video so, dass der Ball im zweiten Bild in Bewegung ist. Das Ende ist der Aufprall des Balls auf dem Boden.
- Gehe auf **Audio – No audio**.
- Gehe auf **File – Save as AVI...** und benenne die Datei mit *Bananenflanke(Seite)*.
- **Optional:** Unter **Video – Compression** *Cinepak Codec von Radius* auswählen.

Video der Frontalansicht:

- Schneide das Video so, dass der Ball im zweiten Bild in Bewegung ist. Das Ende ist der Aufprall des Balls auf dem Boden.
- Gehe auf **Audio – No audio**.
- Gehe auf **Video – Framerate** und nimm dort folgende Einstellungen vor:



- Gehe auf **File – Save as AVI...** und benenne die Datei mit *Bananenflanke(Frontal)*.
- **Optional:** Unter **Video – Compression** *Cinepak Codec von Radius* auswählen.

Casio Exilim EX-Z90

Video-Nr.	Art des Schusses	Schütze	x [m]	y [m]
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				

Casio Exilim EX-FS10 (Highspeed)

Video-Nr.	Art des Schusses	Schütze	x [m]	y [m]
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				

Samsung ES65

Video-Nr.	Art des Schusses	Schütze	x [m]	y [m]
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				

Feedback



Mit diesem Bogen hast du die Möglichkeit den Schülerversuchstag mit Schulnoten (1 = sehr gut, 6 = ungenügend) zu benoten. Die Angaben sind anonym und freiwillig. Ich würde mich jedoch über eine Rückmeldung von dir freuen, um mögliche Verbesserungen vornehmen zu können.

Gruppe: _____

Benote die folgenden Punkte durch Ankreuzen:

1.) Den Versuchstag als Ganzes

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

2.) Zeitliche Planung und Organisation

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

3.) Sinnvoller Aufbau der Aufgaben.

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

4.) Klare und verständliche Aufgabenstellungen.

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

5.) **Grundsätzlicher** Einsatz eines Modellbildungssystems wie Dynasys

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

6.) Benutzerfreundlichkeit von Dynasys

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

7.) **Grundsätzlicher** Einsatz eines Videoanalyseprogramms wie VidAnToo

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

8.) Benutzerfreundlichkeit von VidAnToo

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

9.) Das Konzept „Physik und Fußball“ für den Physikunterricht

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

10.) Verhältnis zwischen Theorie und Praxis dieses Versuchstages?

Viel zu theoretisch	Tendenziell zu theoretisch	Genau richtig	Tendenziell zu praktisch	Viel zu praktisch
---------------------	----------------------------	---------------	--------------------------	-------------------

11.) Schwierigkeitsgrad der Aufgaben (weder zu leicht noch zu schwer ist gut)

Viel zu leicht	Tendenziell zu leicht	Genau richtig	Tendenziell zu schwer	Viel zu schwer
----------------	-----------------------	---------------	-----------------------	----------------

Die folgenden Fragen bitte mit „Ja“ oder „Nein“ beantworten.

12.) Interessierst du dich für Fußball?

13.) Würdest du einen solchen Versuchstag noch einmal durchführen?

14.) Hat dir der Versuchstag Spaß gemacht?

Die folgenden Fragen können frei beantwortet werden.

15.) Was hast du gelernt?

16.) Was hat dir in dem Konzept Physik und Fußball gefehlt?

17.) Hier ist Platz für Anmerkungen, Verbesserungsvorschläge, Lob und Kritik.

I. Evaluationsbögen der Schüler



Feedback

Mit diesem Bogen hast du die Möglichkeit den Schülerversuchstag mit Schulnoten (1 = sehr gut, 6 = ungenügend) zu benoten. Die Angaben sind anonym und freiwillig. Ich würde mich jedoch über eine Rückmeldung von dir freuen, um mögliche Verbesserungen vornehmen zu können.

Gruppe: 1

Benote die folgenden Punkte durch Ankreuzen:

- 1.) Den Versuchstag als Ganzes

1	<input checked="" type="checkbox"/>	2	3	4	5	6
---	-------------------------------------	---	---	---	---	---
- 2.) Zeitliche Planung und Organisation

1	<input checked="" type="checkbox"/>	2	3	4	5	6
---	-------------------------------------	---	---	---	---	---
- 3.) Sinnvoller Aufbau der Aufgaben.

