

JOHANNES GUTENBERG-UNIVERSITÄT MAINZ

BACHELORARBEIT

Konzipierung eines Aufbaus zur Magnetfeldvermessung des supraleitenden Solenoiden im P2-Experiment

Autor: Markus Gottweil

1. Gutachter: Prof. Dr. Frank Maas

2. Gutachter: Prof. Dr. Niklaus Berger

Wissenschaftliche Arbeit

zur Erlangung des akademischen Grades

Bachelor of Science Physik

in der

AG Maas

Institut für Kernphysik

Fachbereich Physik

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel (dazu zählen auch KI-basierte Anwendungen oder Werkzeuge) benutzt habe. Sämtliche wörtlichen oder sinngemäßen Übernahmen und Zitate sind kenntlich gemacht und nachgewiesen. Ich versichere, dass ich keine Hilfsmittel verwendet habe, deren Nutzung die Prüferin oder der Prüfer explizit ausgeschlossen hat.

Im Anhang A („Nutzung KI-Tools“) habe ich die verwendeten KI-Tools dokumentiert.

Mit Abgabe der vorliegenden Leistung übernehme ich die Verantwortung für das eingereichte Gesamtprodukt. Ich verantworte damit auch jegliche KI-generierten Inhalte, die ich in meine Arbeit übernommen habe. Die Richtigkeit übernommener (KI-generierter) Aussagen und Inhalte habe ich nach bestem Wissen und Gewissen geprüft.

Ich habe die Arbeit nicht zum Erwerb eines anderen Leistungsnachweises in gleicher oder ähnlicher Form eingereicht.

Mir ist bekannt, dass ein Verstoß gegen die genannten Punkte prüfungsrechtliche Konsequenzen hat und insbesondere dazu führen kann, dass die Studien- und Prüfungsleistung als mit „nicht bestanden“ bewertet wird. Die Einschreibung kann für bis zu zwei Jahre widerrufen werden, wenn Studierende zweimal oder häufiger bei Prüfungsleistungen täuschen (§ 69 Abs. 4 und 5 HochSchG).

Mainz, den [Datum] [Unterschrift]

Markus Gottweil
Institut für Kernphysik-P2
Johann-Joachim-Becher-Weg 45
Johannes Gutenberg-Universität D-55099 Mainz
mgottwei@students.uni-mainz.de

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Motivation	3
2	Das P2-Experiment an MESA	4
2.1	Die elektroschwache Vereinheitlichung	4
2.2	Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels	4
2.3	Der P2-Spektrometer	5
3	Aufbau	5
3.1	Laser-Tracker	6
3.1.1	Systematische Fehler der Messungen mit dem Laser-Tracker	9
3.2	Hall-Sensoren	11
4	Messung	13
4.1	Ablauf einer Messung	13
4.2	Vermessen der motorisierten Schiene	13
4.3	Vermessung einer Ebene im Elektromagneten	14
4.4	Magnetfeldmessung	15
5	Auswertung	16
5.1	Transformation	16
5.2	Analyse der motorisierten Schiene	17
5.3	Vergleich der Ungenauigkeit des Laser-Trackers mit den statistischen Fehlern	22
5.4	Gesamtfehler des Laser-Tracker	23
5.5	Bestimmung einer Ebene im Magneten für die dritte Messung	26
5.6	Bestimmung einer Ebene im Magneten für die vierte Messung	28
5.7	Magnetfeldmessung mit dem MV2	32
5.7.1	Bestimmung des Offsets des Hall-Sensors	32
5.7.2	Magnetischer Hintergrund	33
5.7.3	Berechnen der magnetischen Felder	34
5.8	Vergleich der gemessenen Magnetfelder bei aktiver und inaktiver Stromversorgung	34
6	Zusammenfassung und Ausblick	38
A	Nutzung KI-Tools	40
B	Fehlerrechnung Drehmatrizen	41
C	Datenblatt des Laser-Tracker für die systematischen Fehler	42
D	Datenblatt des Hall-Sensors MV2	43
E	Auswertung der zweiten Messung	44
F	Vergleich der Fehler des MV2	46
G	Danksagung	47

1 Einleitung und Motivation

In der Physik bedeutet Verstehen, dass man mit einem Modell Vorhersagen über ein System unter verschiedenen Bedingungen treffen kann. Das Standardmodell der Teilchenphysik (SM) ist erfolgreich, weil es unzählige experimentelle Tests mit hoher Genauigkeit bestanden hat, wie das Top-Quark (1995) und das Higgs-Boson (2012), welche genau dort gefunden wurden, wo das Modell sie vorausgesagt hatte. Es basiert auf einer konsistenten mathematischen Struktur und kombiniert drei der vier fundamentalen Wechselwirkungen – die elektromagnetische, die starke und die schwache Wechselwirkung. Die Gravitation wird im Standardmodell nicht berücksichtigt, da es keine quantenmechanische Beschreibung dieser fundamentalen Kraft enthält. Jedoch ist dies nicht die einzige offene Frage. Zum Beispiel die unerklärbar hohe Rotationsgeschwindigkeit der Sterne um das Zentrum ihrer Galaxie lässt auf dunkle Materie schließen, die nicht erklärt werden kann, oder die im SM masselosen Neutrinos zeigen in Experimenten, dass sie kleine Massen haben. Des weiteren hilft es, die Natur auf einer grundlegenden Ebene zu verstehen, alle fundamentalen Kräfte in einer Theorie zu vereinen. So wurde die elektroschwache Wechselwirkung in den 1960er Jahren von den Physikern Sheldon Glashow, Steven Weinberg und Abdus Salam eingeführt und fasst die elektromagnetische und schwache Wechselwirkung in einer Theorie zusammen. Sie erhielten dafür 1979 den Nobelpreis für Physik, nachdem die Theorie in den 1970er Jahren experimentell bestätigt worden war. Der elektroschwache Mischungswinkel (Weinbergwinkel θ_W) ist eine wichtige Größe in dieser Theorie und wird im P2 Experiment bestimmt. Mit Hilfe der paritätsverletzende Asymmetrie der schwachen Wechselwirkung wird die schwache Ladung des Protons bestimmt, welche mit dem Weinbergwinkel in Verbindung steht, um mit einer angestrebten Genauigkeit von 0.15%, $\sin^2(\Theta_w)$ zu messen. Die Messung wird mit den Vorhersagen des SM verglichen. Bei Abweichungen könnten dies ein Hinweis auf neue Physik und neue Teilchen sein. Außerdem ist eine genaue Bestimmung von $\sin^2(\Theta_w)$ in der Theoretischen Physik nützlich, da die fünf Observablen [7] (Magnetische Dipolmoment eines Elektrons g_e , die mittlere Lebensdauer eines Myons τ_μ , die Polmassen des Z- und W-Bosons und die Polarisationsasymmetrie bei der Z-Boson-Produktion) in führender Ordnung in der Störungstheorie nur von drei Parametern abhängen. Neben der elektrischen Kopplungskonstante e und des Vakuumerwartungswert (VEV) des Higgs-Feldes ist $\sin^2(\Theta_w)$ einer dieser Parameter und eine präzise Messung hilft bestimmte Theorien zu entkräften beziehungsweise zu bekräftigen. Mainz Energy Recovering Superconducting Accelerator (MESA) liefert polarisierte Elektronen welche die Helizität mit einer Frequenz von ≈ 1 kHz wechseln, an den unpolarisierten Protonen eines Wasserstoff-Target elastisch gestreut und von Cherenkov-Detektoren erfasst werden. Um bei der Messung des Weinbergwinkels bei einem Viererimpuls-Übertrag von $4.5 \cdot 10^{-3} \text{ GeV}^2$ diese Genauigkeit zu erreichen wurden eine Anfangsenergie von 155 MeV und ein Streuwinkel von $\theta_f = 35^\circ$ beschlossen.

Um diese Elektronen in die Detektoren zu lenken wird das Magnetfeld eines Solenoiden benutzt, um die Flugbahnen zu ändern. Diese Bachelorarbeit beschäftigt sich mit dem Aufbau und der Inbetriebnahme eines ersten Messsystems, um das Magnetfeld des Solenoiden zu messen. Dieser besteht aus einer motorisierten linearen Schiene, einem Laser-Tracker zum Bestimmen der Position und einer Hall-Sonde, die mit einer Plattform auf der Schiene verbunden ist. Um auf ein mechanisches System für präzise Bewegungen zu verzichten, wird stattdessen die Position der Hall-Sensoren mittels präziser Positionsbestimmung ermittelt. Die suboptimale Linearität des Schienensystems kann somit in der Auswertung berücksichtigt werden. Untersucht wird unter anderem die Eigenschaften der Schienen in Kapitel 5.2 sowie die Präzession des Laser-Trackers in Kapitel 5.4. In Kapitel 5.8 wird das Magnetfeld eines Elektromagneten bei einer Stromzufuhr von 5,340 A und das remanente Magnetfeld ohne Stromzufuhr untersucht.

2 Das P2-Experiment an MESA

Neben MAGIX und DarkMESA ist P2 eines der Experimente, die gerade am Elektronenbeschleuniger MESA aufgebaut werden. Das Ziel des P2 Experiments ist die hochpräzise Messung des Mischungswinkels $\sin\theta_w$ der elektroschwachen Vereinheitlichung mit einer Genauigkeit von 0.15% durch die Bestimmung der paritätsverletzende Helizitätsasymmetrie.

2.1 Die elektroschwache Vereinheitlichung

Bei der im Experiment auftretenden elastischen Streuung wirken elektromagnetische und die schwache Wechselwirkungen. Sheldon Glashow, Steven Weinberg und Abdus Salam entwickelten die elektroschwache Vereinheitlichung, in dessen Rahmen die elektromagnetische und schwache Wechselwirkung als zwei Aspekte einer einzigen Wechselwirkung angesehen werden können. Mit der Einführung des schwachen Isospins T kann der Formalismus der elektroschwachen Wechselwirkung formuliert werden mit zwei neutralen Zuständen ($T_3 = 0$). Der Zustand W^0 mit Kopplungsstärke g und B^0 mit g' . Die experimentell beobachtbaren neutralen Vektorbosonen, das virtuelle Photon und das Z^0 -Boson, können als orthogonale Linearkombinationen von W^0 und B^0 beschrieben werden mit einer Drehung um den elektroschwachen Mischungswinkel θ_w :

$$|\gamma\rangle = \cos(\theta_w) |B^0\rangle + \sin(\theta_w) |W^0\rangle \quad (1)$$

$$|Z^0\rangle = -\sin(\theta_w) |B^0\rangle + \cos(\theta_w) |W^0\rangle \quad (2)$$

Der Zusammenhang zwischen θ_w und schwacher und elektrischer Ladung wird folgendermaßen bestimmt:

$$\tan(\theta_w) = \frac{g'}{g} \quad (3)$$

$$e = g \cdot \sin(\theta_w) \quad (4)$$

2.2 Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels

Im P2-Experiment kann die paritätsverletzende Helizitätsasymmetrie A^{PV} durch eine Differenz der differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma_{ep}^\pm$ beobachtet werden durch:

$$A^{PV} \equiv \frac{d\sigma_{ep}^+ - d\sigma_{ep}^-}{d\sigma_{ep}^+ + d\sigma_{ep}^-} \quad (5)$$

Die schwache Ladung des Protons $Q_w(p)$ wird aus der paritätsverletzenden Asymmetrie bestimmt durch:

$$A^{PV} = \frac{-G_F q^2}{4\pi\alpha_{em}\sqrt{2}} [Q_w(p) - F(E_i, Q^2)], \quad (6)$$

wobei G_F die Fermi-Kopplungskonstante, α_{em} die elektromagnetische Kopplungskonstante ist und $F(E_i, Q^2)$ die hadronische Struktur des Protons beschreibt. Mit einer genauen Bestimmung der schwachen Ladung des Protons $Q_w(p)$, kann der Weinbergwinkel folgendermaßen berechnet werden:

$$Q_w(p) = 1 - 4\sin^2\theta_w \quad (7)$$

und da, nach Benutzen der Gaußischen Fehlerfortpflanzung:

$$\frac{\Delta\sin^2\theta_w}{\sin^2\theta_w} = \frac{4\sin^2\theta_w - 1}{4\sin^2\theta_w} \cdot \frac{\Delta Q_w(p)}{Q_w(p)} \approx 0.09 \cdot \frac{\Delta Q_w(p)}{Q_w(p)} \quad (8)$$

bekommt man eine ungefähr zehnmal genauere relative Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels.

2.3 Der P2-Spektrometer

Der in Abbildung 1 dargestellte P2-Spektrometer besteht aus mehreren Komponenten. Einer Vakuumkammer, einem flüssigem Wasserstoff Target (LH_2), einem supraleitendem Solenoiden, einem Detektorsystem und einer Abschirmvorrichtung aus Blei, die die Detektoren vor Strahlung schützt. Das Detektorsystem besteht aus Teilchenspurdetektoren, die den Viererimpulsübertrag eines gestreuten Elektrons bestimmen und einem Ring aus Cherenkov-Detektoren, wo die paritätsverletzende Asymmetrie gemessen wird.

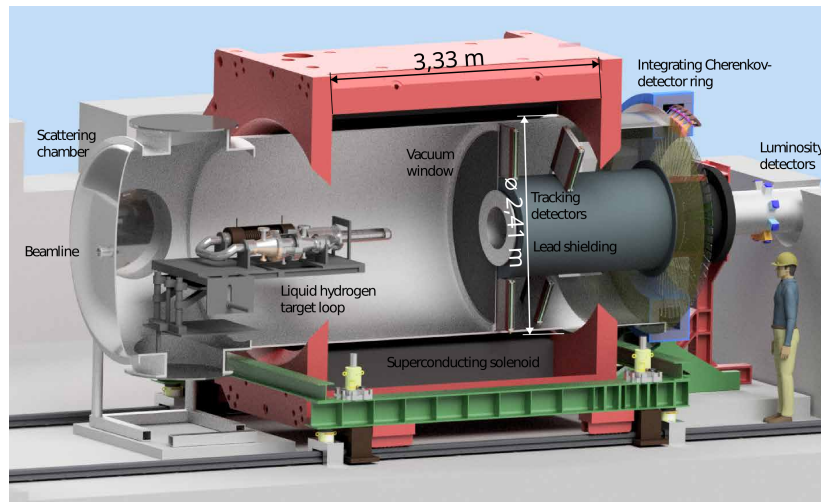


Abbildung 1: CAD Darstellung des experimentellen Aufbaus: In der Vakuumkammer kann der Elektronenstrahl entlang der Strahlachse auf ein flüssiges Wasserstoff-Target (LH_2) treffen. Der supraleitende Solenoid erzeugt ein Magnetfeld, das gestreuten Elektronen in das angeschlossene Detektorsystem lenkt. Das zu untersuchende zylindrische Volumen ist 3,33 m lang und hat einen Durchmesser von 2,41 m. Zusätzlich sollen auch die Randfelder analysiert werden [2].

Der Elektronenstrahl wird entlang der Strahlachse auf das flüssige Wasserstoff gerichtet. Bei der Kollision werden Elektronen gestreut. Ein Magnetfeld entlang der Strahlachse $B_z \approx 0.6 \text{ T}$ verändert die Flugbahn dieser gestreuten Elektronen. Um genaue Vorhersagen über die Flugbahnen der Elektronen mit Streuwinkel $\theta_f = 35^\circ$ treffen zu können muss das Magnetfeld genau bestimmt werden.

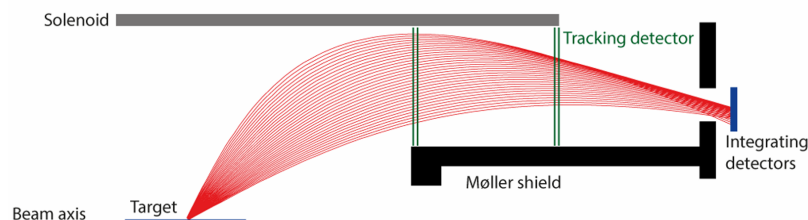


Abbildung 2: Schematische Darstellung der gestreuten Elektronen nach der Kollision mit dem LH_2 Target. Das Magnetfeld des supraleitenden Solenoiden verändert die Flugbahn dieser Elektronen, die durch das Teilchenspurdetektorsystem und schließlich zu den integrierten Cherenkov-Detektoren [2].

3 Aufbau

Die motorisierte Schiene von Rexroth bewegt, durch rotieren einer Spindel im Inneren des Gehäuses, eine Plattform linear. Auf der Plattform sind ein Reflektor und eine Hall-Sensor befestigt. Somit kann an einem Punkt die Position und das Magnetfeld gemessen werden. Mit einem Python-Programm fährt die Plattform und damit auch der Hall-Sensor mit dem Reflektor zu einer einstellbaren Position und fährt stückweise in eine Richtung. Bei den gemachten Messungen wurde eine Startposition rechts vom

Magneten gewählt und die Plattform in die linke Richtung geschickt, bis der ganze Magnet durchlaufen wurde. Der C-förmige Elektromagnet steht auf einer zweiten Schiene, die man manuell bewegen muss und kann somit mehrere Mess-Durchgänge mit unterschiedlichen Abständen vom Magnet zur Plattform machen. Auf dem Magneten steht ein zweiter Reflektor. Die dort gemessene Position soll als Ursprung dienen.

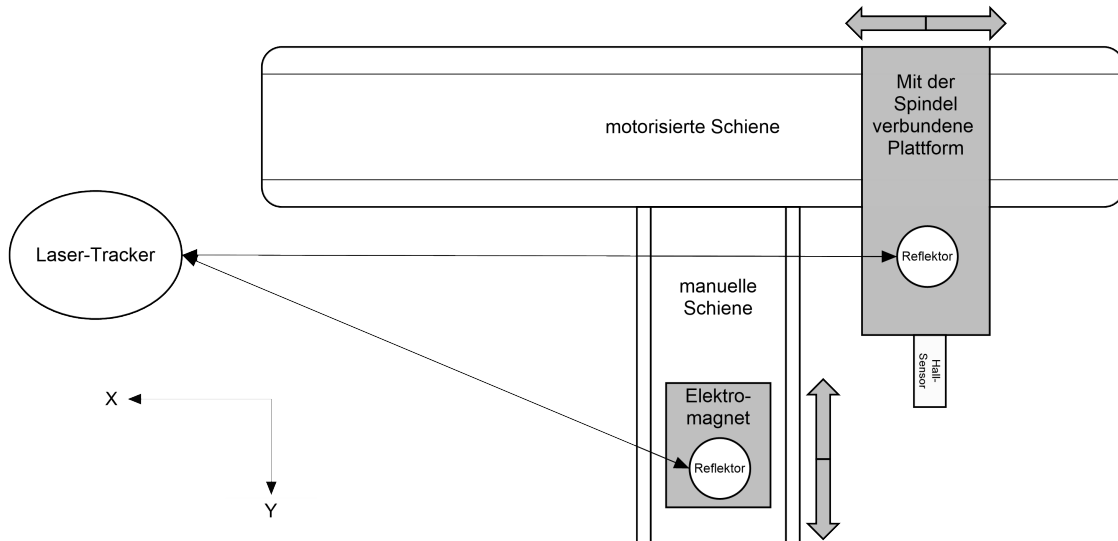


Abbildung 3: Vereinfachte Darstellung des Messaufbaus mit definiertem Koordinatensystem

3.1 Laser-Tracker

Der Absolute Tracker AT500 von Leica Geosystems, welches zu Hexagon gehört, benutzt ein absolutes Interferometer, das die Vorteile von Laserinterferometern und absoluten Distanzmessern kombiniert, um die tatsächlichen Position eines Winkelreflektors genau zu messen. Ein Laserinterferometer überlagert den ausgesendeten und reflektierten Laserstrahl, um die Phasenverschiebung der beiden Strahlen zu benutzen, um die Position eines Winkelreflektors zu bestimmen, während das Laser-Distanzmesser basierend auf der Laufzeit des Laserstrahl die Distanz zu einem Winkelreflektor misst. Die benutzen Winkelreflektoren sind Kugeln mit drei flache Spiegel im Inneren, die alle zu einander senkrecht stehen. Wie in Abbildung 4 gezeigt wird der Laser vom Laser-Tracker zurück zum Gerät reflektiert.

