

Voruntersuchungen für ein neues Präzisionsexperiment zur Messung der schwachen Ladung des Protons

von

Paul Larin

Bachelorarbeit in Physik

vorgelegt dem Fachbereich Physik, Mathematik und Informatik

(FB 08)

der Johannes Gutenberg-Universität Mainz

am 9. August 2011



JOHANNES GUTENBERG
UNIVERSITÄT MAINZ

1. Gutachter: Prof. Dr. Frank Maas
2. Gutachter: Prof. Dr. Achim Denig

Ich versichere, dass ich die Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

Mainz, den 9. August 2011

Paul Larin
Institut für Kernphysik
Johann-Joachim-Becher-Weg 45
Johannes Gutenberg-Universität D-55099 Mainz
larin@students.uni-mainz.de

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theoretische Grundlagen	5
2.1	Die schwache Wechselwirkung	5
2.2	Elastische Elektronenstreuung	5
2.3	Paritätsverletzende Asymmetrie	7
2.4	Modifikation der Asymmetrie-Formel durch Isospin-Verletzung	9
3	Andere Experimente zu paritätsverletzender Streuung	13
3.1	E-158	13
3.2	Q_{weak}	14
4	Der Weinbergwinkel und sein Fehler	15
4.1	Herleitung von $\sin^2(\Theta_W)$ und $\Delta\sin^2(\Theta_W)$	15
5	Parametrisierung der Formfaktoren	17
5.1	Elektromagnetische Formfaktoren des Protons $G_{E,M}^p$	17
5.2	Elektromagnetische Formfaktoren des Neutrons $G_{E,M}^n$	19
5.3	Strangeness-Formfaktoren $G_{E,M}^s$	22
5.4	Axialer Formfaktor des Protons \tilde{G}_A^p	24
5.5	Isospin-brechende elektromagnetische Formfaktoren $G_{E,M}^{u,d}$	24
6	Auswertung der Daten	28
6.1	Experimentelle Parameter	28
6.2	Messprinzip	28
6.3	Der Fehler der gemessenen Asymmetrie	29
6.4	Variation der Messzeit	32
6.5	Variation des Fehlers der Polarisation	33
6.6	Simulation der Ergebnisse von P2	35
7	Zusammenfassung und Ausblick	45
8	Anhang	46

1 Einleitung

Seit jeher versuchen Physiker die Welt um sie herum zu verstehen und zu beschreiben. Größen wie Albert Einstein oder Werner Heisenberg haben versucht ein Modell zu entwickeln, welches in der Lage ist, alle Phänomene der Physik zu beschreiben, bisher jedoch ohne Erfolg. Auch heute noch versuchen Wissenschaftler diese Aufgabe zu meistern.

Das Standardmodell (SM) konnte bis jetzt die meisten beobachteten Phänomene der Teilchenphysik erfolgreich beschreiben. Andere hingegen, wie zum Beispiel die Neutrino-Oszillation [1], werden vom SM nicht berücksichtigt, weshalb die Frage nach einem besseren Modell aufkommt. Weiterhin sind die 18 freien Parameter, die nicht selbstkonsistent aus dem SM hergeleitet werden können und somit nur experimentell bestimmt werden können, ein großer Nachteil des SM. Die größte bislang gebaute Maschine der Welt, der LHC¹, ist eine direkte Folgerung dieser Frage und soll nach „Physik jenseits des Standardmodells“ suchen.

Die Suche danach erfolgt dabei innerhalb der Teilbereiche der Kern- und Teilchenphysik auf zwei mögliche Arten. Zum einen wird versucht mit hohen Energien neue Teilchen direkt zu erzeugen, was am CERN² am populären Beispiel des Higgs-Bosons³ geschieht. Die zweite Möglichkeit nutzt die Tatsache, dass die gleichen neuen Teilchen in elektroschwachen Strahlungskorrekturen auftauchen und deshalb in Präzisionsexperimenten bei niedrigen Energien experimentell zugänglich sind. Eine Abweichung zu den Vorhersagen wäre ein Indiz für die „neue Physik“ und eine Rechtfertigung der Suche nach einem besseren physikalischen Modell zur Beschreibung dessen, was uns umgibt. Ein Beispiel für eine Observable, bei der neue Teilchen durch ihr Auftauchen in Strahlungskorrekturen messbar sind, ist die schwache Ladung des Protons Q_{weak}^p .

Die schwache Ladung des Protons Q_{weak}^p hängt auf folgende Weise mit dem Weinbergwinkel Θ_W zusammen:

$$Q_{weak}^p = 1 - 4\sin^2(\Theta_W) \quad (1)$$

Das P2-Experiment soll die Bestimmung des Weinbergwinkels, als einen freien Parameter des Standardmodells, mit der relativen Genauigkeit von $\sim 0.3\%$ ermöglichen und ist

¹Large Hadron Collider: <http://lhc.web.cern.ch/lhc/>

²European Organization for Nuclear Research: <http://public.web.cern.ch/public/>

³Particle Data Group [2]

somit in den Bereich der Hochpräzisionsphysik einzuordnen. Hierzu soll die paritätsverletzende Asymmetrie im Wirkungsquerschnitt der elastischen Elektron-Proton-Streuung bei einem Impulsübertrag von etwa $Q^2 = 0.005 \text{ GeV}^2$ gemessen werden. Dadurch soll die notwendige Genauigkeit der Eingangsparameter, wie Messzeit, Strahlenergie oder Polarisation des Elektronenstrahls, die zur gewünschten Präzision führt, abgeschätzt werden. In der folgenden Darstellung (Abb. 1 [3]) wird die Vorhersage des Standardmodells für das skalenabhängige „Laufen“ des Weinbergwinkels bei verschiedenen Impulsüberträgen zusammen mit existierenden und zukünftigen Messungen gezeigt. Dabei ist auch die geplante Messung P2 mit ihrer Genauigkeit, die diese Arbeit abschätzen soll, eingezeichnet:

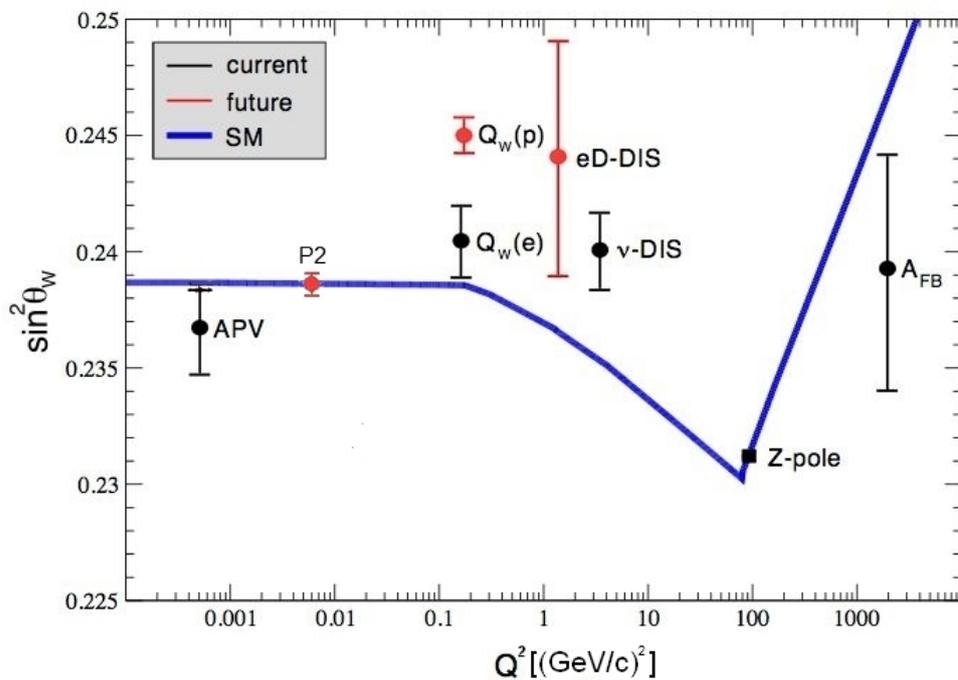


Abb. 1: $\sin^2(\Theta_W)$ mit existierenden und zukünftigen Messungen [3]

Eine Abweichung von dieser Vorhersage wäre ein Hinweis für „neue Physik jenseits des Standardmodells“ und würde somit einen wichtigen Beitrag zur Erweiterung des Standardmodells liefern. In Kapitel 2 dieser Arbeit werden die theoretischen Grundlagen für das P2-Experiment kurz erläutert, Kapitel 3 widmet sich anderen Experimenten zu paritätsverletzender Streuung. In Kapitel 4 wird die Formel für den Weinbergwinkel und seinen Fehler hergeleitet. Die unterschiedlichen Parametrisierungen zu den einzelnen Formfaktoren werden in Kapitel 5 beschrieben, während in Kapitel 6 die Daten ausgewertet und diskutiert werden. Kapitel 7 schließt diese Arbeit mit mit einer Zusammenfassung und einem Fazit ab.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Die schwache Wechselwirkung

Nach dem Standardmodell der Elementarteilchenphysik gibt es vier Wechselwirkungen (WW) zwischen den Elementarteilchen, von denen drei im Rahmen einer relativistischen Quantenfeldtheorie beschrieben werden können. Diese werden als die starke, die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung bezeichnet. Die schwache Ladung stellt dabei das Pendant zur Elementarladung der elektromagnetischen WW dar. Die Kopplungsstärke der schwachen Ladung g , hängt wie folgt mit der elektromagnetischen Ladung zusammen:

$$e = g \cdot \sin(\Theta_W) \quad (2)$$

Hier stellt die Größe Θ_W den elektroschwachen Mischungswinkel oder Weinbergwinkel dar [4]. Eine Besonderheit der schwachen WW ist die Paritätsverletzung, die im Wu-Experiment 1956 [5] nachgewiesen wurde und eine präzise Untersuchung von Nukleonen mittels Streuexperimenten ermöglicht. Die Parität stellt dabei eine wichtige Symmetrieeigenschaft dar, die eine Punktspiegelung beschreibt. Die Grundlagen der in dieser Arbeit behandelten elastischen Elektronenstreuung, werden im nächsten Kapitel erläutert.