1	<input checked="" type="checkbox"/>	2	3	4	5	6
---	-------------------------------------	---	---	---	---	---
- 4.) Klare und verständliche Aufgabenstellungen.

1	<input checked="" type="checkbox"/>	2	3	4	5	6
---	-------------------------------------	---	---	---	---	---
- 5.) Grundsätzlicher Einsatz eines Modellbildungssystems wie Dynasys

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

nicht benutzt
- 6.) Benutzerfreundlichkeit von Dynasys

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

11
- 7.) Grundsätzlicher Einsatz eines Videoanalyseprogramms wie VidAntoo

1	<input checked="" type="checkbox"/>	2	3	4	5	6
---	-------------------------------------	---	---	---	---	---
- 8.) Benutzerfreundlichkeit von VidAntoo

1	<input checked="" type="checkbox"/>	2	3	4	5	6
---	-------------------------------------	---	---	---	---	---
- 9.) Das Konzept „Physik und Fußball“ für den Physikunterricht

1	<input checked="" type="checkbox"/>	2	3	4	5	6
---	-------------------------------------	---	---	---	---	---
- 10.) Verhältnis zwischen Theorie und Praxis dieses Versuchstages?

Viel zu theoretisch	Tendenziell zu theoretisch	Genau richtig	Tendenziell zu praktisch	Viel zu praktisch
		<input checked="" type="checkbox"/>		

11.) Schwierigkeitsgrad der Aufgaben (weder zu leicht noch zu schwer ist gut)

Viel zu leicht	Tendenziell zu leicht	Genau richtig	Tendenziell zu schwer	Viel zu schwer
		<input checked="" type="checkbox"/>		

Die folgenden Fragen bitte mit „Ja“ oder „Nein“ beantworten.

12.) Interessierst du dich für Fußball?
Nein

13.) Würdest du einen solchen Versuchstag noch einmal durchführen?
Ja

14.) Hat dir der Versuchstag Spaß gemacht?
Ja

15.) Was hast du gelernt?
Ich habe gelernt aufgenommene Videos zu digitalisieren und analysieren und einen Zusammenhang zwischen Praxis und Theorie herzustellen

16.) Was hat dir in dem Konzept Physik und Fußball gefehlt?
/

17.) Hier ist Platz für Anmerkungen, Verbesserungsvorschläge, Lob und Kritik.
Gut gelungen durch unterschiedliche Aufgaben mit VidAntoo und Dynasys



Feedback

Mit diesem Bogen hast du die Möglichkeit den Schülerversuchstag mit Schulnoten (1 = sehr gut, 6 = ungenügend) zu bewerten. Die Angaben sind anonym und freiwillig. Ich würde mich jedoch über eine Rückmeldung von dir freuen, um mögliche Verbesserungen vornehmen zu können.

Gruppe: 7

Benote die folgenden Punkte durch Ankreuzen:

1.) Den Versuchstag als Ganzes
 1 2 3 4 5 6

2.) Zeitliche Planung und Organisation
 1 2 3 4 5 6

3.) Sinnvoller Aufbau der Aufgaben.
 1 2 3 4 5 6

4.) Klare und verständliche Aufgabenstellungen.
 1 2 3 4 5 6

5.) Grundsätzlicher Einsatz eines Modellbildungssystems wie Dynasys
 1 2 3 4 5 6

6.) Benutzerfreundlichkeit von Dynasys
 1 2 3 4 5 6

7.) Grundsätzlicher Einsatz eines Videoanalyseprogramms wie VidAnToo
 1 2 3 4 5 6

8.) Benutzerfreundlichkeit von VidAnToo
 1 2 3 4 5 6

9.) Das Konzept „Physik und Fußball“ für den Physikunterricht
 1 2 3 4 5 6

10.) Verhältnis zwischen Theorie und Praxis dieses Versuchstages?

Viel zu theoretisch	Tendenziell zu theoretisch	Genau richtig	Tendenziell zu praktisch	Viel zu praktisch
			<input checked="" type="checkbox"/>	

11.) Schwierigkeitsgrad der Aufgaben (weder zu leicht noch zu schwer ist gut)
 Tendenz: leicht genau richtig schwer
 Viel zu leicht Viel zu schwer

Die folgenden Fragen bitte mit „Ja“ oder „Nein“ beantworten.