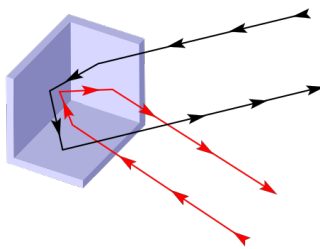


Abbildung 4: Die drei spiegelnden, senkrecht zueinanderstehenden Oberflächen lenken einfallende Wellen zur Quelle zurück [12].

Das Nest eines Reflektors ist magnetisch. Um eine magnetische Messung nicht zu beeinflussen wird ein Reflektor auf die Plattform geklebt, sodass er sich nicht bewegt, man ihn aber wieder entfernen kann. Der Reflektor auf dem Magneten wird mit einem Nest gemessen, während man den Ursprung bestimmt. Das Nest wird entfernt, wenn das Magnetfeld gemessen wird.

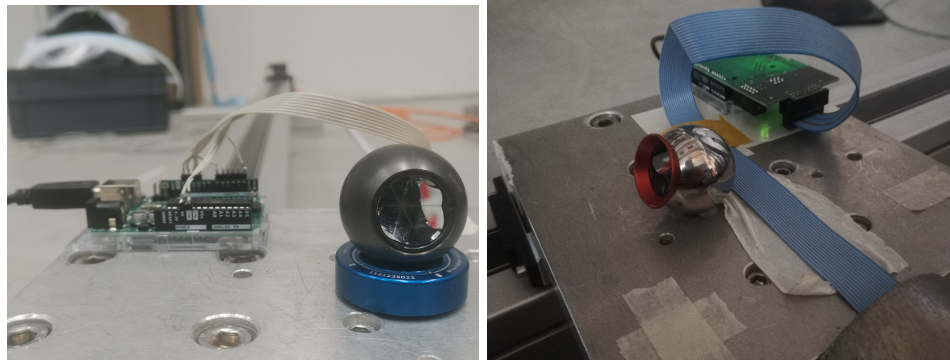


Abbildung 5: Links wurde der Winkelreflektor mittels magnetischem Nest auf der Plattform befestigt. Um die Messung weniger zu beeinflussen wird auf das Nest verzichtet und der Winkelreflektor auf die Plattform geklebt.

Das absolute Interferometer kombiniert die hohe Präzision des Laserinterferometers mit der schnellen Messung der absoluten Position der Laser-Distanzmessung und liefert Daten mit 100 Hz. Je weiter weg der Laser-Tracker aufgestellt wird, umso größer werden die systematischen Fehler. Die automatische Zielerfassung folgt dem Retro-Reflektor, der den Laserstrahl zurück zum Laser-Tracker reflektiert. Der AT500 hat eine Betriebstemperatur von -15 bis $+50$ °C und eine Reichweite von bis zu 160 Metern, die Automatische Zielerfassung allerdings nur 80 Meter [1].



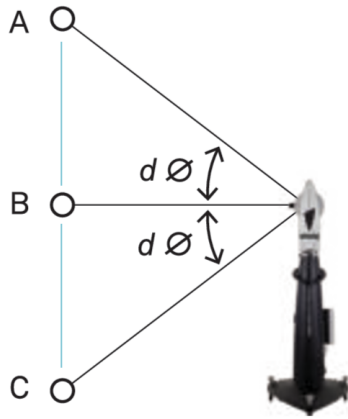
Abbildung 6: Laser-Tracker von der Seite mit Energie- und Verbindungsstatus. Der blaue Knopf bedeutet, dass der Laser-Tracker nicht mit einem Gerät verbunden ist und wird bei einer Verbindung grün. Dabei ist zu achten, dass sich während der Messung der Laser-Tracker und seine Stativ nicht bewegen.

Beim Aufstellen ist zu achten, dass sich der Laser-Tracker während einer Messung nicht bewegt. Eine Möglichkeit einer Bewegung ist ein falsch aufgestelltes Stativ. Die Beine müssen festgestellt sein und die Füße eben, sodass sich beim bedienen des Kopfes der Laser-Tracker nicht verstellt.

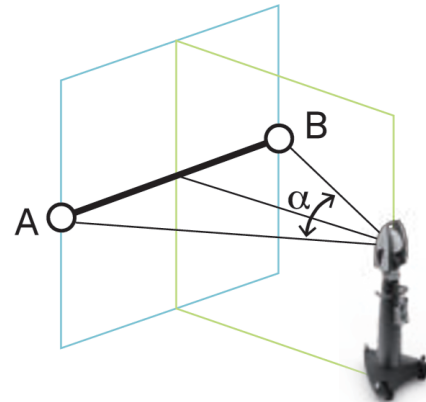


Abbildung 7: Ein Schlecht aufgestellter Stativ könnte möglicherweise den Laser-Tracker bewegen. Dies hätte zur Folge, dass die nächsten Daten mit einem anderem Koordinatensystem gemessen werden. Bei der Bestimmung der Winkel werden dementsprechend hohe Standardabweichungen auftreten.

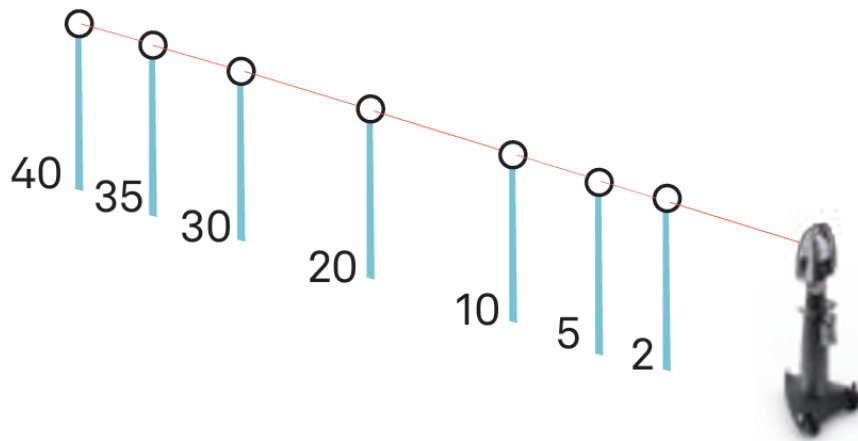
Die Produkte des Herstellers wurden bei Entfernungen von 5, 10 und 20 Metern geprüft, um die vertikalen und horizontalen Abweichungen zu ermitteln. Der Entfernungstest hingegen umfasste eine Vielzahl unterschiedlicher Distanzen.



(a) Zwei Lagentest: Ein Reflektor auf einer gewissen Höhe wird gemessen. Dann wird der Laser-Tracker 180° in ϕ - und θ -Richtung gedreht und der gleiche Reflektor noch einmal gemessen. Abweichung deutet auf vertikale Fehler des Gerätes hin.



(b) Längentest: Die Messung wird mit einem kalibriertem Maßstab verglichen, um die horizontalen Fehler zu untersuchen.



(c) Entfernungstest: Es wurden die Messungen eines stationären Reflektors mit den kalibrierten Entfernungen verglichen. Abweichungen deutet auf longitudinale Fehler hin.

Abbildung 8: Vom Hersteller durchgeführte Tests zur Bestimmung der Genauigkeit des Laser-Trackers. [1]

3.1.1 Systematische Fehler der Messungen mit dem Laser-Tracker

Im Datenblatt für den AT500 (Appendix C) werden die Ergebnisse der Tests gezeigt. Für den Distanz-Test würde ein konstanter systematische Fehler vom $\Delta x_{sys} = 7\mu m$ angegeben. Der systematische Fehler bei den anderen Tests wurde bei unterschiedlichen Distanzen angegeben. In Abbildung 9 wurden die Ergebnisse dargestellt und die Punkte linear gefittet.

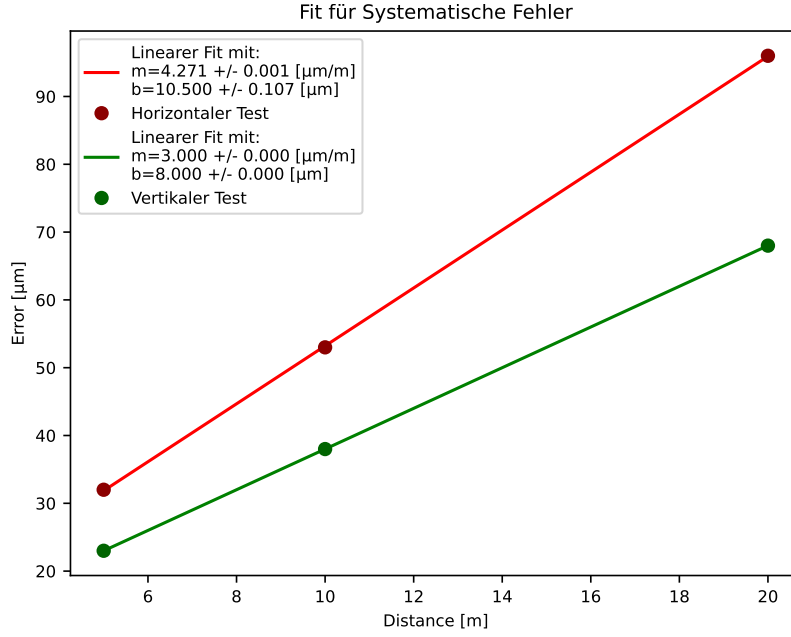


Abbildung 9: Die systematischen Fehler für die Distanzen 5, 10 und 20m wurden vom Hersteller bestimmt. Um die Fehler für andere Distanzen abzuschätzen wurden die Ergebnisse linear gefittet.

Betrachtet man die gemessenen Ortskoordinaten (x,y,z) in Kugelkoordinaten (ρ, θ, ϕ) [11] mit:

$$x = \rho \cdot \sin\theta \cdot \cos\phi \quad (9)$$

$$y = \rho \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi \quad (10)$$

$$z = \rho \cdot \cos\theta \quad (11)$$

dann können die systematischen Fehler durch Fehlerfortpflanzung bestimmt werden:

$$\Delta x_{yst}^2 = (\Delta\rho \cdot \sin\theta \cdot \cos\phi)^2 + (\Delta\theta \cdot \rho \cdot \cos\theta \cdot \cos\phi)^2 + (\Delta\phi \cdot \rho \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi)^2 \quad (12)$$

$$\Delta y_{yst}^2 = (\Delta\rho \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi)^2 + (\Delta\theta \cdot \rho \cdot \cos\theta \cdot \sin\phi)^2 + (\Delta\phi \cdot \rho \cdot \sin\theta \cdot \cos\phi)^2 \quad (13)$$

$$\Delta z_{yst}^2 = (\Delta\rho \cdot \cos\theta)^2 + (\Delta\theta \cdot \rho \cdot \sin\theta)^2 \quad (14)$$

mit

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (15)$$

$$\theta = \arccos(z/\rho) \quad (16)$$

$$\phi = \begin{cases} \arctan(y/x) & \text{wenn } x > 0, \\ \arctan(y/x) + \pi & \text{wenn } x < 0 \text{ und } y \geq 0, \\ \arctan(y/x) - \pi & \text{wenn } x < 0 \text{ und } y < 0, \\ \frac{\pi}{2} \cdot \text{sgn } y & \text{wenn } x = 0 \end{cases} \quad (17)$$

Der Wert $\Delta\rho = 7 \mu\text{m}$ wird aus dem Entfernungstest in Appendix C entnommen. Die Winkelabweichung $\Delta\phi$ ergibt sich aus dem horizontalen Längentest, während $\Delta\theta$ aus dem vertikalen zwei Lagentest abgeleitet wird. Die Winkelabweichungen werden mit einer Division der linearen werte und der Distanz x in Abbildung 9 berechnet. Vereinfacht ergeben sich die Winkelabweichungen zu:

$$\Delta\theta = \arctan(m_{\text{vertikal}}) = m_{\text{vertikal}} + \frac{b_{\text{vertikal}}}{x} \quad (18)$$

$$\Delta\phi = \arctan(m_{\text{horizontal}}) = m_{\text{horizontal}} + \frac{b_{\text{horizontal}}}{x} \quad (19)$$

3.2 Hall-Sensoren

Der dreidimensionale Hall-Sensor, MacVector MV2 von MPS Tech Switzerland misst mit Hilfe des Hall-Effekts ein Magnetfeld, indem Elektronen in einem Stromfluss durch Lorentzkraft verschoben werden und somit eine Spannung U_H erzeugen, welches proportional ist zum Magnetfeld. Im digitalen

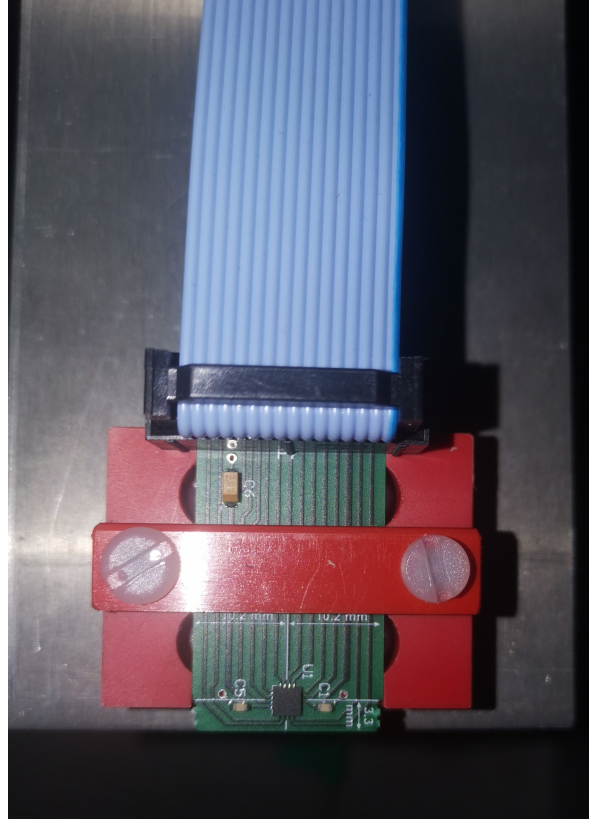


Abbildung 10: *MV2 mit freiliegender Kontaktfläche $1.7 \pm 0.1 \times 1.7 \pm 0.1 \text{ mm}$*

Modus kommuniziert der MV2 über ein SPI (Serial Peripheral Interface), welches mit einem Arduino-Board ausgelesen werden kann. Der Messbereich ist zwischen 100mT, 300mT, 1T und 3T einstellbar. Jedoch ändert sich die Sensitivität, mit der die ausgegebenen Daten in Magnetfelder umgerechnet werden können. Diese sind dem Datenblatt des Herstellers zu entnehmen. Im Arduino IDE können die Magnetfelder folgendermaßen berechnet werden mit:

$$B_i = \frac{data_i - 16bit/2}{S_i} - B_{0,i}, \text{ mit } i = x, y, z \quad (20)$$

wobei S_i für die Sensitivität, $data_i$ für den digitale Output und $B_{0,i}$ für den Offset der jeweiligen Komponente steht. Dabei ist zu achten, das die Auflösung 16bit halbiert werden muss, da Speicher für positive und negative Werte gebraucht wird. Die Sensitivität hat die Einheit LSB/mT, wobei LSB (least significant bit) der Unterschied an Speicher ist, um zwischen Werte zu unterscheiden. Der Offset wird mit einer Kalibrierung bestimmt. Somit kann der systematische Fehler durch Fehlerfortpflanzung berechnet werden.

$$\Delta B_{x,syst} = \sqrt{\left(\frac{3}{267}mT\right)^2 + \left((B_x + B_{0,x}) \cdot \frac{5}{267}\right)^2 + \Delta B_{0,x}^2} \quad (21)$$

$$\Delta B_{y,syst} = \sqrt{\left(\frac{3}{267}mT\right)^2 + \left((B_y + B_{0,y}) \cdot \frac{5}{267}\right)^2 + \Delta B_{0,y}^2} \quad (22)$$

$$\Delta B_{z; syst} = \sqrt{\left(\frac{2}{267} mT\right)^2 + \left((B_z + B_{0,z}) \cdot \frac{6}{289}\right)^2 + \Delta B_{0,z}^2} \quad (23)$$

Die Werte für das elektronische Rauschen, S_i und ΔS_i stammen aus dem Datenblatt (siehe Appendix D) und beziehen sich auf die jeweiligen Richtungen bei einer Messreichweite von 100 mT sowie einer Auflösung von 16 Bit. Der Offset wird in Kapitel 5.7.1 bestimmt. Die partielle Ableitung $\frac{\partial B_i}{\partial S_i}$ wurde dabei ersetzt durch:

$$\frac{\partial B_i}{\partial S_i} = -\left(\frac{data_i - 16bit/2}{S_i^2}\right) = -\left(\frac{(B_i + B_{0,i})}{S_i}\right) \quad (24)$$

Während via USB permanent Daten vom Arduino-Board zum Computer gesendet werden kann ein Python Script für ein einstellbares Zeitfenster auf diese Daten zugreifen und sie speichern, wobei manche Anfangsdaten fehlerhaft abgelesen werden. Dabei sorgt die Bibliothek pySerial [5] für serielle Kommunikation zwischen dem Python Script und dem Arduino-Board.

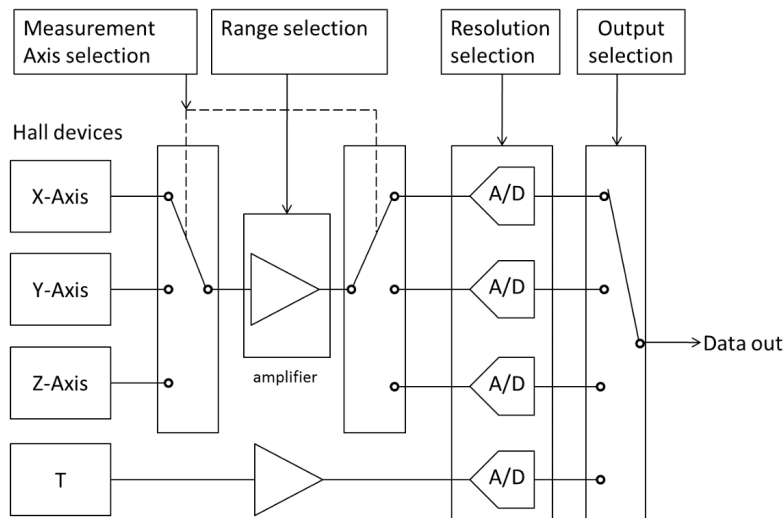


Abbildung 11: Blockschaltbild der Signalkonditionierung vom MV2 im digitalen Modus [6]

4 Messung

Es werden insgesamt vier Messungen vorgestellt. Als erstes wird die motorisierte Schiene untersucht. Da sie nur an beiden Enden aufliegt wird eine Biegung durch Eigengewicht erwartet. In einer zweiten Vermessung der motorisierten Schiene wird sie gestützt, um der Eigenbiegung entgegen zu wirken. Ziel wird es sein die Höhenunterschiede der Messpunkte zu reduzieren, da bei der dritten und vierten Messung das Magnetfeld eines Elektromagneten in einer Ebene gemessen werden soll. Dazu wird die zusätzliche Schiene senkrecht zur motorisierten Schiene den Magneten in eine Richtung bewegen. In der dritten Messung wird das Magnetfeld in einer Ebene untersucht, während dem Elektromagneten ein Strom von 5.340 ± 0.002 A zur Verfügung steht. In der letzten Messung wird die Stromzufuhr ausgeschaltet und das remanente Magnetfeld in einer Ebene untersucht.