2.2 Elastische Elektronenstreuung

Die zugrundeliegende elastische Elektron-Streuung am ruhenden Proton-Target kann skizzenhaft folgendermaßen dargestellt werden (siehe Abb. 2):

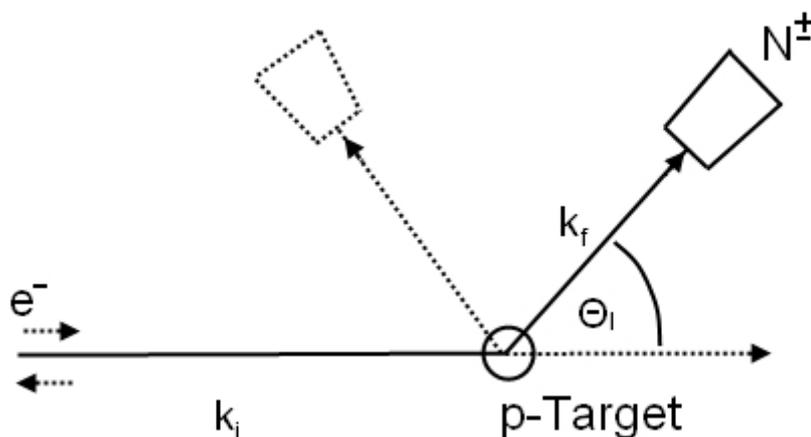


Abb. 2: Longitudinal polarisierte Elektronen werden an einem unpolarisierten Proton elastisch gestreut und unter verschiedenen Winkeln vom Detektor nachgewiesen

Bei der elastischen Elektron-Proton-Streuung wird ein Elektron an einem Proton gestreut, wobei die Wechselwirkung als ein Austausch eines virtuellen Photons interpretiert wird. In der Literatur wird oft das negative Quadrat des Viererimpulsübertrags $Q^2 = -q^2$ verwendet, wobei $q = (k_i - k_f)$ die Differenz zwischen dem Viererimpuls des einlaufenden Elektrons $k_i = (E, \vec{k}_i)$ und des auslaufenden Elektrons $k_f = (E', \vec{k}_f)$ darstellt. Die Streuenergie E' kann mit Hilfe der Protonenmasse M_p und des Laborstreuwinkels Θ_l in folgender Form dargestellt werden:

$$E' = \frac{E}{1 + \left(\frac{2E}{M_p}\right) \sin^2\left(\frac{\Theta_l}{2}\right)} \quad (3)$$

Damit kann der Viererimpulsübertrag Q^2 unter Vernachlässigung der Elektronenmasse ($m_e \approx 0$) geschrieben werden als:

$$Q^2 = -q^2 = 4EE' \sin^2\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \quad (4)$$

Bei der elastischen Elektron-Streuung am unpolarisierten Proton kann der Wirkungsquerschnitt in niedrigster Ordnung mit Hilfe der Rosenbluth-Formel [6] ausgedrückt werden:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{lab}} = \frac{\alpha^2 \cos^2\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) E'}{4E^2 \sin^4\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) E} \left[(F_1^2 + \tau(\kappa F_2)^2) + 2(F_1 + \kappa F_2)^2 \tan^2(\theta_l/2) \right] \quad (5)$$

Die Faktoren F_1 und F_2 sind von Q^2 abhängig. Sie werden als Dirac- und Pauli-Formfaktoren bezeichnet und beschreiben die innere Struktur des Protons. Der dimensionslose Faktor τ ist $Q^2/4M_p c^2$ mit der Protonenmasse M_p , während $\mu_p \approx 2.79$ das anomale magnetische Moment des Protons darstellt ($\mu_n \approx -1.91$ für das Neutron) und $\kappa = \mu_p - 1$ (in Einheiten des Kernmagneton μ_N) ist. Die Dirac- und Pauli-Formfaktoren können durch folgende Relationen in sogenannte Sachs-Formfaktoren umgerechnet werden [7]:

$$G_E = F_1 - \tau\kappa F_2 \quad (6)$$

$$G_M = F_1 + \kappa F_2$$

Es gilt $F_1(Q^2=0) = 1$ und $F_2(Q^2=0) = 1$. Damit lässt sich der Wirkungsquerschnitt ohne Mischterme in Abhängigkeit der Quadrate der elektromagnetischen Sachs-Formfaktoren ausdrücken:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{lab}} = \frac{\alpha^2 \cos^2\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) E'}{4E^2 \sin^4\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) E} \left[\frac{(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2}{1 + \tau} + 2\tau(G_M^p)^2 \tan^2(\theta_l/2) \right] \quad (7)$$

Im Breitsystem, in dem der Impuls des Elektrons vor der Streuung dem negativen Impuls nach der Streuung entspricht, werden die Formfaktoren als die Fouriertransformierten der elektrischen bzw. magnetischen Ladungsverteilung interpretiert und sind im statischen

Fall $\lim_{Q^2 \rightarrow 0} G_E^p = 1$ und $\lim_{Q^2 \rightarrow 0} G_M^p = \mu_p$.

2.3 Paritätsverletzende Asymmetrie

Für eine Messung des Weinbergwinkels $\sin^2(\Theta_W)$ wird sich die Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung zunutze gemacht. Nach den Feynman-Diagrammen erster Ordnung für die elastische ep-Streuung ist neben dem Austausch eines virtuellen Photons auch ein Z^0 -Austausch möglich:

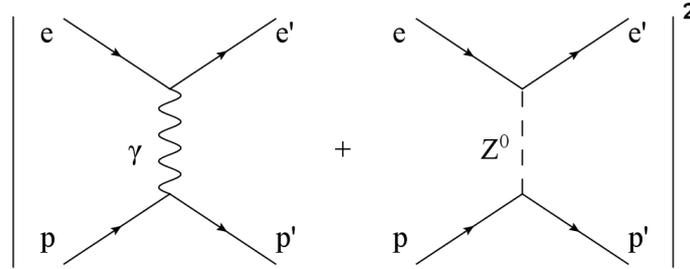


Abb. 3: Austausch eines virtuellen Photons und eines Z^0 -Bosons

Die zur Messung benötigten Wirkungsquerschnitte können nach den Feynman-Regeln aus den Quadraten der Summe der Übergangsmatrixelemente für den Photon- bzw. den Z^0 -Austausch berechnet werden:

$$\sigma_R \approx |\mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_{Z,R}|^2 \quad (8)$$

$$\sigma_L \approx |\mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_{Z,L}|^2 \quad (9)$$