12.) Interessierst du dich für Fußball?
Ja (Kaiserslautern)

13.) Würdest du einen solchen Versuchstag noch einmal durchführen?
Ja

14.) Hat dir der Versuchstag Spaß gemacht?
Ja

Die folgenden Fragen können frei beantwortet werden.

15.) Was hast du gelernt?
- Umgang mit einem Videoanalyseprogramm

16.) Was hat dir in dem Konzept Physik und Fußball gefehlt?

17.) Hier ist Platz für Anmerkungen, Verbesserungsvorschläge, Lob und Kritik.

nicht benutzt



Feedback

Mit diesem Bogen hast du die Möglichkeit den Schülerversuchstag mit Schulnoten (1 = sehr gut, 6 = ungenügend) zu benoten. Die Angaben sind anonym und freiwillig. Ich würde mich jedoch über eine Rückmeldung von dir freuen, um mögliche Verbesserungen vornehmen zu können.

Gruppe: MA

Benote die folgenden Punkte durch Ankreuzen:

1.) Den Versuchstag als Ganzes
 1 2 3 4 5 6

2.) Zeitliche Planung und Organisation
 1 2 3 4 5 6

3.) Sinnvoller Aufbau der Aufgaben.
 1 2 3 4 5 6

4.) Klare und verständliche Aufgabenstellungen.
 1 2 3 4 5 6

5.) Grundsätzlicher Einsatz eines Modellbildungssystems wie Dynasys
 1 2 3 4 5 6

6.) Benutzerfreundlichkeit von Dynasys
 1 2 3 4 5 6

7.) Grundsätzlicher Einsatz eines Videoanalyseprogramms wie VidAnToo
 1 2 3 4 5 6

8.) Benutzerfreundlichkeit von VidAnToo
 1 2 3 4 5 6

9.) Das Konzept „Physik und Fußball“ für den Physikunterricht
 1 2 3 4 5 6

10.) Verhältnis zwischen Theorie und Praxis dieses Versuchstages?

Viel zu theoretisch	Tendenziell zu theoretisch	Gewöhnlich	Tendenziell zu praktisch	Viel zu praktisch
		<input checked="" type="checkbox"/>		

11.) Schwierigkeitsgrad der Aufgaben (weder zu leicht noch zu schwer ist gut)
 Tendenzuell zu leicht Genau richtig Tendenzuell zu schwer
 Viel zu leicht Viel zu schwer

Die folgenden Fragen bitte mit „Ja“ oder „Nein“ beantworten.

12.) Interessierst du dich für Fußball?
Nein

13.) Würdest du einen solchen Versuchstag noch einmal durchführen?
Ja

14.) Hat dir der Versuchstag Spaß gemacht?
Ja

Die folgenden Fragen können frei beantwortet werden.

15.) Was hast du gelernt?
Umgang mit neuen Programmen
Arbeitsvorgaben

16.) Was hat dir in dem Konzept Physik und Fußball gefehlt?
/

17.) Hier ist Platz für Anmerkungen, Verbesserungsvorschläge, Lob und Kritik.
Gute Erfahrungen



Feedback

Mit diesem Bogen hast du die Möglichkeit den Schülerversuchstag mit Schulnoten (1 = sehr gut, 6 = ungenügend) zu benoten. Die Angaben sind anonym und freiwillig. Ich würde mich jedoch über eine Rückmeldung von dir freuen, um mögliche Verbesserungen vornehmen zu können.

Gruppe: V2

Benote die folgenden Punkte durch Ankreuzen:

- 1.) Den Versuchstag als Ganzes

1	<input checked="" type="checkbox"/>	3	4	5	6
---	-------------------------------------	---	---	---	---
- 2.) Zeitliche Planung und Organisation

<input checked="" type="checkbox"/>	2	3	4	5	6
-------------------------------------	---	---	---	---	---
- 3.) Sinnvoller Aufbau der Aufgaben.

<input checked="" type="checkbox"/>	2	3	4	5	6
-------------------------------------	---	---	---	---	---
- 4.) Klare und verständliche Aufgabenstellungen.