4.1 Ablauf einer Messung

Aus den SDK [13] der Hersteller vom Laser-Tracker und der motorisierten Schiene wurde ein python-Script erstellt, welches automatisch an einen festgelegten Startpunkt fährt, die Ortskoordinaten und die magnetische Flussdichte an einem Punkt misst, extern in einer Text-Datei speichert und eine gewisse Distanz entlang der motorisierten Schiene weiter fährt, bis ein festgelegter Endpunkt überschritten wurde. Dabei werden vom Laser-Tracker neun Messungen mit angegebenen Fehlern getätigt. Als statistischer Fehler wird die Standardabweichung dieser Messungen genommen. Um den Startpunkt und den Endpunkt der Messung einer Linie zu bestimmen, kann die Schiene mittels IndraWorksDs manuell gefahren werden. Die Positionen werden von der Software in einem Winkel in Grad angegeben und müssen manuell in das Skript übernommen werden. Um ein Koordinatensystem im Schienensystem eindeutig definieren zu können, werden die Messpunkte auf der motorisierten Schiene parallel zur x-Achse definiert. Zur zusätzlichen Orientierung wird eine zweite Schiene senkrecht dazu gelegt. Die Punkte, die auf dieser Schiene gemessen wurden, werden zur Ausrichtung der y-Achse verwendet. Zur eindeutigen Definition eines Koordinatensystems innerhalb des Schienensystems werden die Messpunkte entlang der motorisierten Schiene in Richtung der x-Achse festgelegt. Zur räumlichen Orientierung wird eine zweite Schiene orthogonal zur ersten positioniert. Die Messpunkte auf dieser Schiene dienen der Bestimmung und Ausrichtung der y-Achse. Die dritte Achse ergibt sich implizit aus der rechtshändigen Orientierung des Systems.

4.2 Vermessen der motorisierten Schiene

Für die Vermessung wurde der Laser-Tracker an einem Ende der Schiene positioniert. Es ist dabei zu achten, dass das Stativ ordnungsgemäß positioniert ist. Eine fehlerhafte Positionierung der Füße des Stativs kann dazu führen, dass die erfassten Ortskoordinaten einem abweichenden Koordinatensystem zugeordnet werden. Die Plattform wurde in einem Abstand von etwa 35,5 cm zu den Enden der Schiene gefahren. Der Startpunkt der Messung wurde dabei auf -34000° und der Endpunkt auf $+20000^\circ$ festgelegt. Damit die ersten beiden Messungen verglichen werden können, müssen sie auf das selbe Koordinatensystem bezogen sein. Daher wird eine weitere Schiene senkrecht zur motorisierten Schiene gelegt, die als Orientierung dienen soll. Da bei der Vermessung des Magneten die x,y-Ebene betrachtet wird, ist es erforderlich, eine mögliche Biegung der Schiene zu minimieren.

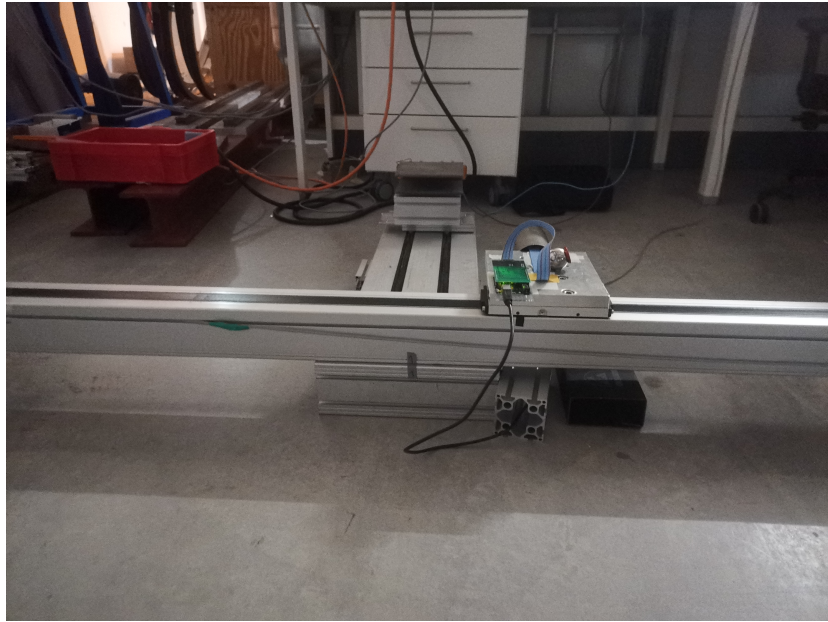


Abbildung 12: *Eine Stütze für die motorisierte Schiene. Rechts neben der manuellen Schiene ist eine am Boden haftende Stütze zu sehen, die mittels doppelseitigem Klebeband die Schiene fixiert. Die Stütze an der linken Seite wird von der Plattform verdeckt.*

Zu diesem Zweck wird zunächst eine Stütze mittig unter der Schiene positioniert. Sollte die Schiene dennoch eine deutliche Biegung aufweisen, liegt die Stütze möglicherweise nur einseitig an. In diesem Fall kann die Stütze verschoben werden (vgl. Abbildung 12).

4.3 Vermessung einer Ebene im Elektromagneten

Aufgrund der Datenauswertung, die zeigte, dass die manuelle Schiene zuvor nicht ausreichend fixiert war, wurde der Versuchsaufbau entsprechend modifiziert. In der dritten und vierten Messung liegt die Schiene direkt auf dem Boden und wird durch quaderförmige Stützen stabilisiert. Zwei benachbarte Seiten jeder Stütze sind mit doppelseitigem Klebeband versehen, wodurch sowohl eine feste Verbindung zum Boden als auch zur Schiene gewährleistet wird (vgl. Abbildung 12). Zunächst wird die Lage des Magneten auf der manuellen Schiene bestimmt. Dazu wird ein Winkelreflektor manuell mit einem magnetischen Nest auf dem Magneten befestigt (vgl. Abbildung 13). Ausstehende Schraubenköpfe dienen zur Orientierung. Nach der Messung wird der Winkelreflektor wieder entfernt. Für diese Position, die der Messreihe als Ursprung dienen wird, wird eine automatische Messung entlang der motorisierten Schienen gestartet. Für die dritte Messung wurde der Startpunkt -12700° und der Endpunkt -7900° so gewählt, dass der Hall-Sensor einmal durch die Öffnung des Magneten gefahren wird. Bei der vierten Messung wurde der gemessene Bereich erhöht, indem der Startpunkt auf -14000° und der Endpunkt auf -6600° geändert wurde. Hat die Plattform die Endposition erreicht, kann der Magnet bewegt werden, eine neue Position bestimmt und eine weitere Messreihe gestartet werden. Somit nimmt man in bestimmten Abständen verschiedene Messreihen auf, die zu einer Ebene approximiert werden.



Abbildung 13: Im gezeigten Aufbau befindet sich ein Elektromagnet mit magnetischem Nest auf einer manuellen Schiene in einer älteren Konfiguration. Mit diesem Aufbau wackelte die manuelle Schiene, weshalb der Aufbau wie in Abbildung 12 geändert wurde. Die Schiene weist ein Magnetfeld im Bereich von -370 bis $640 \mu\text{T}$ auf. Aufgrund dieser Magnetisierung wurden die ursprünglichen Stützen entfernt, die Schiene direkt auf dem Boden positioniert und mithilfe am Boden haftender Halterungen fixiert. Anschließend wurde der Elektromagnet mithilfe von Stützen erhöht (siehe Appendix ??). Diese Maßnahme führte gleichzeitig zu einer Stabilisierung der Schiene, wodurch die zuvor beobachteten Positionssprünge – wie in Abbildung 19 dargestellt – nicht mehr auftraten.

4.4 Magnetfeldmessung

Während der Vermessung des Schienensystems werden die vom Hall-Sensor erfassten Magnetfelddaten parallel innerhalb eines frei definierbaren Zeitfensters aufgezeichnet. Innerhalb eines Zeitraums von 4 Sekunden werden dabei etwa 170 Einzelmesswerte erfasst, wobei die ersten 30 ignoriert werden müssen, da die ersten Werte fehlerhaft sein können. Zur Bestimmung des Magnetfeldes an einem Messpunkt werden der Mittelwert $B_{i,MV2}$ sowie die zugehörige Standardabweichung $\Delta B_{i,MV2}$ verwendet.

Zur Bestimmung des Offsets des Hall-Sensors wird dieser zunächst in ein Rohr aus μ -Metall eingesetzt, wobei auf eine möglichst zentrale Positionierung geachtet wird. Die Abschirmung durch das μ -Metall dient dazu, externe Magnetfelder weitgehend auszublenden. Anschließend erfolgt eine stichprobenartige Messung an einem beliebigen Punkt, um eine erste grobe Kalibrierung des Sensors vorzunehmen. Im nächsten Schritt wird der Hall-Sensor im abgeschirmten Zustand entlang der motorisierten Schiene gefahren, um die Offset-Stabilität über die Bewegung hinweg zu überprüfen.

Um den magnetischen Hintergrund zu bestimmen wird der Hall-Sensor zusätzlich ohne μ -Metall entlang der motorisierten Schiene gefahren.

5 Auswertung

5.1 Transformation

Die Messwerte vom Laser-Tracker werden in einem Koordinatensystem erfasst, das nicht zum Schienensystem passt. Um die Eigenschaften der Schiene genau darzustellen zu können werden die Daten mit Hilfe der drei Drehmatrizen [10]:

$$R_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}, R_y(\beta) = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix}, R_z(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (25)$$

durch Matrixmultiplikation zu neuen Ortskoordinaten umgerechnet. Zur Bestimmung des Winkels γ werden die Projektionen der Messpunkte in der zu drehenden Ebene mittels linearer Regression mit `scipy.optimize.curve_fit` [9] ausgewertet. Da die typische Messunsicherheit des Laser-Trackers bei $\approx 10 \mu\text{m}$ liegt, werden sie beim der Analyse nicht berücksichtigt. Ein weiterer Grund ist, dass die Ebene direkt aus den gemessenen Punkten ermittelt wird. Die Fehler zu berücksichtigen würde zu einer Verzerrung der Winkelbestimmung führen. Die daraus folgender Steigung m kann dargestellt werden als:

$$m = \frac{\text{Ordinate}}{\text{Abszisse}} = \tan(i) \implies i = \arctan(m) \text{ mit } \Delta i = \frac{\Delta m}{1 + m^2} \text{ für } i = \gamma, \beta, \alpha \quad (26)$$

Die mathematischen Grundlagen zur Durchführung einer Rotation mit Fehlerrechnung sind im Appendix B angegeben, wobei die Gesamtfehler aus den systematischen und statistischen Fehlern bestimmt wird:

$$\Delta i = \sqrt{\Delta i_{\text{stat}}^2 + \Delta i_{\text{sys}}^2} \text{ für } i = x, y, z \quad (27)$$

Durch eine Rotation um alle Achsen lassen sich die Daten in ein Koordinatensystem überführen, das zu dem Schienensystem korrespondiert. Dabei ist zu achten, dass mit dieser Methode die Datenpunkte in die Achse gedreht werden, die beim der Berechnung der Steigung als Abszisse definiert wurde.

Im Rahmen einer Translation werden die als Ursprung definierten Ortskoordinaten von den Messwerten subtrahiert. Sie werden dabei wie folgt umgerechnet:

$$x = x' - x_0 \text{ mit } dx = \sqrt{dx'^2 + dx_0^2} \quad (28)$$

$$y = y' - y_0 \text{ mit } dy = \sqrt{dy'^2 + dy_0^2} \quad (29)$$

$$z = z' - z_0 \text{ mit } dz = \sqrt{dz'^2 + dz_0^2} \quad (30)$$

Dabei bezeichnen x' , y' und z' die ursprünglichen Ortskoordinaten vor der Transformation, während x_0 , y_0 und z_0 die Koordinaten des neu definierten Ursprungs darstellen. Die resultierenden Fehlergrößen dx , dy und dz ergeben sich aus den Gesamtfehler der Messwerten.

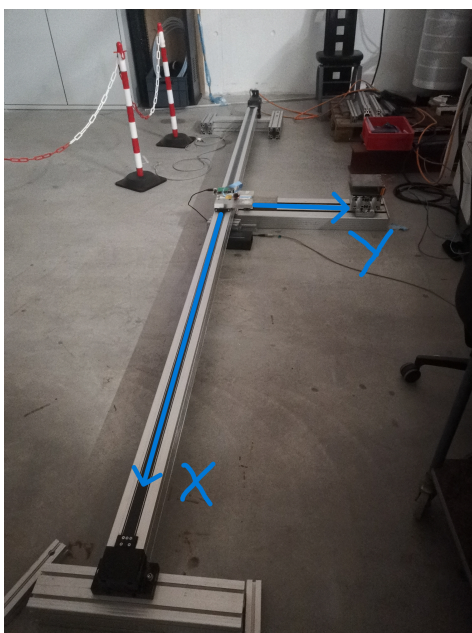


Abbildung 14: Ein Koordinatensystem soll bestimmt werden, indem die lange, motorisierte Schiene parallel zur x -Achse und die manuelle Schiene parallel zur y -Achse liegen soll, um Schieneneigenschaften genau beschreiben zu können. Die z -Achse ergibt sich aus der Rechte-Hand-Regel zeigt somit nach oben.

5.2 Analyse der motorisierten Schiene

In Abbildung 15 sind die Projektionen der Messwerte im Koordinatensystem des Laser-Trackers in der jeweiligen Ebenen dargestellt. Die Mittelwerte und Standardabweichung der Gesamtfehler sind an den Achsen angegeben. Der Verlauf der Fehlerwerte wird in Kapitel 5.4 analysiert und diskutiert.

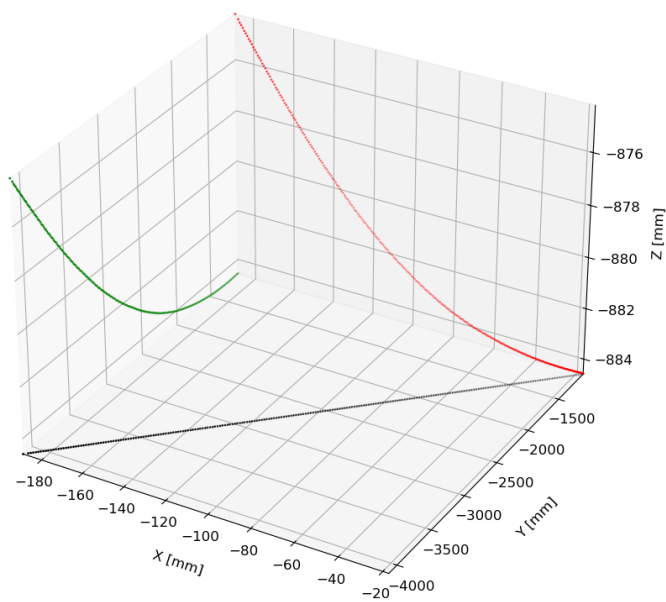


Abbildung 15: Projektionen der Messwerte in die jeweilige Ebene im Koordinatensystem des Laser-Trackers.

Wird die Projektion der Messdaten in der x,y -Ebene betrachtet und mittels `scipy.optimize.curve_fit` unter Verwendung der x -Achse als Abszisse gefittet, lässt sich nach 5.1 der Winkel $\gamma \approx 86,75^\circ$ mit einer Unsicherheit von $\Delta\gamma = (1,4 \cdot 10^{-7})^\circ$ bestimmen. Mit einer Rotation um den negativen Wert des Winkels werden die Daten mit Hilfe der Drehmatrix $R_z(-\gamma)$ entsprechend transformiert. Infolge dieser Rotation liegen die Punkte der motorisierten Schiene nun in der x,z -Ebene, wobei die y -Koordinate konstant bei $y = -44,26 \pm 0,03$ mm liegt.

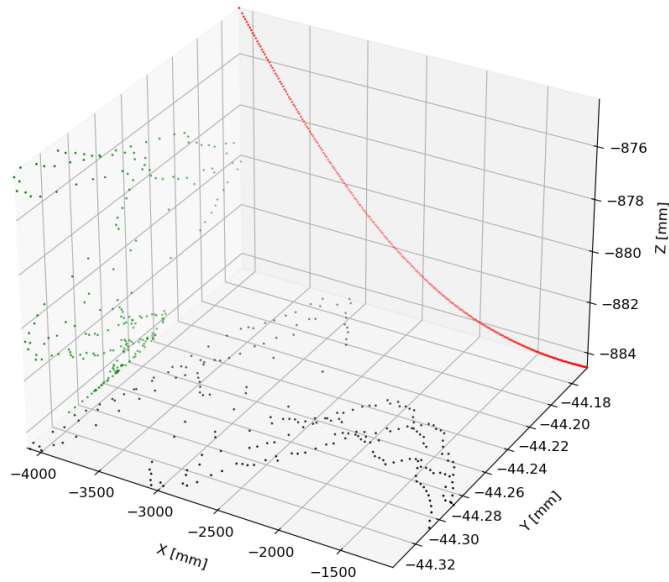


Abbildung 16: Die Projektionen der Messdaten nach Verwendung der Rotation um die z -Achse. Die Messwerte der y -Komponenten variieren nun um einen Mittelwert von $y = -44,26$ mm.

In analoger Weise wird bei Betrachtung der x,z -Ebene in Abbildung 16 ein Winkel $\beta \approx -0,19^\circ$ mit $\Delta\beta = (3 \cdot 10^{-7})^\circ$ bestimmt. Durch Anwendung der Drehmatrix $R_y(-\beta)$ erfolgt eine Rotation der Messdaten um die y -Achse, wodurch die Werte um die Mittelwerte $y = -44,26 \pm 0,03$ mm und $z = -890 \pm 1$ mm variieren (vgl. Abbildung 17).

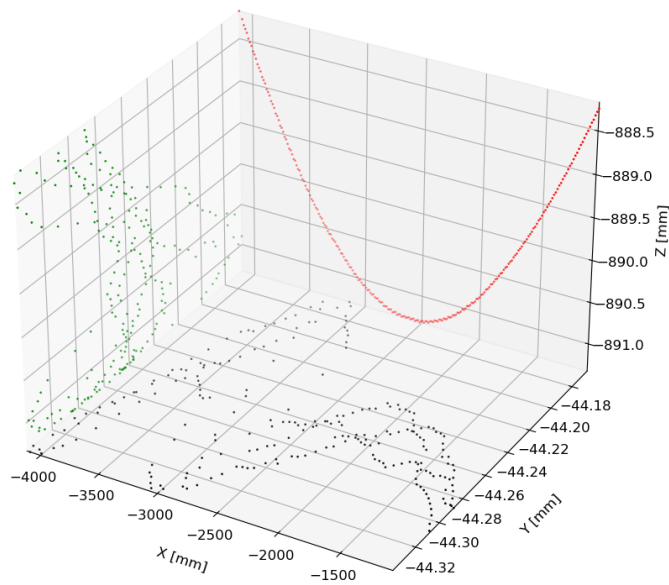


Abbildung 17: Die Projektionen der Messdaten nach Verwendung der Rotationen um die z- und y-Achse. Um eine Aussage über die Höhe der Biegung machen zu können, muss eine Rotation der x-Achse um den Winkel α gemacht werden.