Benutzt man diesen Zusammenhang, so ergibt sich für die Asymmetrie:

$$A^{PV} = \frac{|\mathcal{M}_\gamma|^2 + 2\text{Re}(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_{Z,R}) + |\mathcal{M}_{Z,R}|^2 - |\mathcal{M}_\gamma|^2 - 2\text{Re}(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_{Z,L}) - |\mathcal{M}_{Z,L}|^2}{|\mathcal{M}_\gamma|^2 + 2\text{Re}(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_{Z,R}) + |\mathcal{M}_{Z,R}|^2 + |\mathcal{M}_\gamma|^2 + 2\text{Re}(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_{Z,L}) + |\mathcal{M}_{Z,L}|^2} \quad (10)$$

Da die Masse des Z^0 -Bosons von ≈ 90 GeV bei den hier betrachteten Impulsüberträgen $Q^2 < 0.1$ GeV² den Propagatorterm dominiert, sind die Interferenzterme $\text{Re}(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_Z)$ um den Faktor 10^{-6} und $|\mathcal{M}_Z|^2$ um den Faktor 10^{-12} kleiner als $|\mathcal{M}_\gamma|^2$, weshalb eine Näherung legitim ist. Damit erhält man:

$$A^{PV} \approx \frac{\text{Re}(\mathcal{M}_\gamma [\mathcal{M}_{Z,R} - \mathcal{M}_{Z,L}]^*)}{|\mathcal{M}_\gamma|^2} \quad (11)$$

Hieraus folgt eine Asymmetrie im Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung rechts- und linkspolarisierter Elektronen σ_R bzw. σ_L am Proton:

$$A^{PV} = \frac{\sigma_R - \sigma_L}{\sigma_R + \sigma_L} \quad (12)$$

Die Asymmetrie kann nun mit Hilfe von Sachs-Formfaktoren ausgedrückt werden. Setzt man die elektromagnetischen $G_{E,M}^p$, die schwachen $\tilde{G}_{E,M}^p$ und den axialen Formfaktor \tilde{G}_A^p ein, erhält man für die paritätsverletzende Asymmetrie [8]:

$$A^{PV} = -\frac{G_\mu Q^2}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \cdot \frac{\varepsilon G_E^p \tilde{G}_E^p + \tau G_M^p \tilde{G}_M^p - (1 - 4\sin^2 \Theta_W) \varepsilon' G_M^p \tilde{G}_A^p}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \quad (13)$$

Die Größen τ , ε und ε' sind kinetische Parameter und werden weiter unten definiert. Man kann nun unter Annahme der Flavour-Dekomposition [9], der Ladungssymmetrie [9] und der Universalität der Quarkverteilung [9] die paritätsverletzende Asymmetrie in Abhängigkeit der bekannten elektromagnetischen Formfaktoren $G_{E,M}^{p,n}$, der Strange-Formfaktoren $G_{E,M}^s$ und des axialen Formfaktors \tilde{G}_A^p des Protons ausdrücken:

$$A_{LR} = A_V + A_S + A_A = A_0 + A_S \quad (14)$$

Die Terme A_V und A_A drücken die Asymmetrie für Vektorkopplung bzw. Axialkopplung am Proton-Vertex aus, wobei in A_V die Strangeness-Beiträge herausgenommen und im separaten Term A_S aufgeführt werden. Der Term A_S enthält die Beiträge der Strangeness. Die schwachen Strahlungskorrekturen, die durch λ_{1u} , λ_{1d} und λ_{1s} ausgedrückt werden, unterscheiden sich nur geringfügig von Null, deshalb werden sie im Folgenden als 0 betrachtet. Berücksichtigt man nun auch die schwachen Strahlungskorrekturen, die durch ρ_{eq}^{\prime} und \hat{k}_{eq}^{\prime} ausgedrückt werden, ergibt sich:

$$A_{LR} = -\frac{G_\mu Q^2}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \left\{ \rho_{eq}^{\prime} (1 - 4\hat{k}_{eq}^{\prime} \hat{s}_Z^2) - \rho_{eq}^{\prime} \frac{\varepsilon G_E^p G_E^n + \tau G_M^p G_M^n}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \right. \\ \left. - \rho_{eq}^{\prime} \frac{\varepsilon G_E^p G_E^s + \tau G_M^p G_M^s}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} - \frac{(1 - 4\hat{s}_Z^2) \sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \right\} \quad (15)$$

wobei die Anteile folgendermaßen definiert sind:

$$A_V = -\frac{G_\mu Q^2}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \rho_{eq}^{\prime} \left\{ (1 - 4\hat{k}_{eq}^{\prime} \hat{s}_Z^2) - \frac{\varepsilon G_E^p G_E^n + \tau G_M^p G_M^n}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \right\} \quad (16)$$

$$A_S = \frac{G_\mu Q^2}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \rho_{eq}^{\prime} \left\{ \frac{\varepsilon G_E^p G_E^s + \tau G_M^p G_M^s}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \right\} \quad (17)$$

$$A_A = \frac{G_\mu Q^2}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \left\{ \frac{(1 - 4\hat{s}_Z^2) \sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \right\} \quad (18)$$

Die einzelnen Faktoren sind:

Θ_l	Streuwinkel im Labor
$M_p = 0.938272013 \text{ GeV}/c^2$	Protonmasse [2]
Q^2	negatives Quadrat des Viererimpulsübertrags
$\tau = Q^2/4M_p^2$	Wahrscheinlichkeit für einen Spin-Flip des Elektrons
$\varepsilon = [1 + 2(1 + \tau)\tan^2(\Theta/2)]^{-1}$	Photonpolarisation
$\varepsilon' = \sqrt{(1 - \varepsilon^2)\tau(1 + \tau)}$	kinematischer Parameter
$\alpha = 7.2973525376(50) \cdot 10^{-3}$	Feinstrukturkonstante [2]
$G_\mu = 1.16637(1) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$	Fermi-Kopplungs-Konstante [2]
$a = G_\mu Q^2/4\pi\alpha\sqrt{2}$	Vorfaktor
$\rho_{eq} = 0.9878$	schwache Strahlungskorrektur im \overline{MS} [2]
$\hat{\kappa}_{eq} = 1.0027$	schwache Strahlungskorrektur im \overline{MS} [2]
$\hat{s}_Z^2 = \sin^2(\Theta_W)_{\overline{MS}} = 0.23116(13)$	im \overline{MS} -Renormalisierungsschema [2]

2.4 Modifikation der Asymmetrie-Formel durch Isospin-Verletzung

Dieses Unterkapitel widmet sich der Herleitung des Beitrags der Isospin-Verletzung zur Asymmetrie-Formel. Dazu werden kurz die Flavour-Dekomposition, die Ladungssymmetrie und die Universalität der Quarkverteilung diskutiert. Zuerst kann man die elektromagnetischen Formfaktoren des Protons und des Neutrons als Summe der Beiträge der einzelnen Quarks darstellen, was als Flavour-Dekomposition bezeichnet wird:

$$G_{E,M}^p = \frac{2}{3}G_{E,M}^{p,u} - \frac{1}{3}G_{E,M}^{p,d} - \frac{1}{3}G_{E,M}^{p,s} \quad (19)$$

$$G_{E,M}^n = \frac{2}{3}G_{E,M}^{n,u} - \frac{1}{3}G_{E,M}^{n,d} - \frac{1}{3}G_{E,M}^{n,s} \quad (20)$$

Nun kann man die Isospin-Symmetrie ausnutzen, die besagt, dass ein Up-Quark im Proton sich wie ein Down-Quark im Neutron verhält. Daraus folgen die Identitäten $G_{E,M}^{u,p} = G_{E,M}^{d,n}$, $G_{E,M}^{d,p} = G_{E,M}^{u,n}$ und $G_{E,M}^{s,p} = G_{E,M}^{s,n}$. Mit diesen Gleichheiten und der Konvention, dass bei weggelassenen Indizes zur Kennzeichnung des Nukleons immer das Proton gemeint ist, können die elektromagnetischen Formfaktoren der Nukleonen geschrieben werden als:

$$G_{E,M}^p = \frac{2}{3}G_{E,M}^u - \frac{1}{3}G_{E,M}^d - \frac{1}{3}G_{E,M}^s \quad (21)$$

$$G_{E,M}^n = \frac{2}{3}G_{E,M}^d - \frac{1}{3}G_{E,M}^u - \frac{1}{3}G_{E,M}^s \quad (22)$$

Wenn man jetzt die Universalität der Quarkverteilung berücksichtigt, die besagt, dass die Proben (Z, γ) an die gleiche Quarkverteilungen G_E^i, G_M^i ankoppeln, erhält man die Beziehung $\tilde{G}_{E,M}^i = G_{E,M}^i$ und kann die elektromagnetischen Sachs-Formfaktoren des Protons folgendermaßen schreiben:

$$G_{E,M}^p = (1 - 4\hat{s}_Z^2)G_{E,M}^p - G_{E,M}^n - G_{E,M}^s - G_{E,M}^{u,d} \quad (23)$$

Die Anteile $G_{E,M}^{u,d}$ stellen den Beitrag der Isospin-Verletzung zum elektromagnetischen Formfaktor des Protons dar. Eine genauere Herleitung der Beiträge der Isospin-Verletzung lässt sich in [10] nachlesen. Mit diesen Annahmen wird der Strangeness-Anteil der paritätsverletzenden Asymmetrie erweitert zu:

$$A_S = \frac{G_\mu Q^2}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \rho_{eq} \left\{ \frac{\varepsilon G_E^p G_E^s + \tau G_M^p G_M^s}{\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2} + \frac{\varepsilon G_E^p G_E^{u,d} + \tau G_M^p G_M^{u,d}}{\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2} \right\} \quad (24)$$

Diese Modifikation wird im Folgenden für weitere Rechnungen vorausgesetzt und verwendet. Man kann nun die Abhängigkeit der Asymmetrie und ihrer einzelnen Anteile von Laborwinkel Θ_l darstellen (Abb. 4). Mit der Strahlenergie $E_{beam} = 137$ MeV und den im Kapitel 5 parametrisierten Formfaktoren ergibt nachfolgender Verlauf (Abb.4). Wird die Strahlenergie auf $E_{beam} = 200$ MeV erhöht, ergibt sich folgendes Bild (Abb. 6):