1	2	<input checked="" type="checkbox"/>	4	5	6
---	---	-------------------------------------	---	---	---
- 5.) **Grundsätzlicher** Einsatz eines Modellbildungssystems wie Dynasys

1	2	<input checked="" type="checkbox"/>	4	5	6
---	---	-------------------------------------	---	---	---
- 6.) Benutzerfreundlichkeit von Dynasys

1	2	3	<input checked="" type="checkbox"/>	5	6
---	---	---	-------------------------------------	---	---
- 7.) **Grundsätzlicher** Einsatz eines Videoanalyseprogramms wie VidAnToo

<input checked="" type="checkbox"/>	2	3	4	5	6
-------------------------------------	---	---	---	---	---
- 8.) Benutzerfreundlichkeit von VidAnToo

<input checked="" type="checkbox"/>	2	3	4	5	6
-------------------------------------	---	---	---	---	---
- 9.) Das Konzept „Physik und Fußball“ für den Physikunterricht

<input checked="" type="checkbox"/>	2	3	4	5	6
-------------------------------------	---	---	---	---	---

10.) Verhältnis zwischen Theorie und Praxis dieses Versuchstages?

Viel zu theoretisch	Tendenziell zu theoretisch	<input checked="" type="checkbox"/>	Genau richtig	Tendenziell zu praktisch	Viel zu praktisch
---------------------	----------------------------	-------------------------------------	---------------	--------------------------	-------------------

11.) Schwierigkeitsgrad der Aufgaben (weder zu leicht noch zu schwer ist gut)

Viel zu leicht	Tendenziell zu leicht	Genau richtig	Tendenziell zu schwer	Viel zu schwer
----------------	-----------------------	---------------	-----------------------	----------------

Die folgenden Fragen bitte mit „Ja“ oder „Nein“ beantworten.

12.) Interessierst du dich für Fußball?

Ja

13.) Würdest du einen solchen Versuchstag noch einmal durchführen?

Ja

14.) Hat dir der Versuchstag Spaß gemacht?

Ja

Die folgenden Fragen können frei beantwortet werden.

15.) Was hast du gelernt?

- Fußball mal viel physikalischer beschreiben
 - Physik ist auch mal praktisch gestalten
 - hinter den Berechnungen steckt Konzept viele Faktoren

16.) Was hat dir in dem Konzept Physik und Fußball gefehlt?

17.) Hier ist Platz für Anmerkungen, Verbesserungsvorschläge, Lob und Kritik.



Feedback

Mit diesem Bogen hast du die Möglichkeit den Schülerversuchstag mit Schulnoten (1 = sehr gut, 6 = ungenügend) zu bewerten. Die Angaben sind anonym und freiwillig. Ich würde mich jedoch über eine Rückmeldung von dir freuen, um mögliche Verbesserungen vornehmen zu können.

Gruppe: V2

Benote die folgenden Punkte durch Ankreuzen:

1.) Den Versuchstag als Ganzes
 1 2 3 4 5 6

2.) Zeitliche Planung und Organisation
 1 2 3 4 5 6

3.) Sinnvoller Aufbau der Aufgaben.
 1 2 3 4 5 6

4.) Klare und verständliche Aufgabenstellungen.
 1 2 3 4 5 6

5.) Grundsätzlicher Einsatz eines Modellbildungssystems wie Dynasys
 1 2 3 4 5 6

6.) Benutzerfreundlichkeit von Dynasys
 1 2 3 4 5 6

7.) Grundsätzlicher Einsatz eines Videoanalyseprogramms wie VidAntoo
 1 2 3 4 5 6

8.) Benutzerfreundlichkeit von VidAntoo
 1 2 3 4 5 6

9.) Das Konzept „Physik und Fußball“ für den Physikunterricht
 1 2 3 4 5 6

10.) Verhältnis zwischen Theorie und Praxis dieses Versuchstages?

Viel zu theoretisch	Tendenziell zu theoretisch	Genügend	Tendenziell zu praktisch	Viel zu praktisch
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

11.) Schwierigkeitsgrad der Aufgaben (weder zu leicht noch zu schwer ist gut)

Viel zu leicht	Tendenziell zu leicht	Genügend	Tendenziell zu schwer	Viel zu schwer
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Die folgenden Fragen bitte mit „Ja“ oder „Nein“ beantworten.

12.) Interessierst du dich für Fußball?
Ja

13.) Würdest du einen solchen Versuchstag noch einmal durchführen?
Ja

14.) Hat dir der Versuchstag Spaß gemacht?
Ja

Die folgenden Fragen können frei beantwortet werden.

15.) Was hast du gelernt?

Wie man mit VidAntoo bzw Dynasys vorgeht und so verschiedene Sache analysiert.

16.) Was hat dir in dem Konzept Physik und Fußball gefehlt?