Nach der Rotation der Messpunkte verlaufen diese nun parallel zur x-Achse. Die x,y-Ebene ist jedoch noch nicht vollständig mit dem Schienensystem ausgerichtet, da sie um den Winkel α verdreht ist. Zur Bestimmung von α werden die Messpunkte der zweiten Schiene aus Abbildung 18 zunächst um die Winkel $-\gamma$ und $-\beta$ transformiert. Danach wird aus der Steigung der Projektion der transformierten Ortskoordinaten in der y,z-Ebene (vgl. Abbildung 19) ein Rotationswinkel $\alpha \approx -0,298^\circ$ mit einer Unsicherheit von $\Delta\alpha = (7 \cdot 10^{-8})^\circ$ ermittelt.

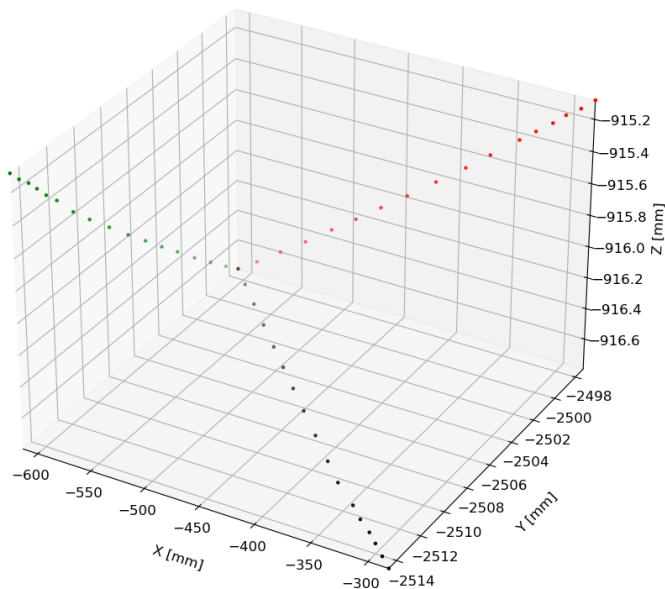


Abbildung 18: Projektionen der gemessenen Ortskoordinaten der zweiten Schiene, die orthogonal zur motorisierten Schiene gelegt wurde.

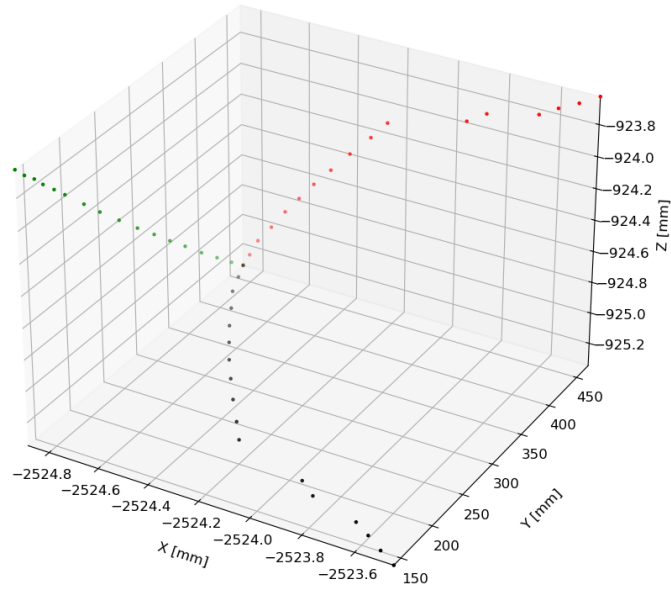


Abbildung 19: Mit $-\gamma$ und $-\beta$ gedrehten Ortskoordinaten der zweiten Schiene. Die Sprünge in den Daten bei $x \approx -2524,10$ mm und $x \approx -2523,80$ mm weisen darauf hin, dass die zweite Schiene am vorderen Ende nicht richtig fixiert wurde.

Anschließend erfolgt eine Rotation der Ortskoordinaten der motorisierten Schiene um die x-Achse mittels der Drehmatrix $R_x(-\alpha)$. Das Koordinatensystem ist nun so ausgerichtet, dass die Punkte der motorisierten Schiene entlang der x-Achse verlaufen, während die Punkte der manuellen Schiene in der x,y-Ebene liegen. Unter der Annahme, dass die manuelle Schiene exakt senkrecht zur motorisierten Schiene steht und keine Abweichungen aufweist, würden die Messpunkte idealerweise entlang der y-Achse verlaufen.

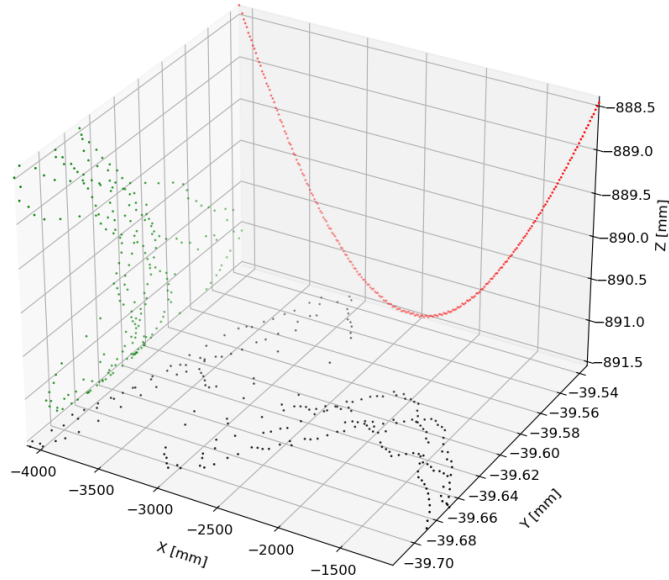


Abbildung 20: Nach der Durchführung aller nötigen Rotationen befinden sich die Messpunkte in einem Koordinatensystem, das gemäß Abbildung 14 ausgerichtet ist. Die in Rot dargestellte Projektion visualisiert die Biegung der motorisierten Schiene infolge ihres Eigengewichts. Über eine Länge von etwa 3 m ergibt sich eine maximale Biegung von etwa 3 mm.

Wendet man die Methode bei der zweiten Messung an, so werden neue Winkel berechnet. Die Messdaten und die Schritte zur jeweiligen Bestimmung der Winkel werden in Appendix E gezeigt. Somit kann man die Winkel und die Unsicherheit der beiden Messungen in Tabelle 3 vergleichen. Es ist zu erkennen, dass durch die Stütze der Winkel β um etwa eine Größenordnung genauer bestimmt werden konnte. Die Genauigkeit der anderen Winkel nimmt allerdings um mehr als eine Größenordnung ab. Die Verschlechterung der Genauigkeit von γ kann durch von der Stütze ausgehender Verschiebung in y-Richtung erklärt werden. Die y-Komponenten der Ortskoordinaten der ersten Messung in Abbildung 20 befinden sich in einem 0,19 mm großen Bereich. In der zweiten Messung vergrößert sich dieser Bereich auf 0,96 mm, während sich der Bereich der z-Komponenten von 3 mm auf 0,36 mm reduziert. Das bedeutet, dass die Stütze entgegen der Biegung die Schiene nach oben drückt und gleichzeitig in negativer y-Richtung verschiebt.

Werte in [°]	α	β	γ	$\Delta\alpha$	$\Delta\beta$	$\Delta\gamma$
Messung 1	-0,298	-0,194	86,75	$3 \cdot 10^{-8}$	$7 \cdot 10^{-8}$	$1,4 \cdot 10^{-7}$
Messung 2	-0,216	-0,224	85,93	$5 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-9}$	$4,8 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 1: Die Tabelle zeigt die berechneten Rotationswinkel sowie die zugehörigen Unsicherheiten für die erste und zweite Vermessung der motorisierten Schiene. Da die Unsicherheiten eine kleine Größenordnung besitzen, werden die Werte bei den Winkeln gerundet angegeben.

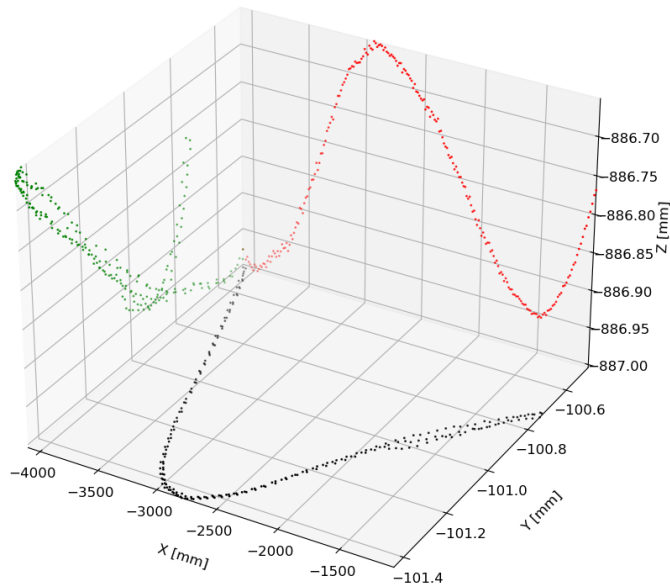


Abbildung 21: Ortskoordinaten der gestützten motorisierten Schiene in einem Koordinatensystem, das mit den Schienen übereinstimmt. Die Punkte befinden sich bei $z = -886,85 \pm 0,11$ mm in einem Bereich von $0,36$ mm. Es wird auch sichtbar, dass die Achse durch die Stütze in y -Richtung gebogen wird, da der y -Bereich mit $0,96$ mm größer ist, als ohne Stütze in Abbildung 20.

5.3 Vergleich der Ungenauigkeit des Laser-Trackers mit den statistischen Fehlern

Bei einer stationären Punktmessung misst der Laser-Tracker insgesamt neun Einzelmessungen. Bei der ersten Messung wurden 231 Punkte gemessen und bei der zweiten Messung 228. Das bedeutet, dass rund 2100 mal pro Messung eine Position bestimmt wurde. Man würde die Messzeit wesentlich verkürzen, sollte man den statistischen Fehler vom Laser-Tracker nehmen und ihn nicht mittels Standardabweichung berechnen. In den Abbildungen 22, 23 und 24 werden die Standardabweichungen der einzelnen Messungen mit dem Mittelwert vom Laser-Tracker angegebenen Genauigkeiten verglichen. Die Präzision des Laser-Tracker gibt die räumliche Unsicherheit einer stationären Punktmessung als RMS (Root Mean Square) an.

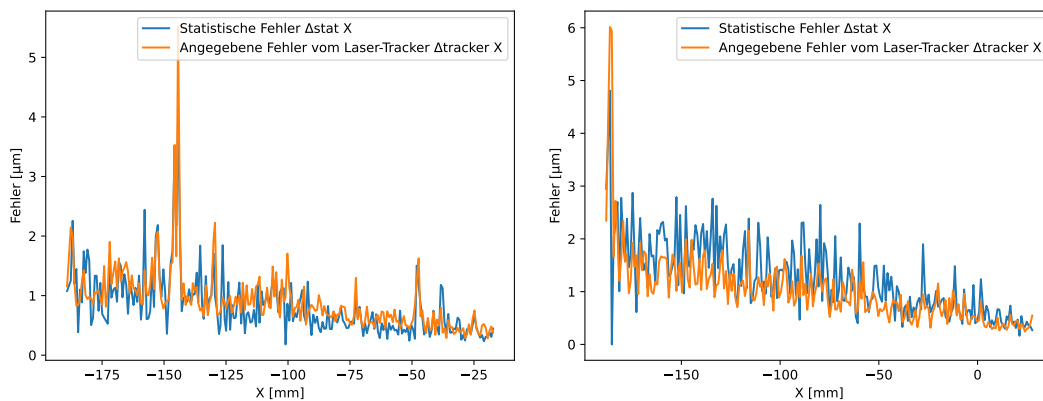


Abbildung 22: Der Verlauf der statistischen Fehler der x -Komponenten und Mittelwert der Fehler vom Laser-Tracker $\Delta x_{tracker}$ für beide Vermessungen der motorisierten Schiene.

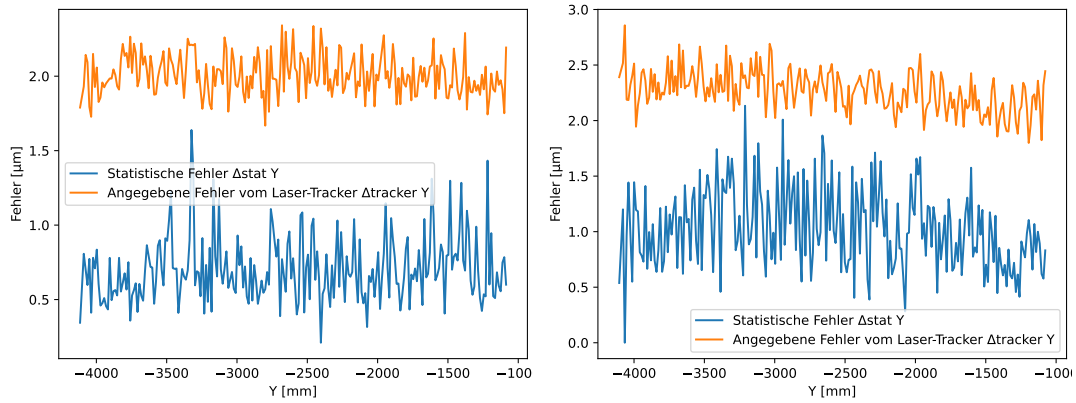


Abbildung 23: Der Verlauf der statistischen Fehler der y -Komponenten und Mittelwert der Fehler vom Laser-Tracker $\Delta x_{tracker}$ für beide Vermessungen der motorisierten Schiene.

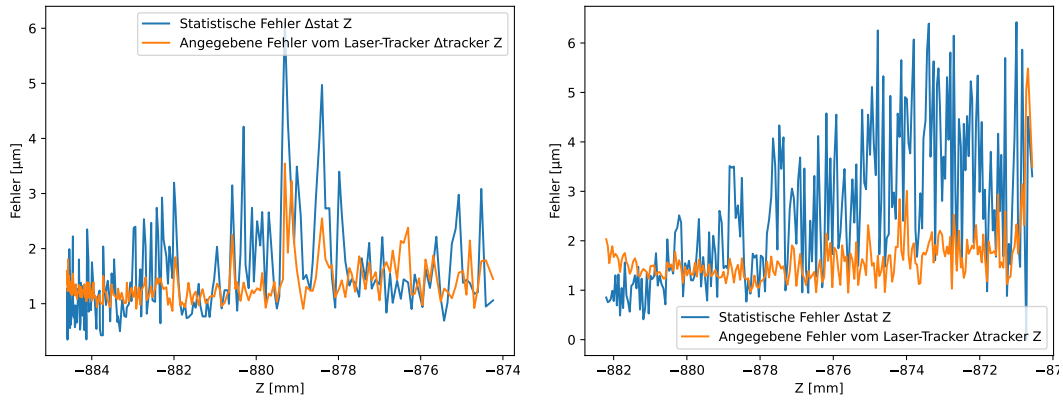


Abbildung 24: Der Verlauf der statistischen Fehler der z -Komponenten und Mittelwert der Fehler vom Laser-Tracker $\Delta x_{tracker}$ für beide Vermessungen der motorisierten Schiene.

5.4 Gesamtfehler des Laser-Tracker

Die statistischen Fehler, systematischen Fehler und Gesamtfehler vor der Durchführung der Rotationen werden in Abbildungen 25, 26 und 27 dargestellt. In der zweiten Messung zeigt sich bei allen Komponenten ein leichter Anstieg des statistischen Fehlers, der möglicherweise auf Temperaturschwankungen oder andere Umwelteinflüsse zurückzuführen ist. Außerdem zeigen sie deutlich, dass die systematischen Fehler gegenüber den statistischen Fehlern dominieren. Diese treten konsistent über die gesamte Messreihe hinweg auf und beeinflussen die Genauigkeit der Positionsbestimmung maßgeblich.

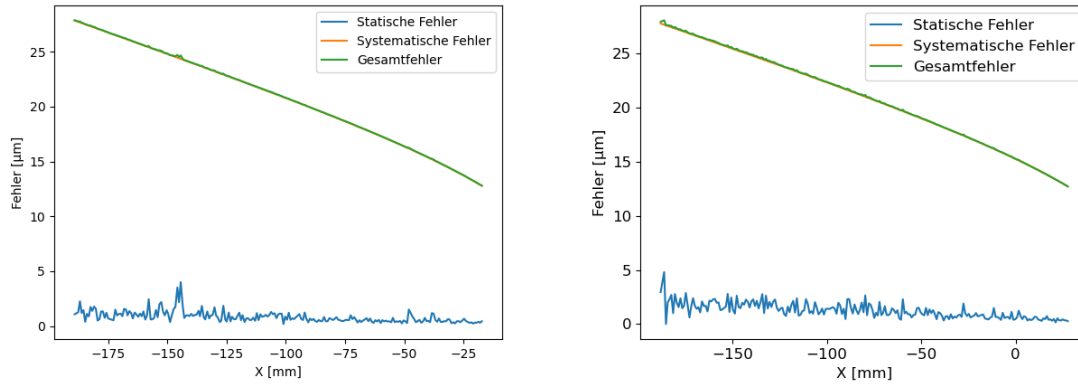


Abbildung 25: Auf der linken Seite sind die Fehler der x -Komponente der ersten Messung in Abhängigkeit von den x -Werten dargestellt, rechts entsprechend die der zweiten Messung. Obwohl die systematischen Fehler den Gesamtfehler dominieren, zeigen die statistischen Fehler in bestimmten Bereichen dennoch einen spürbaren Einfluss auf die Messergebnisse.

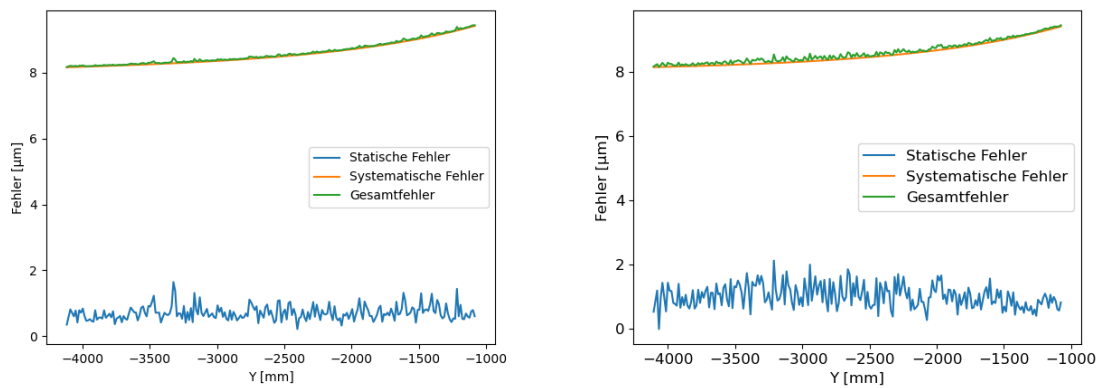


Abbildung 26: Auf der linken Seite sind die Fehler der y -Komponente der ersten Messung dargestellt, rechts die der zweiten.