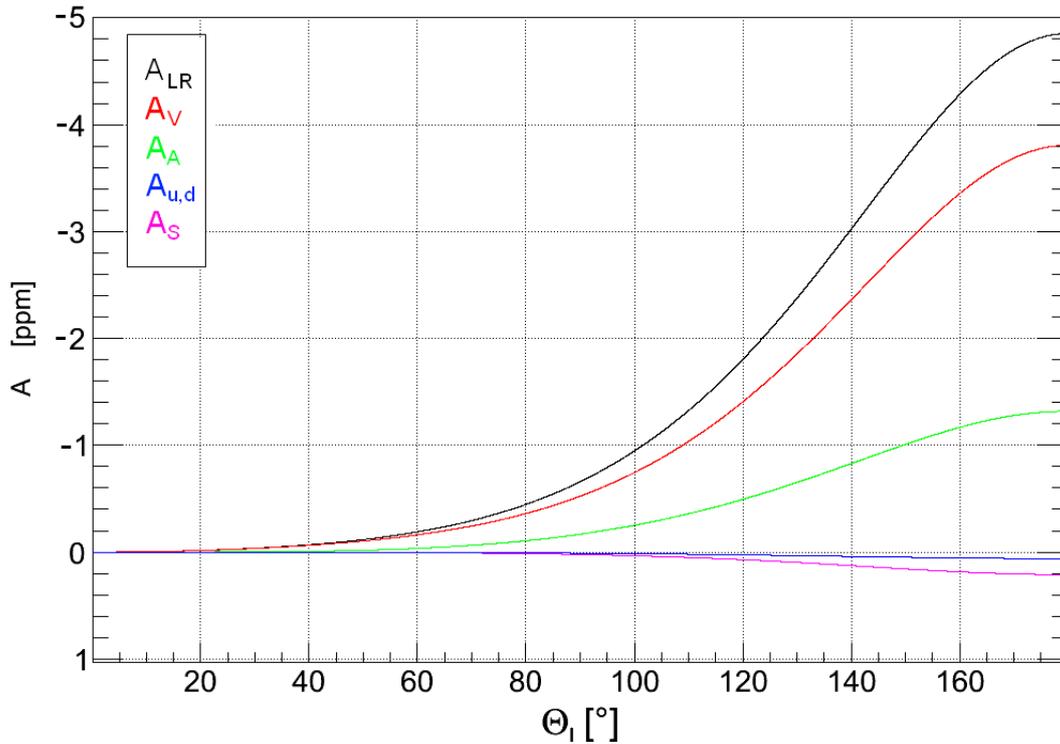


Abb. 4: Asymmetrie und ihre Anteile bei $E_{beam} = 137$ MeV

Nachfolgend ist der selbe Graph in logarithmischer Darstellung (Abb. 5):

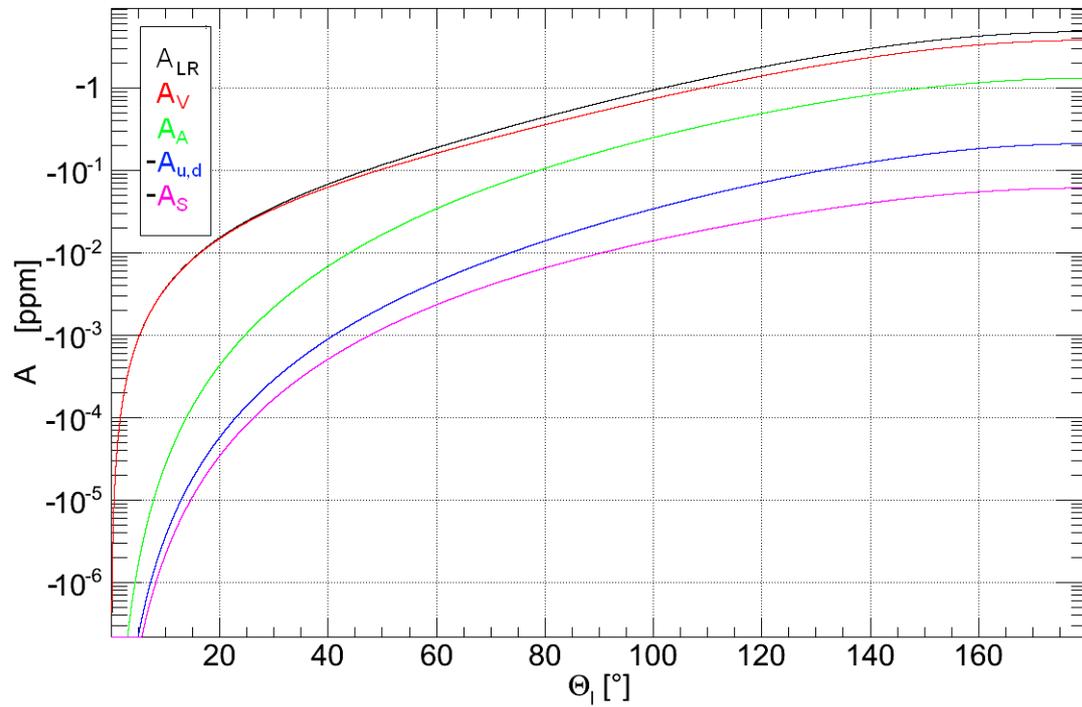


Abb. 5: Asymmetrie und ihre Anteile bei $E_{beam} = 137$ MeV (logarithmisch)