/

17.) Hier ist Platz für Anmerkungen, Verbesserungsvorschläge, Lob und Kritik.

Ich finde diese Vorschläge sehr gut. Weiterarbeiten würden wir auch sehr gut unterstützen.



Feedback

Mit diesem Bogen hast du die Möglichkeit dem Schülerversuchstag mit Schulnoten (1 = sehr gut, 6 = ungenügend) zu bewerten. Die Angaben sind anonym und freiwillig. Ich würde mich jedoch über eine Rückmeldung von dir freuen, um mögliche Verbesserungen vornehmen zu können.

Gruppe: MS

Benote die folgenden Punkte durch Ankreuzen:

- 1.) Den Versuchstag als Ganzes
 1 2 3 4 5 6
- 2.) Zeitliche Planung und Organisation
 1 2 3 4 5 6
- 3.) Sinnvoller Aufbau der Aufgaben.
 1 2 3 4 5 6
- 4.) Klare und verständliche Aufgabenstellungen.
 1 2 3 4 5 6
- 5.) **Grundsätzlicher** Einsatz eines Modellbildungssystems wie Dynasys
 1 2 3 4 5 6
- 6.) Benutzerfreundlichkeit von Dynasys
 1 2 3 4 5 6
- 7.) **Grundsätzlicher** Einsatz eines Videoanalyseprogramms wie VidAntoo
 1 2 3 4 5 6
- 8.) Benutzerfreundlichkeit von VidAntoo
 1 2 3 4 5 6
- 9.) Das Konzept „Physik und Fußball“ für den Physikunterricht
 1 2 3 4 5 6

← Bsp. dass man die Tabellen nicht kopieren kann!

10.) Verhältnis zwischen Theorie und Praxis dieses Versuchstages?

Viel zu theoretisch	Tendenziell zu theoretisch	<u>Genau richtig</u>	Tendenziell zu praktisch	Viel zu praktisch
---------------------	----------------------------	----------------------	--------------------------	-------------------

11.) Schwierigkeitsgrad der Aufgaben (weder zu leicht noch zu schwer ist gut)
 Tendenz: Viel zu leicht Tendenz: Genau richtig Tendenz: Viel zu schwer

Die folgenden Fragen bitte mit „Ja“ oder „Nein“ beantworten.

12.) Interessierst du dich für Fußball?
Nein

13.) Würdest du einen solchen Versuchstag noch einmal durchführen?
Ja

14.) Hat dir der Versuchstag Spaß gemacht?
Ja

Die folgenden Fragen können frei beantwortet werden.

15.) Was hast du gelernt?

16.) Was hat dir in dem Konzept Physik und Fußball gefehlt?

17.) Hier ist Platz für Anmerkungen, Verbesserungsvorschläge, Lob und Kritik.



Feedback

Mit diesem Bogen hast du die Möglichkeit den Schülerversuchstag mit Schulnoten (1 = sehr gut, 6 = ungenügend) zu bewerten. Die Angaben sind anonym und freiwillig. Ich würde mich jedoch über eine Rückmeldung von dir freuen, um mögliche Verbesserungen vornehmen zu können.

Gruppe: HS

Benote die folgenden Punkte durch Ankreuzen:

- 1.) Den Versuchstag als Ganzes

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---
- 2.) Zeitliche Planung und Organisation

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---
- 3.) Sinnvoller Aufbau der Aufgaben.

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---
- 4.) Klare und verständliche Aufgabenstellungen.

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---
- 5.) Grundsätzlicher Einsatz eines Modellbildungssystems wie Dynasy

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---
- 6.) Benutzerfreundlichkeit von Dynasy

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---
- 7.) Grundsätzlicher Einsatz eines Videoanalyseprogramms wie VidAnToo

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---
- 8.) Benutzerfreundlichkeit von VidAnToo

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---
- 9.) Das Konzept „Physik und Fußball“ für den Physikunterricht

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

10.) Verhältnis zwischen Theorie und Praxis dieses Versuchstages?

Viel zu theoretisch	Tendenz zu theoretisch	Genau richtig	Tendenz zu praktisch	Viel zu praktisch
---------------------	------------------------	---------------	----------------------	-------------------

11.) Schwierigkeitsgrad der Aufgaben (weder zu leicht noch zu schwer ist gut)

Viel zu leicht	Tendenz zu leicht	Genau richtig	Tendenz zu schwer	Viel zu schwer
----------------	-------------------	---------------	-------------------	----------------

Die folgenden Fragen bitte mit „Ja“ oder „Nein“ beantworten.