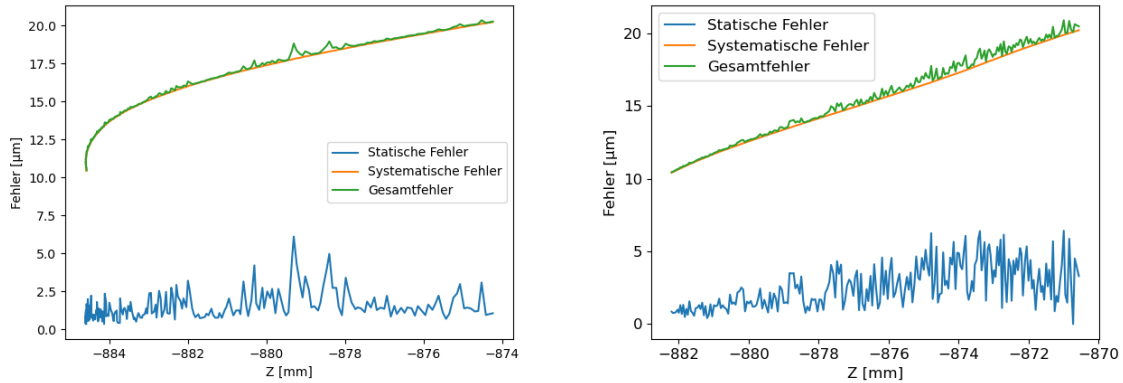


Abbildung 27: Die Fehler der dritten Komponente der Messdaten sind in den Diagrammen dargestellt – links für die erste Messung, rechts für die zweite. Der Verlauf der ersten Messung zeigt eine auffällige Krümmung, die auf eine Biegung der Schiene unter Eigengewicht zurückzuführen sein könnte. Diese führt zu einer Nichtlinearität, die sich insbesondere in den z-Komponenten der Messdaten bemerkbar macht.

Nach der Transformation unter Berücksichtigung der Winkel und deren Unsicherheiten gemäß Tabelle 3 wurden die neuen Gesamtfehler der Ortskoordinaten für das Koordinatensystem des Schienensystems der ersten und zweiten Messung berechnet. Die Berechnung erfolgte mithilfe der Gleichungen aus Appendix B, basierend auf den ursprünglichen Gesamtfehlern im Koordinatensystem der Laser-Tracker. Die resultierenden Fehlerverteilungen sind in den Abbildungen 28 und 29 dargestellt.

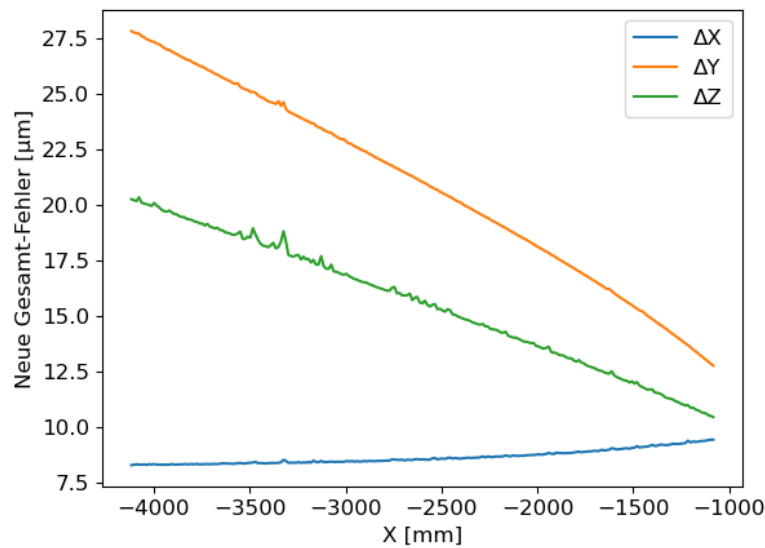


Abbildung 28: Die Gesamtfehler entlang der motorisierten Schiene.

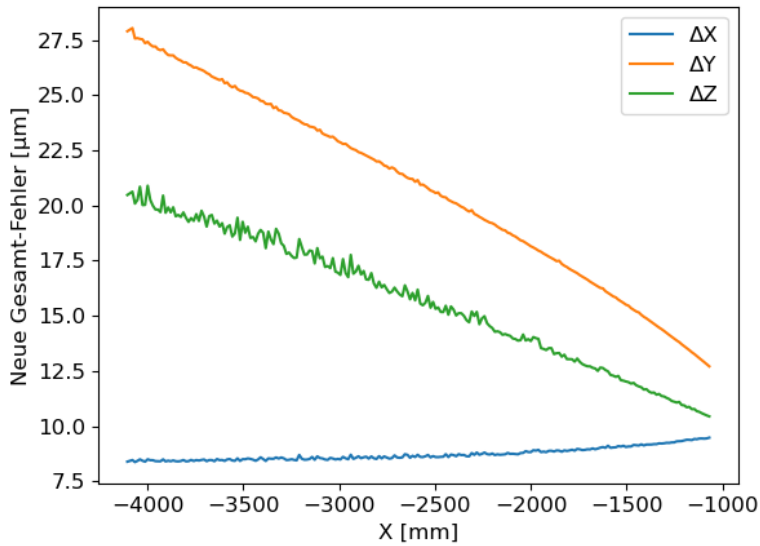


Abbildung 29: Die Gesamtfehler entlang der motorisierten Schiene mit Stütze

5.5 Bestimmung einer Ebene im Magneten für die dritte Messung

In diesem Schritt werden die Messpunkte relativ zu den Positionskordinaten der manuellen Schiene zugeordnet. Durch Anwendung einer Translation lassen sich daraus neue Fehlerwerte ermitteln (vgl. Kap. 5.1).

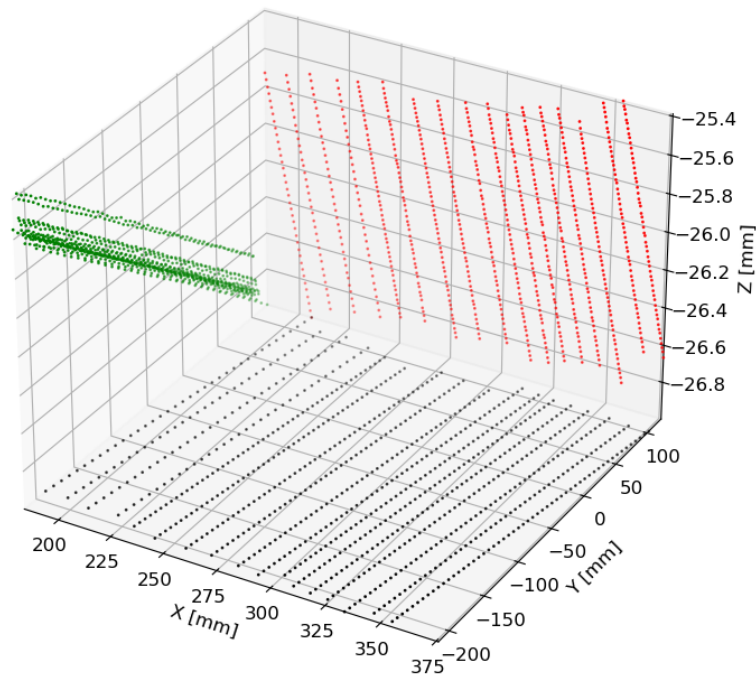


Abbildung 30: Darstellung des gemessenen Volumens im Magneten im Koordinatensystem des Laser-Trackers. Aufgrund der durchgeführten Translation der Messwerte zeigen sich erhöhte mittlere Fehlerwerte, wie entlang der Achsen im Plot ersichtlich ist. Diese Verschiebung beeinflusst die Genauigkeit der Positionsdaten und führt zu einer Vergrößerung der Gesamtfehler.

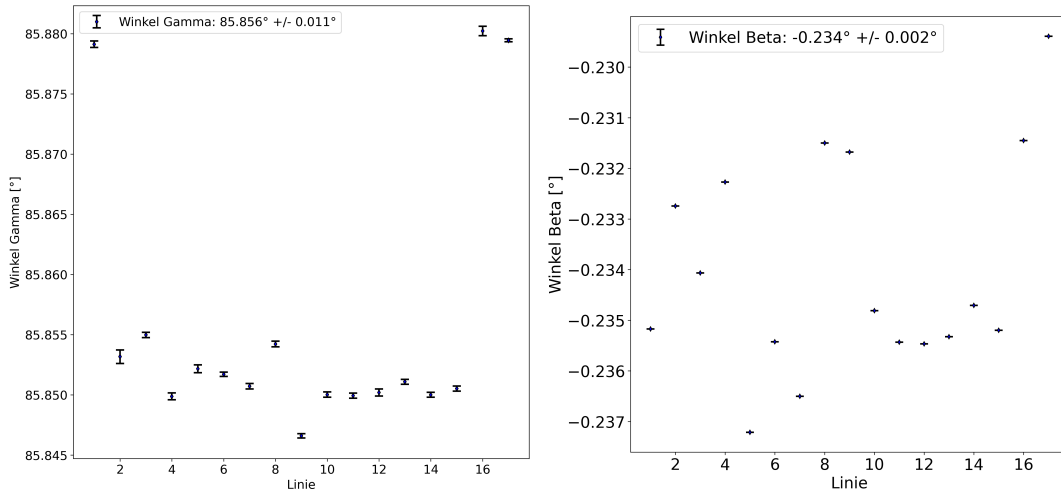


Abbildung 31: Dargestellt sind die Ergebnisse der Winkel γ und β jeder Messreihe, sowie die Mittelwerte und die Standardabweichungen.

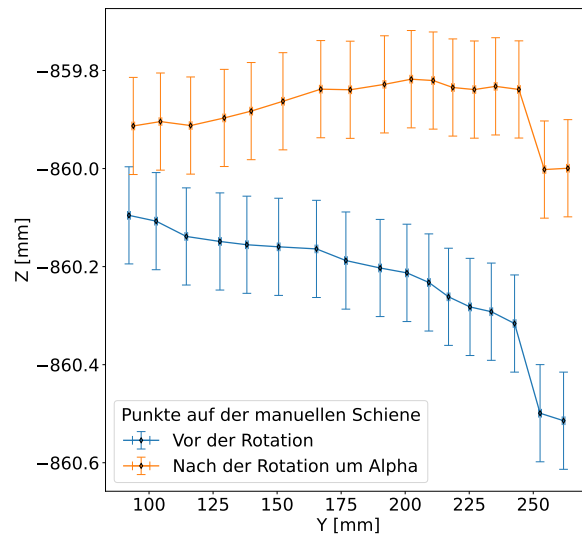


Abbildung 32: Der Winkel $\alpha \approx -0,112^\circ$ mit einer Ungenauigkeit von $\Delta\alpha = (4 \cdot 10^{-6})^\circ$ rotiert die y,z -Projektion der manuellen Schiene parallel zur y -Achse. Somit dreht man mit einer Rotation des Koordinatensystems mit α um die x -Achse die Ortskoordinaten in die x,y -Ebene des Schienensystems.

Die Winkel γ und β jeder Messreihe werden analog zur Vorgehensweise in Kapitel 5.2 berechnet und in Abbildung 31 visualisiert. Für die Rotationen werden die Mittelwerte und die Standardabweichung für die Winkel jeder Messreihe genommen. Bei der Auswertung der Winkel γ fällt auf, dass sich der Laser-Tracker während der ersten, 16. und 17. Messreihe offenbar in einem veränderten Zustand befand. Die dabei ermittelten Winkelwerte weichen deutlich von den übrigen Messreihen ab, zu einer erhöhte Unsicherheit der Winkel führt (vgl. Tabelle 4). Der Winkel α wird analog zur Vorgehensweise in Kapitel 5.2 berechnet und zur Rotation genutzt.

in [μm]	vor Rotationen	nach Rotationen
Δx	$30,9 \pm 0,3$	60 ± 9
Δy	$12,2 \pm 0,1$	36 ± 5
Δz	$23,1 \pm 0,4$	$23,4 \pm 0,5$

Tabelle 2: Vergleich der Mittelwerte der Fehler jeder Komponente der dritten Messung vor und nach den Rotationen.

In Abbildung 33 werden die Eigenschaften der Schienen sichtbar. In der x,y -Ebene sind in schwarz die jeweiligen Messreihen dargestellt. In der y,z -Ebene repräsentiert der Bereich in z -Richtung einer Messreihe die Schwankung der motorisierten Schiene, und die Schwankung der Messreihen in y -Richtung die Unebenheiten der manuellen schiene. Während sich die Höhenunterschiede der Reflektoren in jeder gemessenen Messreihe in einem $\approx 50 \mu\text{m}$ langem Bereich befinden, variieren die Punkte auf der manuellen Schiene in einem $\approx 200 \mu\text{m}$ großen Bereich.

Ursachen dafür sind das Abnehmen und Aufstellen des Nestes mit dem Winkelreflektor auf dem Magneten und eine Änderung der Höhe, je nach Bewegungsrichtung.

Das Volumen $328,1 \text{ mm} \times 171,1 \text{ mm} \times 0,2 \text{ mm}$ mit x von $-190,6 \text{ mm}$ bis $137,5 \text{ mm}$, y von $-367,6 \text{ mm}$ bis $-196,5 \text{ mm}$ und z von $-27,0 \text{ mm}$ bis $-26,8 \text{ mm}$, kann als Ebene approximiert werden. Die Fläche $328,1 \text{ mm} \times 171,1 \text{ mm}$ in $z = -26,90 \pm 0,05 \text{ mm}$ wird benutzt, um das Magnetfeld in der dritte Messung darzustellen.

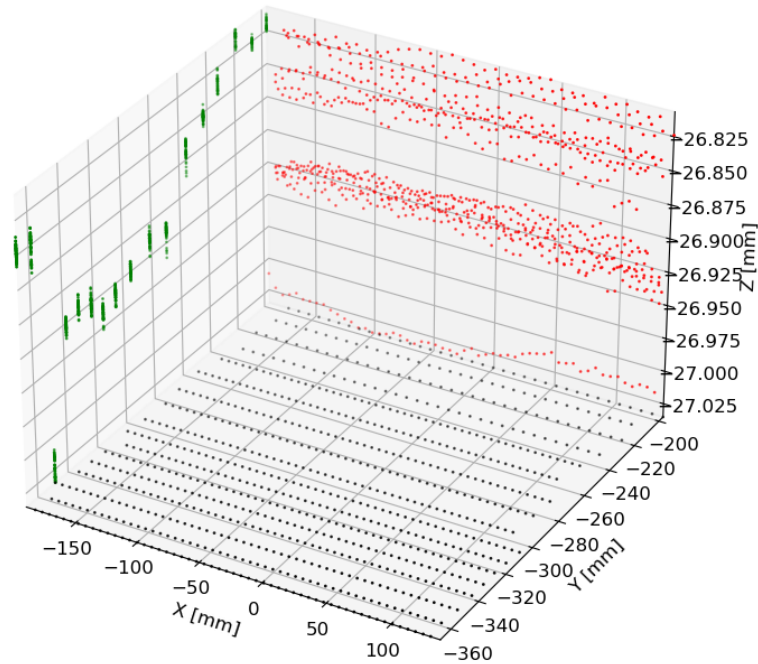


Abbildung 33: Nach den Rotationen um die z -, y -, und x -Achse sind die Ortskoordinaten in einem Koordinatensystem, das entlang der Schienen verläuft. Das Volumen wird als Fläche $328,1 \text{ mm} \times 171,1 \text{ mm}$ in $z = -26,90 \pm 0,05 \text{ mm}$ approximiert.

5.6 Bestimmung einer Ebene im Magneten für die vierte Messung

Analog zur Bestimmung einer Ebene in Kapitel 5.5 wurde aus den aufgenommenen Daten die Ebene in Abbildung 35 mit sehr hohen Fehlerwerten bestimmt. Nach der Bearbeitung wurde festgestellt, dass die drei Messreihen bei $y \approx -200 \text{ mm}$ bis -240 mm mit einem anderen Koordinatensystem aufgenommen wurde, als die restlichen. Demnach müssen diese separat behandelt werden.

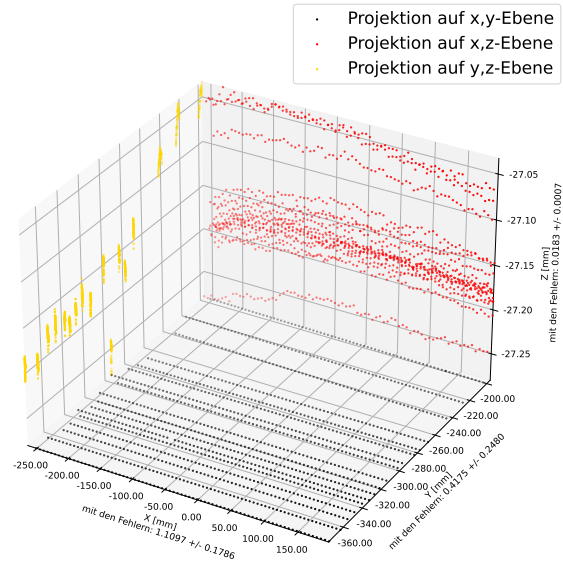


Abbildung 34: Die Abbildung zeigt das Ergebnis der Bestimmung einer Ebene im Magneten für die vierte Messreihe. Dabei ist zu erkennen, dass die Messlinien bei $y \approx -200$ mm bis -240 mm nicht parallel zur x -Achse verlaufen. Infolgedessen fallen die Fehlerwerte der x -Komponenten deutlich höher aus als bei der in Kapitel 5.5 bestimmten Ebene.

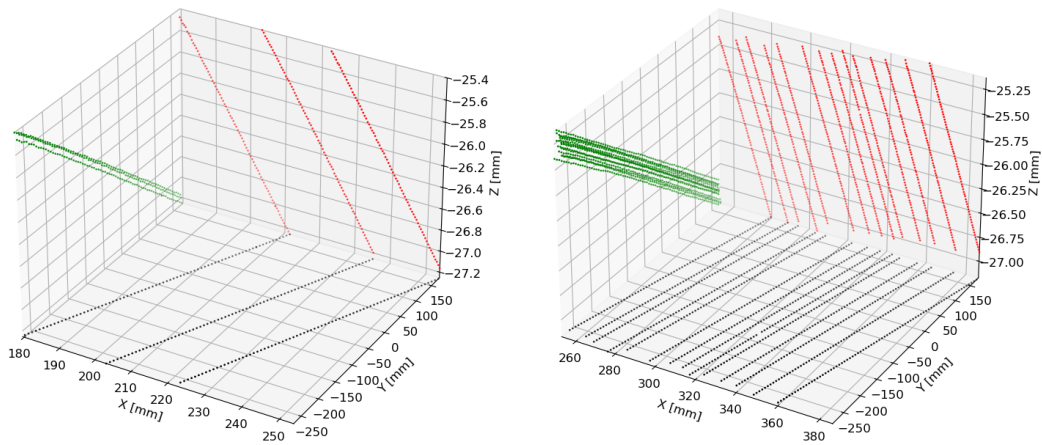


Abbildung 35: Da die ersten drei Messreihen in einem unterschiedlichen Koordinatensystem aufgenommen wurden, werden sie in getrennt untersucht.

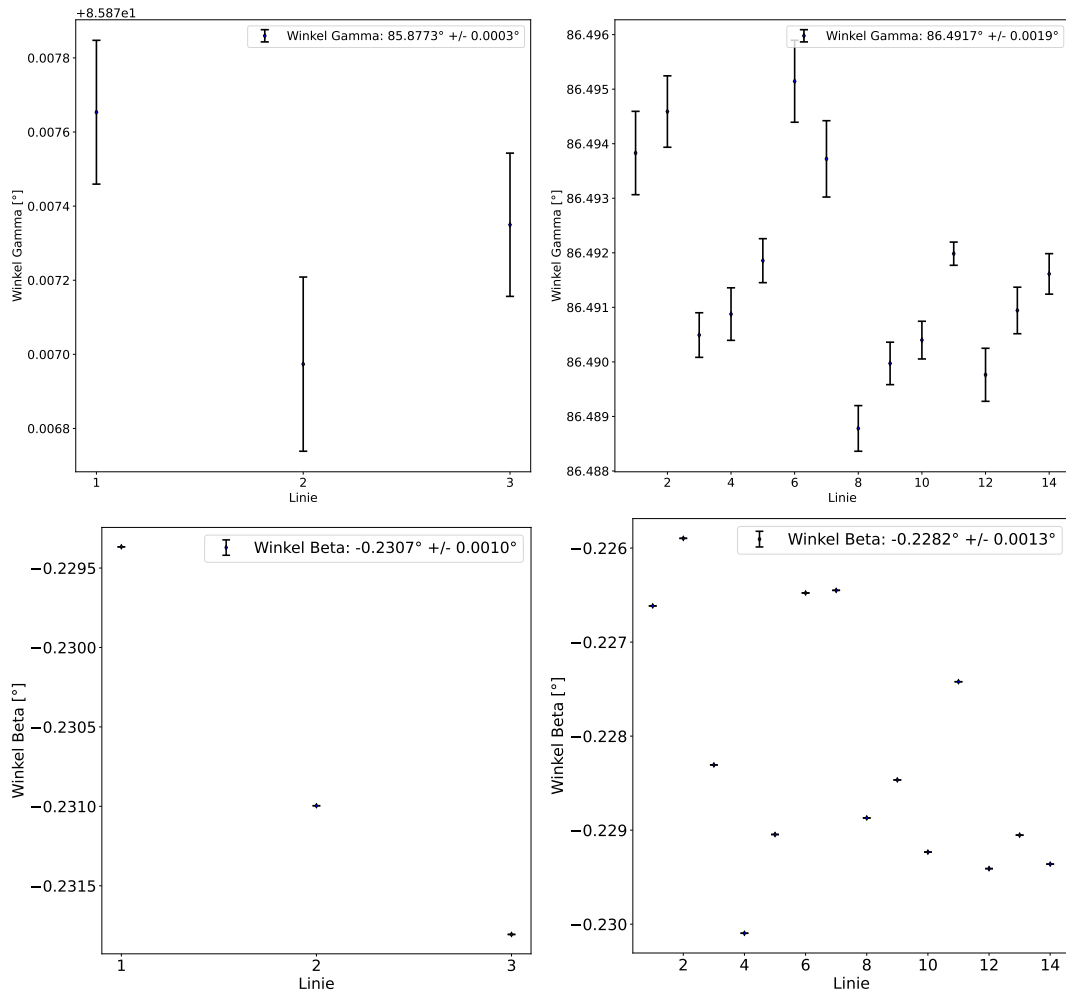


Abbildung 36: In der linken Darstellung sind die Winkel γ und β der ersten drei Messlinien abgebildet, während rechts die entsprechenden Winkelwerte der übrigen Linien visualisiert sind, wobei die Linie für die ausgewertete Messreihe steht.

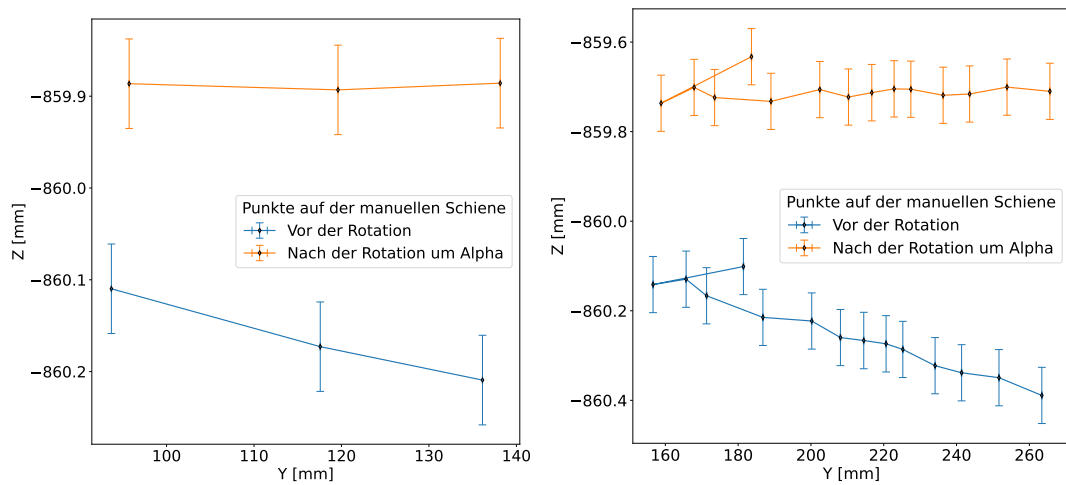


Abbildung 37: Die Winkel α werden für beide Systeme bestimmt, indem die Messpunkte nach einer entsprechenden Rotation entlang der y-Achse ausgerichtet werden. Die Zuordnung der Winkel erfolgt gemäß der zeitlichen Reihenfolge der jeweiligen Messdurchführung.

In der linken Abbildung 37 ist bei $y \approx 180$ mm deutlich zu erkennen, dass diese Messung nicht in Reihenfolge durchgeführt wurde. Im Zuge dessen änderte sich die Bewegungsrichtung der manuellen Schiene, was zu einem sichtbaren Höhenunterschied von etwa 0,1 mm führte. Ein vergleichbarer Höhenunterschied lässt sich auch beim Vergleich der mittleren Höhenwerte der ersten drei Messreihen in der rechten Abbildung mit denen der übrigen Messungen feststellen. Dies lässt darauf schließen, dass der Höhenunterschied in Abbildung 38 der Messreihen bei $y \approx -200$ mm bis -240 mm auf die Bewegungsrichtung der manuellen Schiene zurückzuführen ist.

Werte in [°]	α	β	γ	$\Delta\alpha$	$\Delta\beta$	$\Delta\gamma$
Messreihe 1-3	-0,135	-0231	85,877	0,0003	0,001	$2 \cdot 10^{-6}$
Messreihe 4-17	-0,147	-0,228	86,492	0,002	0,001	$3 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 3: Die Tabelle zeigt die berechneten Rotationswinkel sowie die zugehörigen Unsicherheiten für die Messreihen eins bis drei und vier bis 17.

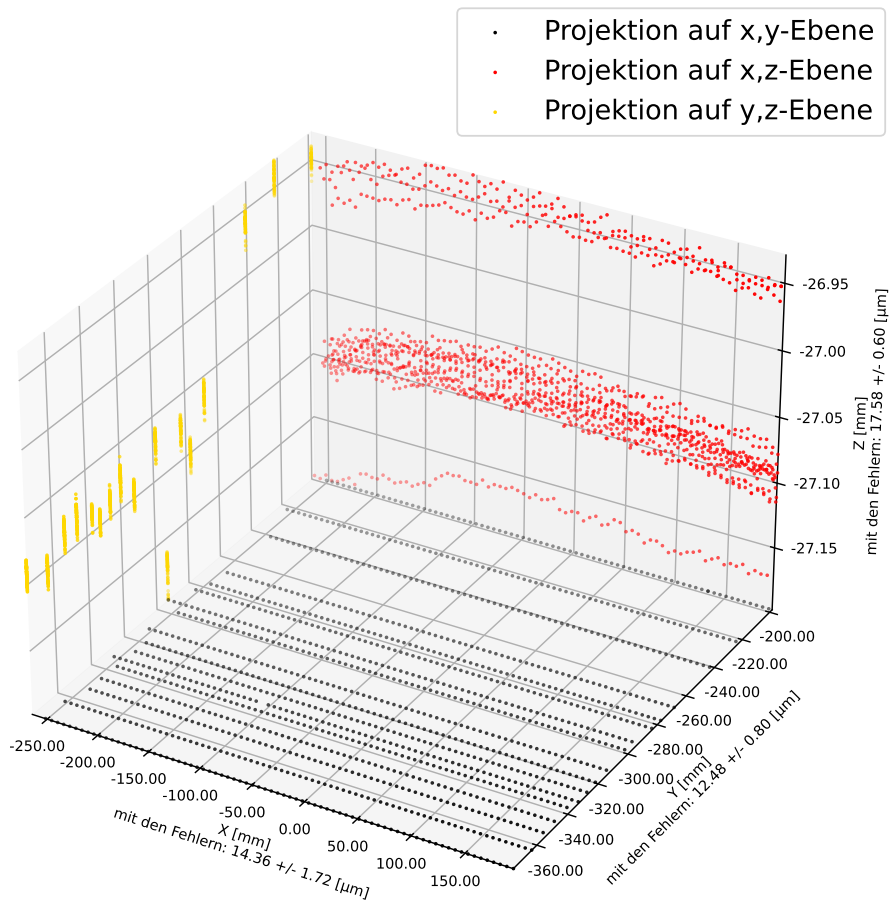


Abbildung 38: Nach den Rotationen werden die Ergebnisse in einem Koordinatensystem vereinigt.

in [μm]	vor Rotationen	nach Rotationen
Δx	$30,8 \pm 0,4$	$16,1 \pm 0,7$
	$30,9 \pm 0,05$	$12,32 \pm 0,05$
Δy	$12,2 \pm 0,1$	$31,1 \pm 0,6$
	$12,1 \pm 0,05$	$30,8 \pm 0,4$
Δz	$23,0 \pm 0,4$	$23,2 \pm 0,5$
	$23,0 \pm 0,3$	$23,2 \pm 0,4$

Tabelle 4: Vergleich der Mittelwerte von den Fehlern jeder Komponente für die Messreihen eins bis drei vor den Rotationen und die vereinigten Daten nach den Rotationen.

Das Volumen $459,0 \text{ mm} \times 176,8 \text{ mm} \times 0,3 \text{ mm}$ mit x von $-264,8 \text{ mm}$ bis $194,2 \text{ mm}$, y von $-375,0 \text{ mm}$ bis $-198,2 \text{ mm}$ und z von $-27,2 \text{ mm}$ bis $-26,9 \text{ mm}$, kann als Ebene $459,0 \text{ mm} \times 176,8 \text{ mm}$ in $z = -27,07 \pm 0,06 \text{ mm}$ approximiert und für die Darstellung des Magnetfeld in der vierten Messung benutzt werden.

5.7 Magnetfeldmessung mit dem MV2

5.7.1 Bestimmung des Offsets des Hall-Sensors

Um den Hall-Sensor zu kalibriert wird ein μ -Metall zur Abschirmung verwendet. Ein μ -Metall ist eine Nickel-Eisen-Legierung und hat ein hohen Permeabilitätsfaktor. Damit wird ein magnetischer Fluss, der auf die Abschirmung trifft größtenteils durch das Metall geleitet und vom Inneren abgelenkt. Wenn μ -Metall gebogen, verformt oder mechanisch bearbeitet wird, bricht die hohe Permeabilität drastisch ein, weshalb eine sorgsame Behandlung nötig ist.

Der Offset wurde zunächst mithilfe eines μ -Metalls an einem geeigneten Ort grob abgeschätzt, um eine erste Orientierung zu erhalten. Anschließend erfolgte eine präzisere Bestimmung durch die Messung entlang einer Linie. Der Offset ergibt sich als Mittelwert der Messdaten und der zugehörige Fehler sich aus der Standardabweichung.

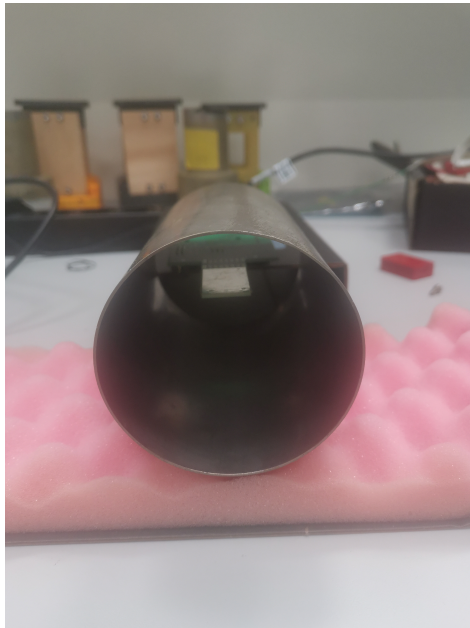


Abbildung 39: Grobe Messung des Offsets mit einem μ -Metall. Magnetische Flussdichten, die durch die Öffnungen des Rohres fließen, werden nicht abgeschirmt.

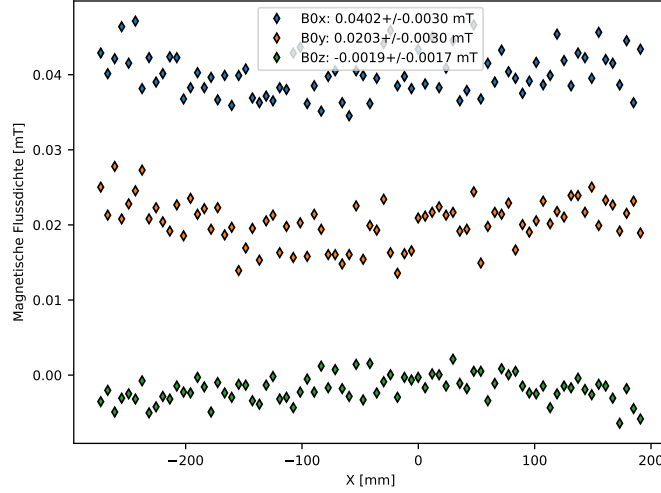


Abbildung 40: Die Messung mit dem Hall-Sensor im μ -Metall zur Bestimmung des Offset. Angegebenen wird zudem der Mittelwert, sowie Standardabweichungen der jeweiligen Komponente.

Mit den Werten der ersten Orientierung: $B_{x01} = -2,059mT$, $B_{y01} = 0,047mT$ und $B_{z01} = -0,1606mT$ und den Werten aus Abbildung 40 ergibt sich der Offset jeder Komponente:

$$B_{x0} = -2,019 \pm 0,003mT \quad (31)$$

$$B_{y0} = 0,067 \pm 0,003mT \quad (32)$$

$$B_{z0} = -0,1625 \pm 0,0017mT \quad (33)$$

Zur Berechnung des systematischen Fehlers wird Gleichung 36 benutzt und die Werte der Offsets ergänzt:

$$\Delta B_{x;sys}(x, y) = \sqrt{\left(\frac{3}{267} \text{ mT}\right)^2 + \left((B_{x,MV2}(x, y) - 2,019 \text{ mT}) \cdot \frac{5}{267}\right)^2 + (0,003 \text{ mT})^2} \quad (34)$$

$$\Delta B_{y;sys}(x, y) = \sqrt{\left(\frac{3}{267} \text{ mT}\right)^2 + \left((B_{y,MV2}(x, y) + 0,067 \text{ mT}) \cdot \frac{5}{267}\right)^2 + (0,003 \text{ mT})^2} \quad (35)$$

$$\Delta B_{z;sys}(x, y) = \sqrt{\left(\frac{2}{289} \text{ mT}\right)^2 + \left((B_{z,MV2}(x, y) - 0,1625 \text{ mT}) \cdot \frac{6}{289}\right)^2 + (0,0017 \text{ mT})^2} \quad (36)$$

5.7.2 Magnetischer Hintergrund

Mit einem digitalem Teslameter wurde die Umgebung auf Magnetfelder untersucht. Dabei wurde festgestellt, dass die stärksten Felder von der manuellen Schiene kommen, die Magnetfelder von sich gibt zwischen $-640 \mu T$ bis $640 \mu T$, während beim Boden maximale Beträge von $\approx 120 \mu T$. Diese Bereiche wurden bei den zweidimensionalen Messungen gemieden. In Abbildung 41 sind die Hintergrundfelder mit kalibriertem Hall-Sensor abgebildet. Die jeweiligen Hintergrundfelder werden mittels `scipy.interpolate.interp1d` [3] linear Interpoliert.

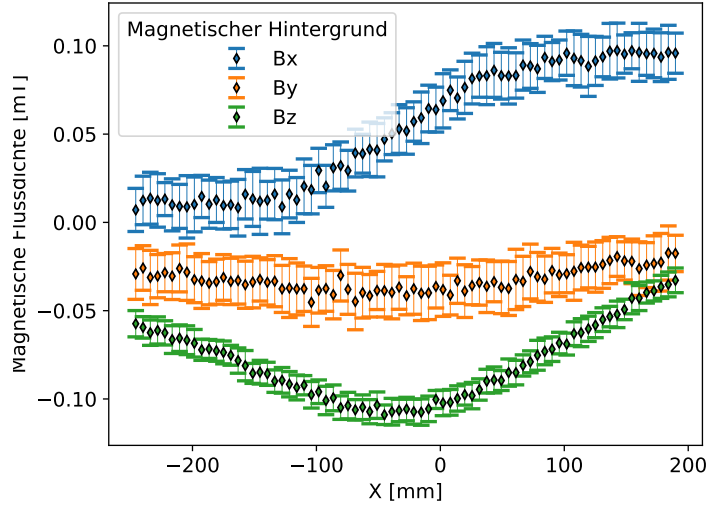


Abbildung 41: Der magnetischen Hintergrund mit Standardabweichungen um einen Mittelwert von $\Delta B_{x,H} = 0,0136 \pm 0,0018 \text{ mT}$, $\Delta B_{x,H} = 0,0136 \pm 0,0016 \text{ mT}$ und $\Delta B_{z,H} = 0,0068 \pm 0,0008 \text{ mT}$. Um die Fehler des magnetischen Hintergrundes abzuschätzen werden die Mittelwerte als konstante Fehler betrachtet.

5.7.3 Berechnen der magnetischen Felder

Da der Magnet selber eine abschirmende Wirkung hat, die mit Hilfe von Simulationen mit einem Transmissionsfaktor von 0,2 [4] abgeschätzt wurde, werden 20% von den Werten als Hintergrund-Korrektur benutzt. Aufgrund dem nicht linearen Verlauf werden die Werte interpoliert und 20% vom Mittelwert der Fehler als konstante Ungenauigkeit betrachtet. Die Werte der Magnetfelder werden für die Richtungen $i = x, y, z$ an einem Punkt (x, y) folgendermaßen berechnet:

$$B_i(x, y) = B_{i,MV2}(x, y) - B_{i,0} - 0,2 \cdot B_{i,Hintergrund}(x) \text{ mit} \quad (37)$$

$$\Delta B_i(x, y) = \sqrt{\Delta B_{i,stat}^2(x, y) + \Delta B_{i,syst}^2(x, y) + (0,2 \cdot \Delta \bar{B}_{i,Hintergrund})^2} \quad (38)$$

Die Messfehler aller gemessener Punkte werden in Appendix F dargestellt.

5.8 Vergleich der gemessenen Magnetfelder bei aktiver und inaktiver Stromversorgung

Mithilfe der RBF-Interpolation (Interpolation mit radialen Basisfunktionen) [8], einem mathematischen Verfahren zur Erzeugung einer glatten Funktion aus einer Menge von Datenpunkten, lassen sich die Magnetfeldwerte $B_i(x, y)$ in der gesamten Ebene aus den Kapiteln 5.5 und 5.6 bestimmen. Dabei gewährleistet die Methode, dass die berechnete Funktion an den gemessenen Ortskoordinaten exakt die entsprechenden Magnetfeldwerte annimmt. Für alle Interpolationen wurde die multiquadratische RBF verwendet. In den Konturplots der Abbildungen 42, 43 und 44 sind in rot die gemessenen Ortskoordinaten in den Konturplots eingezeichnet und die Mittelwerte, Standardabweichungen und Maximalwerte der Fehler angegeben. Die linken Darstellungen zeigen die Messergebnisse des Magnetfelds des stromdurchflossenen Magneten, während die rechten die remanente Magnetfeldverteilung nach Abschalten des Stroms abbilden. Der linke Rand des Magneten ist bei $x \approx -120 \text{ mm}$, der rechte Rand bei $x \approx -75 \text{ mm}$ und die Öffnung befindet sich bei $y \approx -320 \text{ mm}$ zwischen den Rändern. Da das Koordinatensystem mit dem des Hall-Sensors übereinstimmt können die Richtungen der Magnetfelder leicht interpretiert werden. Aufgrund der ungenauen Untersuchung der Abschirmung könnten Randwerte abweichen. Insbesondere Punkte außerhalb des Magneten, die möglicherweise nicht mehr von ihm abgeschirmt werden.