12.) Interessierst du dich für Fußball?

ja

13.) Würdest du einen solchen Versuchstag noch einmal durchführen?

ja

14.) Hat dir der Versuchstag Spaß gemacht?

ja

Die folgenden Fragen können frei beantwortet werden.

15.) Was hast du gelernt?

16.) Was hat dir in dem Konzept Physik und Fußball gefehlt?

„Virtuelle - Ball“

17.) Hier ist Platz für Anmerkungen, Verbesserungsvorschläge, Lob und Kritik.

Gruppenarbeit aufgeben, sondern jede Schussart theoretisch praktisch tun machen.



Feedback

Mit diesem Bogen hast du die Möglichkeit den Schülerversuchstag mit Schulnoten (1 = sehr gut, 6 = ungenügend) zu benoten. Die Angaben sind anonym und freiwillig. Ich würde mich jedoch über eine Rückmeldung von dir freuen, um mögliche Verbesserungen vornehmen zu können.

Gruppe: 13

Benote die folgenden Punkte durch Ankreuzen:

1.) Den Versuchstag als Ganzes
 1 2 3 4 5 6

2.) Zeitliche Planung und Organisation
 1 2 3 4 5 6

3.) Sinnvoller Aufbau der Aufgaben.
 1 2 3 4 5 6

4.) Klare und verständliche Aufgabenstellungen.
 1 2 3 4 5 6

5.) Grundsätzlicher Einsatz eines Modellbildungssystems wie Dynasys
 1 2 3 4 5 6

6.) Benutzerfreundlichkeit von Dynasys
 1 2 3 4 5 6

7.) Grundsätzlicher Einsatz eines Videoanalyseprogramms wie VidAnToo
 1 2 3 4 5 6

8.) Benutzerfreundlichkeit von VidAnToo
 1 2 3 4 5 6

9.) Das Konzept „Physik und Fußball“ für den Physikunterricht
 1 2 3 4 5 6

10.) Verhältnis zwischen Theorie und Praxis dieses Versuchstages?

Viel zu theoretisch	Tendenziell zu theoretisch	Genau richtig	Tendenziell zu praktisch	Viel zu praktisch
---------------------	----------------------------	---------------	--------------------------	-------------------

11.) Schwierigkeitsgrad der Aufgaben (weder zu leicht noch zu schwer ist gut)

Viel zu leicht	Tendenziell zu leicht	Genau richtig	Tendenziell zu schwer	Viel zu schwer
----------------	-----------------------	---------------	-----------------------	----------------

Die folgenden Fragen bitte mit „Ja“ oder „Nein“ beantworten.

12.) Interessierst du dich für Fußball?
 Ja

13.) Würdest du einen solchen Versuchstag noch einmal durchführen?
 Ja

14.) Hat dir der Versuchstag Spaß gemacht?
 Ja

Die folgenden Fragen können frei beantwortet werden.

15.) Was hast du gelernt?
Welche Einflüsse des Flugbahn
eines Balls im Wee stehen?
Wingang mit VidAnToo

16.) Was hat dir in dem Konzept Physik und Fußball gefehlt?

17.) Hier ist Platz für Anmerkungen, Verbesserungsvorschläge, Lob und Kritik.
Was super, allerdings könnte
mehr Praxis dabei sein
Bildqualität der Kameras könnte besser
sein



Feedback

Mit diesem Bogen hast du die Möglichkeit den Schülerversuchstag mit Schulnoten (1 = sehr gut, 6 = ungenügend) zu benoten. Die Angaben sind anonym und freiwillig. Ich würde mich jedoch über eine Rückmeldung von dir freuen, um mögliche Verbesserungen vornehmen zu können.

Gruppe: V3

Benote die folgenden Punkte durch Ankreuzen:

- 1.) Den Versuchstag als Ganzes
 1 2 3 4 5 6
- 2.) Zeitliche Planung und Organisation
 1 2 3 4 5 6
- 3.) Sinnvoller Aufbau der Aufgaben.
 1 2 3 4 5 6
- 4.) Klare und verständliche Aufgabenstellungen.
 1 2 3 4 5 6
- 5.) Grundsätzlicher Einsatz eines Modellbildungssystems wie Dynasys
 1 2 3 4 5 6
- 6.) Benutzerfreundlichkeit von Dynasys
 1 2 3 4 5 6
- 7.) Grundsätzlicher Einsatz eines Videoanalyseprogramms wie VidAntoo
 1 2 3 4 5 6
- 8.) Benutzerfreundlichkeit von VidAntoo
 1 2 3 4 5 6
- 9.) Das Konzept „Physik und Fußball“ für den Physikunterricht
 1 2 3 4 5 6

10.) Verhältnis zwischen Theorie und Praxis dieses Versuchstages?