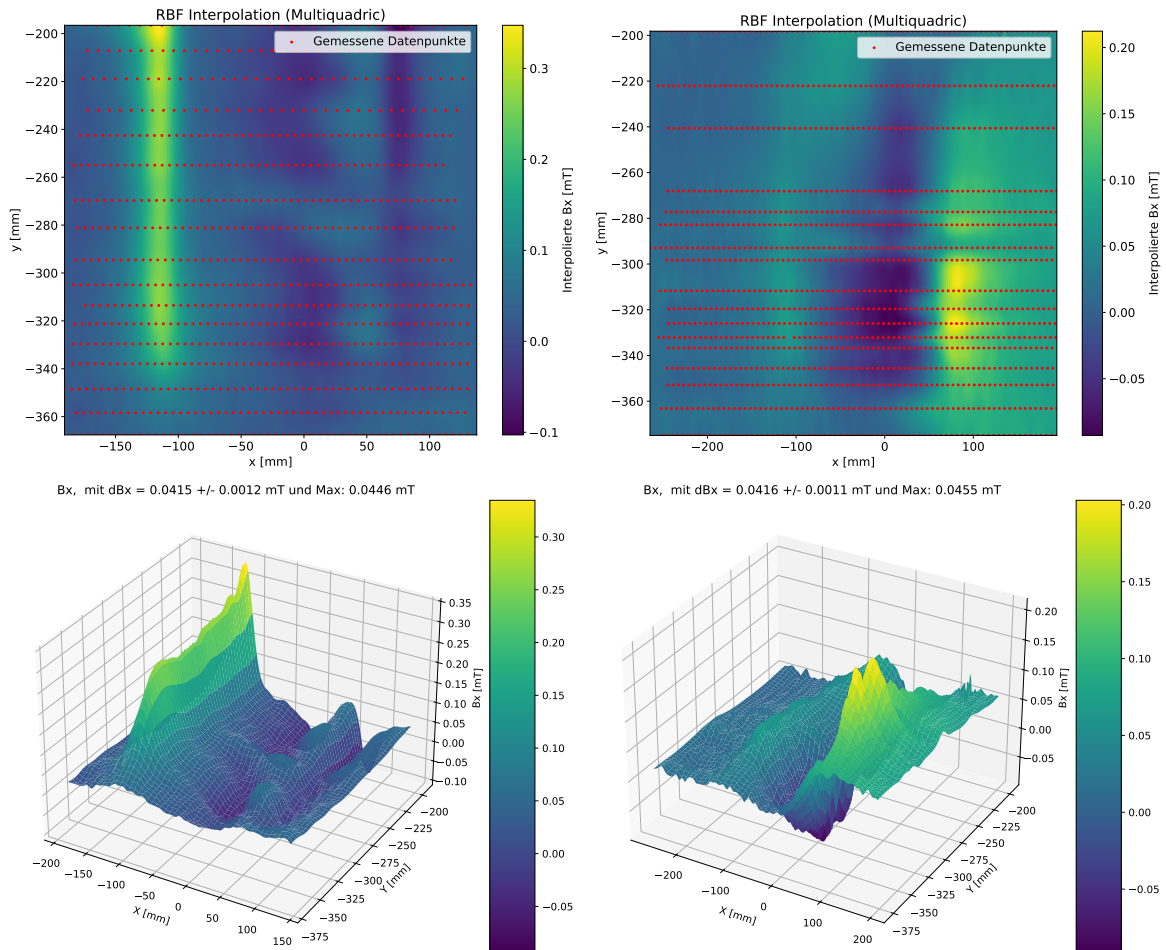


Abbildung 42: Abgebildet sind die Konturplots und dreidimensionale Darstellung von der x -Komponente des magnetischen Felds. Am rechten Rand bei $x \approx -120$ wurde bei einem Strom von $5,340 \text{ A}$ ein Magnetfeld von etwa $0,25 \pm 0,1 \text{ mT}$ erfasst, wobei das stärkste Feld mit $0,33 \text{ mT}$ nahe der Spule bei $y = -200 \text{ mm}$ gemessen wurde. Beim Ausschalten der Stromquelle verringert sich die Feldstärke stark an diesem Ort. Auf der rechten Seite des remanenten Magnetfelds könnten die Werte durch große Fehler von 0.04 mT verzerrt sein. Jedoch ist anzunehmen, dass das Magnetfeld in x -Richtung bei $x = 0 \text{ mm}$ im Bereich der Öffnung negativ und zu den Rändern hin positiv wird.

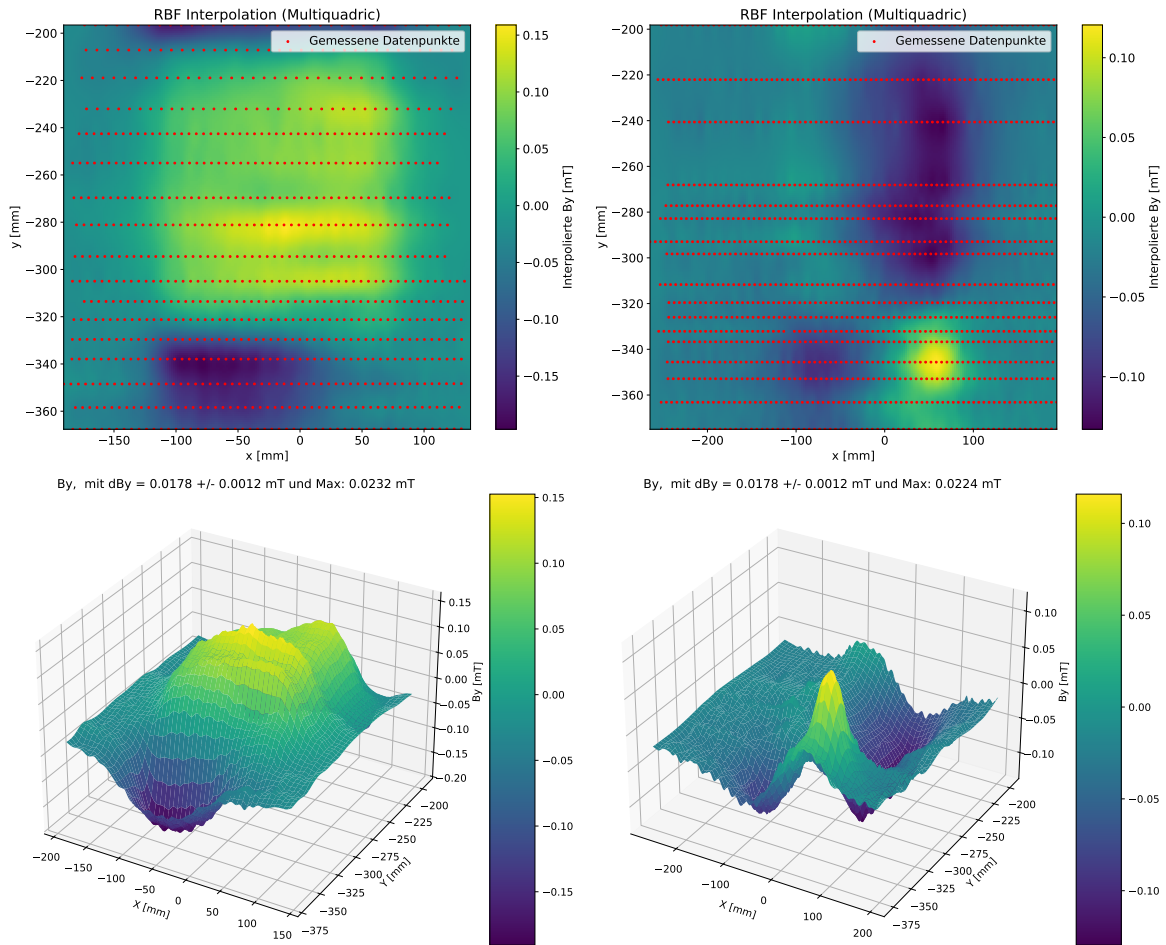


Abbildung 43: Die y -Komponenten ist im Inneren des mit Strom versorgten Elektromagneten in unmittelbaren Nähe der Spule bei $y \approx -200$ mm mit $\approx -0,15$ mT negativ, wird in Richtung der Öffnung bei $y = -320$ mm zwischen $0,08$ und $0,19$ mT positiv. Beim Verlassen des Magneten wurden auf der linken Seite der Öffnung bei $x = -120$ mm bis $x = 0$ mm negative Werte zwischen $-0,13$ und $-0,17$ mT gemessen. Mit dem Ausschalten der Stromzufuhr ändert sich das Magnetfeld. Im inneren sind die Magnetfelder auf der linken Seite positiv, während sie auf der rechten Seite negativ sind. Nach der Öffnung für $y > -320$ mm vertauschen sich die Vorzeichen. In Beiden Fällen wurden keine Magnetfelder am linken, oder rechten Rand gemessen.

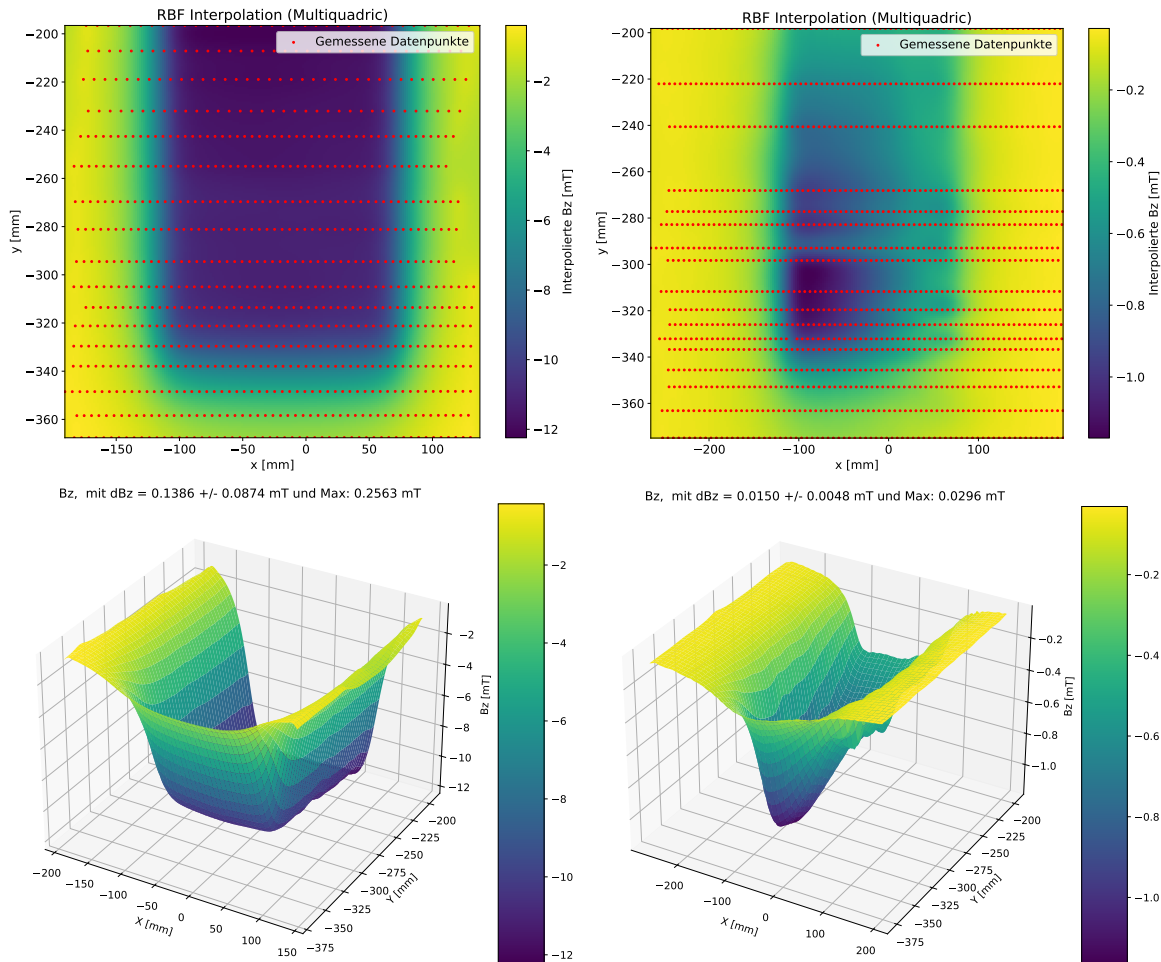


Abbildung 44: Die Ränder des Magneten sind für die Darstellung der z-Komponenten des Magnetfelds gut zu sehen. Bei der Messung mit einem Strom von 5,430 A wurde das stärkste Magnetfeld mit $-12,15$ mT in der Nähe der Spule bei $y \approx -200$ mm gemessen. Im Inneren sind die Magnetfelder bei gleicher y-Koordinate auf der linken Seite leicht stärker. In Richtung der Öffnung wird das Feld schwächer, bis es nach der Öffnung stark abschwächt. Das remanente Feld in den rechten Darstellungen ist etwa um ein Zehntel kleiner. Der Unterschied zwischen den beiden Magnetfeldern ist, dass das remanente Feld in Richtung der Öffnung größer wird bis zu einem Wert von $-1,17 \pm 0,03$ mT. Im Inneren ist das remanente Feld recht stärker als links.

6 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Bachelorarbeit wurden vier Messungen vorgestellt. Die Eigenschaften der motorisierten Schiene wurde untersucht, sowie das Magnetfeld eines Elektromagneten mit und ohne Stromzufuhr.

Die vom Hersteller angegebenen Genauigkeiten des Laser-Trackers wurden mit den gemessenen statistischen Fehlern verglichen. Die Fehler der x-Komponenten stimmen zwar überein, allerdings gibt es in den anderen Komponenten Abweichungen, was bedeutet, dass man bei einer präzisen Fehlerbestimmung die Standardabweichung aus mehreren Messwerten benutzen sollte.

Bei der Verwendung des Laser-Trackers sollte darauf geachtet werden, große Distanzen zwischen dem Gerät und den Messpunkten zu vermeiden. Da dominierenden, systematische Fehler mit zunehmender Entfernung wachsen, wäre eine Positionierung des Laser-Trackers mittig der Schiene, gegenüber einer seitlichen Aufstellung besser gewesen.

Mit genauer Bestimmungen des Koordinatensystem des Schienensystems erhöhen sich die Fehlerwerte nur sehr leicht. Werden Messreihen in anderen Koordinatensystemen aufgenommen, durch Veränderung der Positionierung des Laser-Trackers, können sich die Unsicherheiten der Positionen stark erhöhen. Deshalb müssen die Referenzpunkte zur Orientierung zuverlässig fixiert sein, da bereits geringe Ungenauigkeiten bei der Winkelbestimmung erhebliche Auswirkungen auf die Präzession haben können.

Für jeden Hall-Sensor ist eine individuelle Ermittlung des Offsets erforderlich. Beim Einsatz von μ -Metall ist zu beachten, dass das Rohr für eine Richtung offen ist. Außerdem werden externe Magnetfelder nicht vollständig abgeschirmt.

Aufgrund des hohen Offsets der x-Komponente des magnetischen Feldes sind die Gesamtfehler aufgrund des größeren systematischen Fehlers doppelt so groß wie die der y-Komponente, obwohl die gemessenen Magnetfeld-Werte nicht groß waren. Der MV2 hat in x- und y-Richtung im Durchschnitt doppelt so große statistische Fehler wie die z-Komponente.

Zur präziseren Darstellung des Magnetfelds wäre eine detaillierte Untersuchung des Transmissionsfaktors erforderlich. In der bisherigen Auswertung wurde dieser für sämtliche Komponenten mit einem konstanten Wert von 0,2 angesetzt. Tatsächlich nimmt der Transmissionsfaktor jedoch mit zunehmender Entfernung der Hall-Sonde vom Zentrum zu. Zudem erfolgt die magnetische Abschirmung nicht gleichmäßig in alle Richtungen, da der Magnet teilweise offen ist. Diese Richtungsabhängigkeit wurde nicht berücksichtigt.

Bei der Vermessung des Magnetfelds ergaben sich die Genauigkeiten der einzelnen Komponenten. Für die x-Komponente wurde eine Messunsicherheit von etwa 0,04 mT festgestellt. Die y-Komponente konnte mit einer höheren Genauigkeit von rund 0,02 mT erfasst werden. Die z-Komponente zeigte außerhalb des Magneten bei kleinen Feldstärken eine Fehlergrenze von etwa 0,01 mT. Bei stärkeren Magnetfeldern im Bereich von $B \approx -12$ mT wurde für die z-Komponente ein relativer Fehler von ca. 2% berechnet, während die relativen Fehler für kleine Magnetfelder wegen den statistischen Fehlern viel größer sind.

Zur genaueren Analyse des Magneten können Messungen auf mehreren Ebenen in unterschiedlichen Höhen durchgeführt werden, um den Einfluss von Höhenunterschieden auf das Magnetfeld zu erfassen. Aus zeitlichen Gründen könnte dies nicht getan werden.

Die maximale Feldstärke, die gemessen wurde liegt bei ≈ -12 mT. Aus zeitlichen Gründen konnte eine Magnetfeldmessung mit anderen Feldstärken nicht durchgeführt werden. Da bei der Vermessung des Solenoiden Magnetfelder in Höhe von $B \approx -600$ mT gemessen werden, könnte der Hall-Sensor für größere Magnetfelder getestet werden.

Literatur

- [1] Hexagon AB. *Absolute Tracker solutions*. 2023. URL: <https://hexagon.com/resources/resource-library/forms/leica-absolute-tracker-at500-en-r1125173>.
- [2] D. Becker, R. Bucoveanu, C. Grzesik u. a. “The P2 experiment”. In: *European Physical Journal A* 54 (2018), S. 208. DOI: [10.1140/epja/i2018-12611-6](https://doi.org/10.1140/epja/i2018-12611-6). URL: <https://doi.org/10.1140/epja/i2018-12611-6>.
- [3] The SciPy community. *scipy.interpolate.interp1d*. 2023. URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy-1.10.1/reference/generated/scipy.interpolate.interp1d.html>.
- [4] Pascal Klag. *Persönliche Korespondenz*. Geführt am 31. Juli in Mainz. 2025.
- [5] Chris Liechti. “PySerial Dokumentaion”. In: *PySerial* 17 (Aug 17, 2023). URL: <https://app.readthedocs.org/projects/pyserial/downloads/pdf/latest/>.
- [6] Metrolab. “MagVector MV2 3-Axis Magnetic Sensor”. In: *DataSheet Version 2.5* (june 2020).
- [7] Matthew D. Schwartz. *Quantum field theory and standard model*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2014.
- [8] Thomas Konstantinovsky. *Two-Dimensional Interpolation for Irregular Data with Radial Basis Functions (RBFs)*. Oct 20, 2024. URL: <https://medium.com/pythoneers/two-dimensional-interpolation-for-irregular-data-with-radial-basis-functions-rbfs-e23d5267ce4d>.
- [9] Pauli Virtanen, Ralf Gommers, Travis E. Oliphant u. a. “SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python”. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: [10.1038/s41592-019-0686-2](https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2). URL: <https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2>.
- [10] Eric W. Weisstein. “Rotation Matrix”. In: *Wolfram Mathworld* (2025). URL: <https://mathworld.wolfram.com/RotationMatrix.html>.
- [11] Wikipedia contributors. *Kugelkoordinaten*. 11. April 2025. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Kugelkoordinaten#Umrechnungen>.
- [12] Wikipedia contributors. *Retroreflektor*. 21. November 2024. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Retroreflektor#Retroreflexionselemente>.
- [13] Wikipedia contributors. *Software Development Kit*. 16. September 2024. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Software_Development_Kit.

A Nutzung KI-Tools

KI-Tool	Genutzt für	Warum	Wann bzw. Wo
Copilot/Smart (GPT 5)	Neuformulierung meiner Textentwürfe	bessere Lesbarkeit	über die gesamte Arbeit hinweg

B Fehlerrechnung Drehmatrizen

Für eine Rotation um die z-Achse gilt:

$$x' = x \cdot \cos(\gamma) + y \cdot \sin(\gamma) \quad (39)$$

$$y' = y \cdot \cos(\gamma) - x \cdot \sin(\gamma) \quad (40)$$

und die Fehler werden mit einer Fehlerfortpflanzung berechnet zu:

$$\Delta x' = \sqrt{(\Delta x \cdot \cos(\gamma))^2 + (\Delta y \cdot \sin(\gamma))^2 + [\Delta \gamma \cdot (-x \cdot \sin(\gamma) + y \cdot \cos(\gamma))]^2} \quad (41)$$

$$\Delta y' = \sqrt{(\Delta y \cdot \cos(\gamma))^2 + (\Delta x \cdot \sin(\gamma))^2 + [\Delta \gamma \cdot (-y \cdot \sin(\gamma) - x \cdot \cos(\gamma))]^2} \quad (42)$$

Bei einer y-Rotation bleiben die y-Daten unverändert und

$$x' = x \cdot \cos(\beta) + z \cdot \sin(\beta) \quad (43)$$

$$z' = z \cdot \cos(\beta) - x \cdot \sin(\beta) \quad (44)$$

Mit den Fehler ausgerechnet durch Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta x' = \sqrt{(\Delta x \cdot \cos(\beta))^2 + (\Delta z \cdot \sin(\beta))^2 + [\Delta \beta \cdot (-x \cdot \sin(\beta) + z \cdot \cos(\beta))]^2} \quad (45)$$

$$\Delta z' = \sqrt{(\Delta z \cdot \cos(\beta))^2 + (\Delta x \cdot \sin(\beta))^2 + [\Delta \beta \cdot (-z \cdot \sin(\beta) - x \cdot \cos(\beta))]^2} \quad (46)$$

Bei einer x-Rotation bleiben die x-Daten unverändert und

$$y' = y \cdot \cos(\beta) + z \cdot \sin(\beta) \quad (47)$$

$$z' = z \cdot \cos(\beta) - y \cdot \sin(\beta) \quad (48)$$

Mit den Fehler ausgerechnet durch Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta y' = \sqrt{(\Delta y \cdot \cos(\alpha))^2 + (\Delta z \cdot \sin(\alpha))^2 + [\Delta \alpha \cdot (-y \cdot \sin(\alpha) + z \cdot \cos(\alpha))]^2} \quad (49)$$

$$\Delta z' = \sqrt{(\Delta z \cdot \cos(\alpha))^2 + (\Delta y \cdot \sin(\alpha))^2 + [\Delta \alpha \cdot (-z \cdot \sin(\alpha) - y \cdot \cos(\alpha))]^2} \quad (50)$$

C Datenblatt des Laser-Tracker für die systematischen Fehler

Angular performance (location test)

Measurement distance	AT960 AT930 AT500 ATS600	
	Typical	MPE
5 m	±23 µm	±45 µm
10 m	±38 µm	±75 µm
20 m	±68 µm	±135 µm

Length measurement (length test)

Measurement distance	AT960 930 500		ATS600	
	Typical	MPE	Typical	MPE
5 m	±32 µm	±64 µm	±40 µm	±81 µm
10 m	±53 µm	±106 µm	±53 µm	±106 µm
20 m	±96 µm	±191 µm	±96 µm	±191 µm

Distance measurement (ranging test)

Measurement distance	AT960 AT930 (IFM)		AT930 AT960 AT500 (ADM)		ATS600	
	Typical	MPE	Typical	MPE	Typical	MPE
1.5 to 5 m	±1 µm	±1 µm	±7 µm	±14 µm	±71 µm	±142 µm
1.5 to 10 m	±1 µm	±3 µm			±72 µm	±143 µm
1.5 to 20 m	±3 µm	±5 µm			±76 µm	±152 µm
1.5 to 30 m	±4 µm	±8 µm			±83 µm	±165 µm
1.5 to 40 m	±5 µm	±11 µm			±92 µm	±183 µm
1.5 to 50 m	±8 µm	±15 µm			±102 µm	±203 µm

Scanning accuracies

Sensor	P _{size} ¹	Length measurement ²
Absolute Scanner AS1	±60 µm	±50 µm
Absolute Scanner AS1-XL	±240 µm	±150 µm

3D scanner specifications

	AS1	AS1-XL
Scanner type	Blue laser line scanner	Blue laser line scanner
Accuracy	0.013 mm ³	0.134 mm ³
Point acquisition rate	1.2 million points/s	1.2 million points/s
Points per frame	max. 4000	max. 4000
Frame rate	max. 300 Hz	max. 300 Hz
Line width (mid)	150 mm	600 mm
Standoff	165 ± 50 mm	700 ± 300 mm
Minimum point spacing	0.027 mm ⁴	0.08 mm ⁴
System scanning certification	yes	yes
Laser class	2	2
Protection rating	IP54	IP54
Operating temperature	0-40°C	0-40°C
Weight	0.43 kg	0.46 kg



Abbildung 45: Der location test untersucht die Genauigkeit in vertikaler und der length test in horizontaler Richtung. Der benutzte Laser-Tracker ist ein AT500. [1]

D Datenblatt des Hall-Sensors MV2

MagVector™ MV2 3-Axis Magnetic Sensor v 2.5 r 1.0 – 06/2020

Copyright © 2020 Metrolab Technology SA

MagVector™ MV2 3-axis magnetic sensor 5-Digital Mode Operation

5-1 PERFORMANCE CHARACTERISTICS

Table 10. Performance characteristics in digital mode.

Performance characteristics in digital mode, VCC = 3.3 V, T = 25°C ^{4,5}							
Parameter		Min	Typ	Max	Std	Units	Note
Sensitivity, X & Y axes	0.1 T range	260	267	278	5	LSB/mT	
	0.3 T range	89.0	91.2	94.7	1.5	LSB/mT	
	1 T range	26.9	27.6	28.6	0.5	LSB/mT	
	3 T range	8.9	9.1	9.5	0.2	LSB/mT	Only measured to 1.6T
Sensitivity, Z axis	0.1 T range	280	289	302	6	LSB/mT	
	0.3 T range	95.5	98.5	102.9	1.8	LSB/mT	
	1 T range	28.8	29.5	30.8	0.5	LSB/mT	
	3 T range	9.7	10.0	10.4	0.2	LSB/mT	Only measured to 1.6T
Sensitivity drift		-509	102	5644	258	ppm/°C	
Digital offset		-330	15	341	150	LSB	
Digital offset drift		-8.7	0.3	1.1	1.8	LSB/°C	
Hall offset, X & Y axes	Offset	-1535	-662	906	438	μT	
	Offset drift	-18	-6	60	13	μT/°C	
Hall Offset, Z axis	Offset	-82	-32	160	67	μT	
	Offset drift	-6	0	14	5	μT/°C	
Measurement rate		0		3		kHz	Programmable
Number of bits delivered		14		16			Programmable
Spectral noise density	X & Y axes		330			nT/√Hz	
	Z axis		225			nT/√Hz	
RMS noise, X & Y axes	100mT, 14 bit	5.0	5.8	6.0	0.4	LSB	
	100mT, 15 bit	4.0	4.0	4.0	0.0	LSB	
	100mT, 16 bit	3.0	3.0	3.0	0.0	LSB	
	100mT, 16+ bit	2.0	2.0	2.0	0.0	LSB	
	300mT, 14 bit	3.0	3.0	3.0	0.0	LSB	
	300mT, 15 bit	2.0	2.0	2.0	0.0	LSB	
	300mT, 16 bit	1.0	1.1	2.0	0.2	LSB	

⁴ "Min" = Minimum, "Typ" = Typical, "Max" = Maximum, and "Std" = Standard Deviation. Values reported are measured values for 18 units. Typical values correspond to the median value.

⁵ Performance characteristics with VCC = 5 V are the same, as validated by 3 units. See, however, the note in Section 3-6.

METROLAB www.metrolab.com16

Abbildung 46: Seite 16 des Datenblattes vom Hersteller Metro Lab [6]

E Auswertung der zweiten Messung

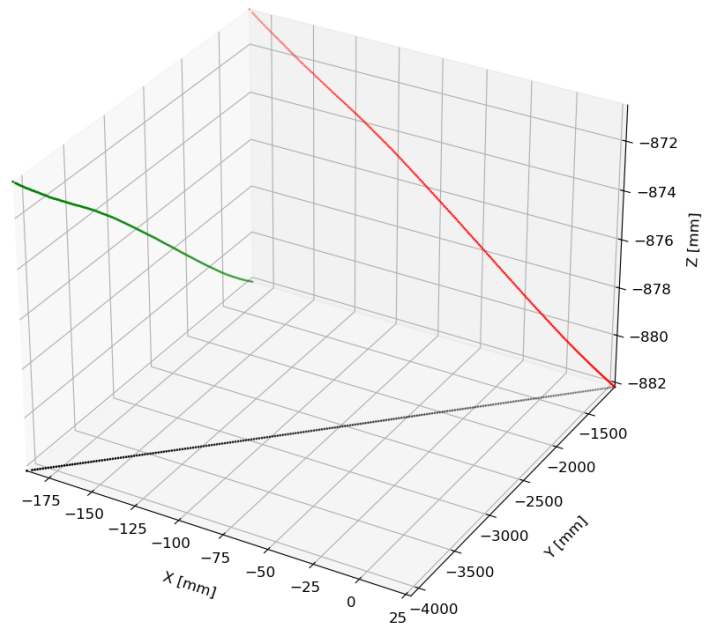


Abbildung 47: Messpunkte der motorisierten Schiene im Koordinatensystem des Laser-Trackers

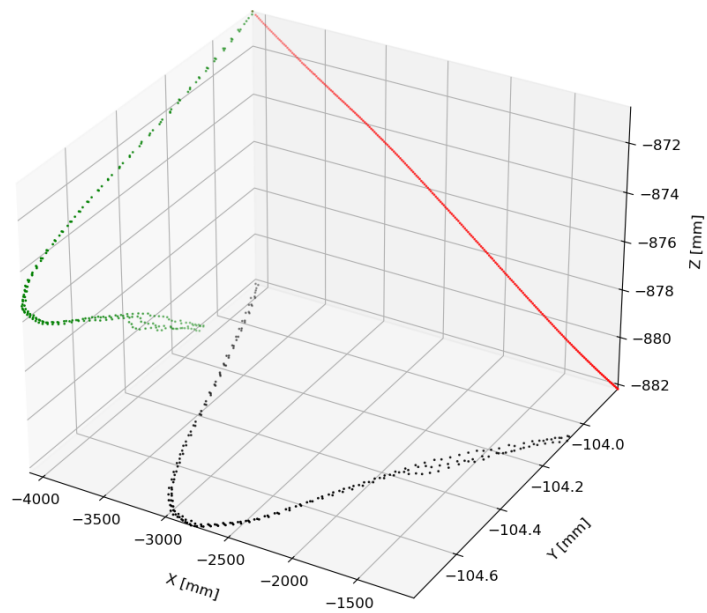


Abbildung 48: Die Messdaten nach einer Rotation um die z-Achse mit $-\gamma \approx -85.93^\circ$

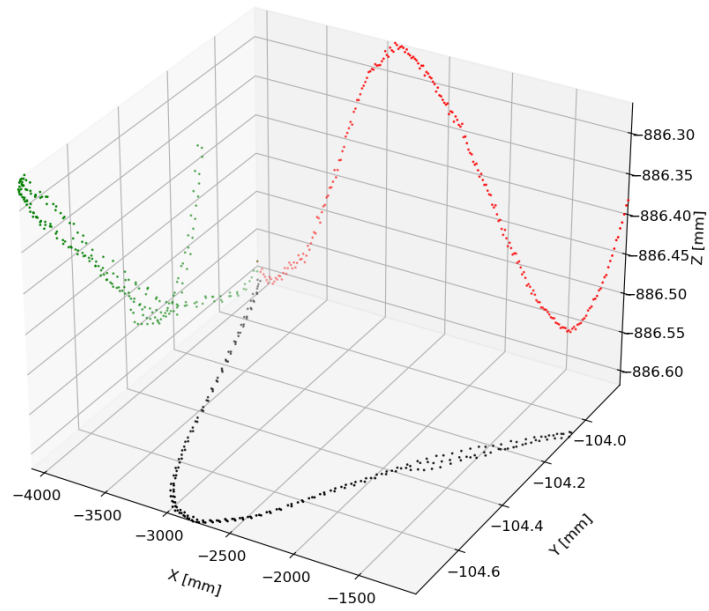


Abbildung 49: Die Messdaten nach den Rotationen um die z-Achse mit $-\gamma \approx -85.93^\circ$ und um die y-Achse mit $-\beta \approx 0.224^\circ$

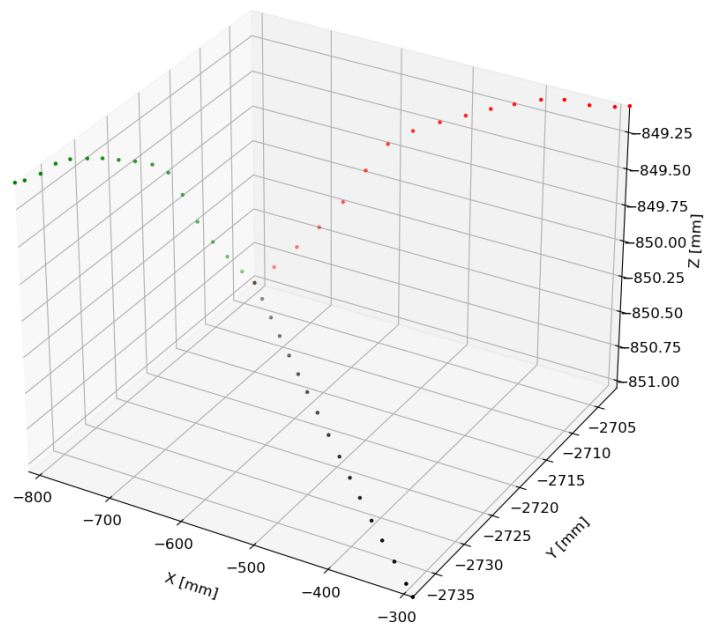


Abbildung 50: Messpunkte der manuellen Schiene, die senkrecht zur motorisierten Schiene gelegt wurde im Koordinatensystem des Laser-Trackers

F Vergleich der Fehler des MV2

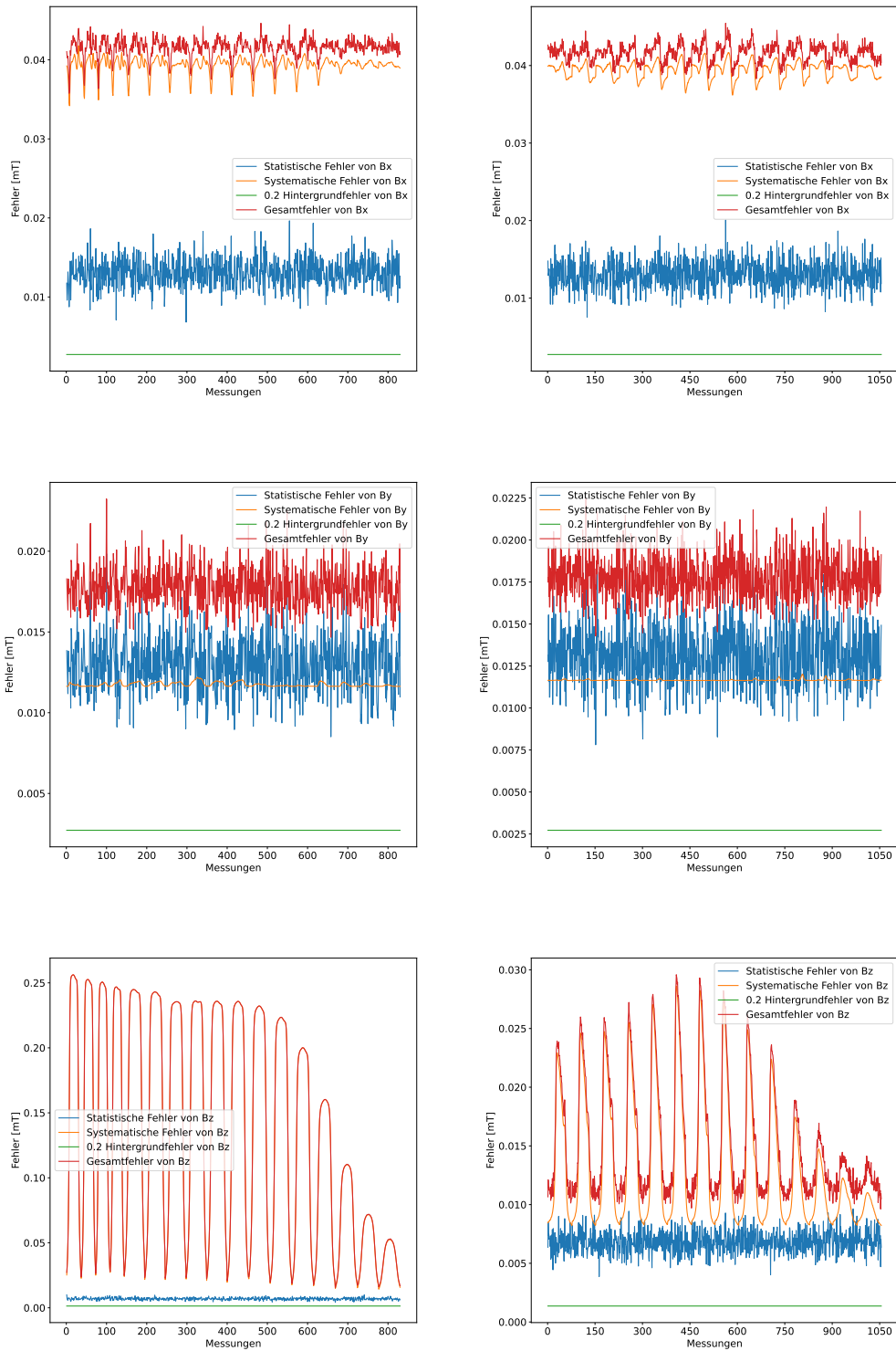


Abbildung 51: Links sind die verschiedenen Fehler der Messung mit Strom und rechts die Messung ohne Strom. Die Fehler jeder Punktmessung sind in Reihenfolge dargestellt.

G Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich herzlich bei allen bedanken, die mich während der Entstehung dieser Bachelorarbeit unterstützt haben.

Danke an Pascal Klag, der mir bei der Bedienung der Schiene und bei Fragen geholfen hat.

An Paul Schöner, der mir das Arbeit beim Messen in der HIM-Halle erträglich gemacht hat und mir Werkzeug und Material zur Verfügung gestellt hat.

Ein großes Dankeschön geht an die Arbeitsgruppe P2, die bei Problemen und Fragen jederzeit geholfen haben.

Vielen Dank für die Erfahrung.