Viel zu theoretisch	Tendenziell zu theoretisch	Genau richtig	Tendenziell zu praktisch	Viel zu praktisch
---------------------	----------------------------	---------------	--------------------------	-------------------

11.) Schwierigkeitsgrad der Aufgaben (weder zu leicht noch zu schwer ist gut)

Viel zu leicht	Tendenziell zu leicht	Genau richtig	Tendenziell zu schwer	Viel zu schwer
----------------	-----------------------	---------------	-----------------------	----------------

Die folgenden Fragen bitte mit „Ja“ oder „Nein“ beantworten.

12.) Interessierst du dich für Fußball?

Ja

13.) Würdest du einen solchen Versuchstag noch einmal durchführen?

JA

14.) Hat dir der Versuchstag Spaß gemacht?

JA

Die folgenden Fragen können frei beantwortet werden.

15.) Was hast du gelernt?

Umgang mit Modell und Videoanalyseprogramm / Anwesenheit der Lehrer

16.) Was hat dir in dem Konzept Physik und Fußball gefehlt?

/

17.) Hier ist Platz für Anmerkungen, Verbesserungsvorschläge, Lob und Kritik.

Sehr gut 0 :)



Feedback

Mit diesem Bogen hast du die Möglichkeit den Schülerversuchstag mit Schulnoten (1 = sehr gut, 6 = ungenügend) zu bewerten. Die Angaben sind anonym und freiwillig. Ich würde mich jedoch über eine Rückmeldung von dir freuen, um mögliche Verbesserungen vornehmen zu können.

Gruppe: V3

Benote die folgenden Punkte durch Ankreuzen:

- 1.) Den Versuchstag als Ganzes
 1 2 3 4 5 6
- 2.) Zeitliche Planung und Organisation
 1 2 3 4 5 6
- 3.) Sinnvoller Aufbau der Aufgaben.
 1 2 3 4 5 6
- 4.) Klare und verständliche Aufgabenstellungen.
 1 2 3 4 5 6
- 5.) Grundsätzlicher Einsatz eines Modellbildungssystems wie Dynasys
 1 2 3 4 5 6
- 6.) Benutzerfreundlichkeit von Dynasys
 1 2 3 4 5 6
- 7.) Grundsätzlicher Einsatz eines Videoanalyseprogramms wie VidAnToo
 1 2 3 4 5 6
- 8.) Benutzerfreundlichkeit von VidAnToo
 1 2 3 4 5 6
- 9.) Das Konzept „Physik und Fußball“ für den Physikunterricht
 1 2 3 4 5 6

10.) Verhältnis zwischen Theorie und Praxis dieses Versuchstages?

Viel zu theoretisch	Tendenziell zu theoretisch	Genau richtig	Tendenziell zu praktisch	Viel zu praktisch
		<input checked="" type="checkbox"/>		

11.) Schwierigkeitsgrad der Aufgaben (weder zu leicht noch zu schwer ist gut)

Viel zu leicht	Tendenziell zu leicht	Genau richtig	Tendenziell zu schwer	Viel zu schwer
		<input checked="" type="checkbox"/>		

Die folgenden Fragen bitte mit „Ja“ oder „Nein“ beantworten.

- 12.) Interessierst du dich für Fußball?
JA
- 13.) Würdest du einen solchen Versuchstag noch einmal durchführen?
JA
- 14.) Hat dir der Versuchstag Spaß gemacht?
JA

Die folgenden Fragen können frei beantwortet werden.

- 15.) Was hast du gelernt?
Ja ich konnte etwas mitnehmen
- Wie geht man mit der Technik um
- Verbindung praktisch theoretisch

- 16.) Was hat dir in dem Konzept Physik und Fußball gefehlt?

- 17.) Hier ist Platz für Anmerkungen, Verbesserungsvorschläge, Lob und Kritik.
Sehr schön
Auch Aufbau und Arbeitsblätter
gut gestaltet