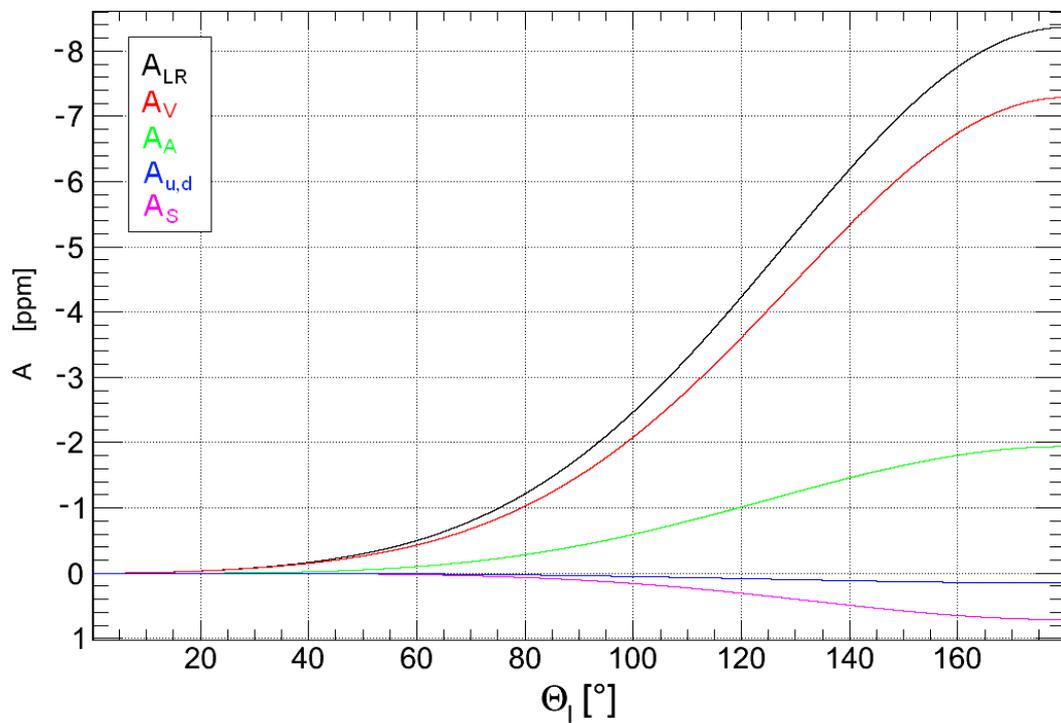


Abb. 6: Asymmetrie und ihre Anteile bei $E_{beam} = 200$ MeV

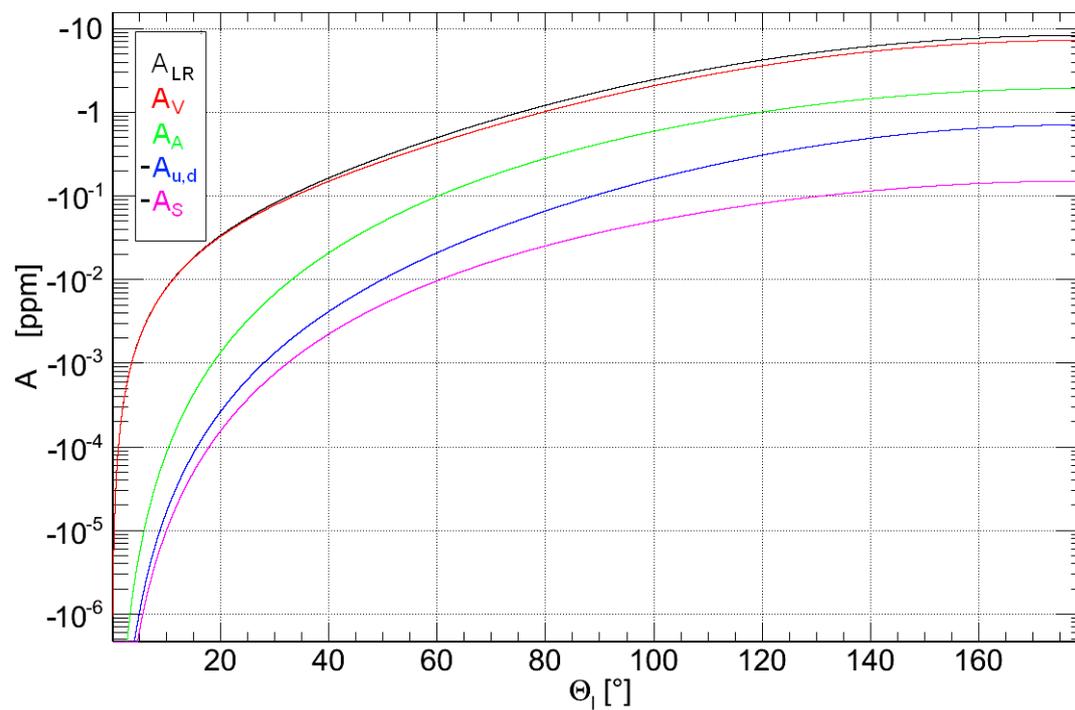


Abb. 7: Asymmetrie und ihre Anteile bei $E_{beam} = 200$ MeV (logarithmisch)

3 Andere Experimente zu paritätsverletzender Streuung

Es gibt eine Reihe von Experimenten, die die experimentelle Methode der paritätsverletzenden Elektron-Target-Streuung verwenden. Den Strangeness-Beitrag zu den Formfaktoren der Nukleonen untersuchen das A4-Experiment [11] am MAMI⁴, das HAPPEX- [12] und das G⁰-Experiment [13] am TJNAF⁵ und das SAMPLE-Experiment [14] am MIT-Bates⁶. Zwei weitere Experimente, das E-158-Experiment [15] am SLAC⁷ und das Q_{weak} -Experiment [16] am JLab⁸, befassen sich mit der Thematik der genauen Bestimmung des Weinbergwinkels, die auch dieser Arbeit zugrunde liegt. Diese beiden sollen im folgenden näher betrachtet werden:

3.1 E-158

Das E-158-Experiment ist ein Elektron-Elektron-Streuexperiment am SLAC, welches die paritätsverletzende Asymmetrie in der Møllerstreuung misst. Daraus soll die schwache Ladung des Elektrons und letztendlich der Weinbergwinkel mit einer Genauigkeit von $\Delta\sin(\Theta_W) \approx 0.0008$ bestimmt werden. Es werden longitudinal polarisierte Elektronen an einem 1.5 m langem Flüssigwasserstofftarget gestreut, wobei die Strahlenergie, bei einer Polarisation von 80% und einem Strahlstrom von 6-12 μA , $E_{Beam} = 48 \text{ GeV}$ beträgt. Der Elektronenstrahl ist mit 120 Hz gepulst. Die Elektronen werden von einem Cherenkov-Kalorimeter nachgewiesen, wobei dieser nicht zwischen elastischen und inelastischen Ereignissen unterscheidet, sodass weitere Detektoren verwendet werden müssen, um den Untergrund von der eigentlichen Asymmetrie zu trennen. Aufgrund der hohen Ereignisrate (10^7 Ereignisse pro Puls) wird integrierend gemessen. Da bei sehr kleinen Laborwinkeln gemessen wird ($\Theta_{lab} < 0.5^\circ$), ist eine sehr genaue Betrachtung der systematischen Fehler notwendig. Die Auswertung der Daten ergab für den Weinbergwinkel [15]:

$$\sin^2(\Theta_W) = 0.2397 \pm 0.0013 \quad (25)$$

Damit stimmen die Ergebnisse mit der Standardmodellvorhersage⁹ überein.

⁴Mainzer Mikrotron

⁵Thomas Jefferson Lab National Accelerator Facility: <http://www.jlab.org/>

⁶MIT Bates Linear Accelerator Center: <http://mitbates.lns.mit.edu/bates/control/main>

⁷Stanford Linear Accelerator: <http://www.slac.stanford.edu/>

⁸Jefferson Laboratory, umgangssprachliche Version von TJNAF

⁹Theoretischer Wert für den Weinbergwinkel: [2]

3.2 Q_{weak}

Das Q_{weak} ist ein Experiment am Jefferson Laboratory (JLab) zur Bestimmung der schwachen Ladung des Protons bzw. des Weinbergwinkels und hat dieselben Ziele und experimentellen Methoden, die auch diese Arbeit vorstellt. Dabei wird die paritätsverletzende Asymmetrie in der elastischen Streuung von polarisierten Elektronen am unpolarisierten Wasserstoff gemessen und daraus der Weinbergwinkel bestimmt. Die Elektronen werden unter kleinen Winkeln gestreut und durch einen torodialen Magneten zu Quarz-Cherenkov-Detektoren gelenkt, die diese integrierend unter einem Raumwinkel von etwa 46 msr nachweisen. Dabei soll der Weinbergwinkel mit einer relativen Genauigkeit von $\sim 0.3\%$ und somit die schwache Ladung des Protons mit einer relativen Genauigkeit von $\sim 4\%$ bestimmt werden. Die Messungen werden zwischen 2010 und 2012 durchgeführt. Die experimentellen Parameter sind nachfolgend aufgelistet:

Parameter	Wert	rel. Fehler des Wertes
Strahlenergie	1.165 GeV	1.165 MeV
Polarisation	85 %	1%
Strahlstrom	180 μ A	< 0.1%
LH ₂ Targetlänge	35 cm	-
Messzeit	2544 h	-
Streuwinkel	7.9 deg	-
Detektorakzeptanz	± 3 deg	-
Φ -Akzeptanz	49% von 2π	-
Impulsübertrag Q^2	0.026 (GeV/c) ²	0.2%-0.5%

Aufgrund von großer Ähnlichkeit zwischen dem Q_{weak} - und dem P2-Experiment, werden am Ende dieser Arbeit Vergleiche zwischen den hypothetischen Ergebnissen beider gezogen. Der genaue experimentelle Aufbau, die hier vorgestellten Eingangsparameter und andere Details, können im Q_{weak} -Proposal [16] nachgelesen werden.

4 Der Weinbergwinkel und sein Fehler

Ziel dieser Arbeit ist eine möglichst genaue Bestimmung der schwachen Ladung des Protons. Um die schwache Ladung bestimmen zu können wird die Relation über den Zusammenhang mit dem Weinbergwinkel in niedrigster Ordnung ausgenutzt:

$$Q_{weak}^p = 1 - 4\sin^2(\Theta_W) \quad (26)$$

Der Fehler von Q_{weak}^p ergibt sich nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung zu:

$$\Delta Q_{weak}^p = 4\Delta\sin^2(\Theta_W) \quad (27)$$

Deshalb liegt das Hauptaugenmerk auf der Minimierung von $\Delta\sin^2(\Theta_W)$. Den Winkel selbst erhält man aus dem Zusammenhang der experimentell gemessenen und der theoretisch hergeleiteten paritätsverletzenden Asymmetrie. Dies wird im nächsten Kapitel beschrieben. Die genaue Herleitung lässt sich im Anhang A nachvollziehen.

Mit den kinetischen Parametern $\Theta_l = 30^\circ$, $E_{beam} = 0.137$ GeV, der Detektorakzeptanz $= \pm 10^\circ$, um den Faktor 4 verkleinerten Fehlern für G_E^p und G_M^p und den Parametrisierungen der Formfaktoren aus Kapitel 5, ergibt sich im tree-level für die schwache Ladung des Protons:

$$Q_{weak}^p(\text{tree-level}) = 1 - 4\sin^2(\Theta_W) = 0.07536 \pm 0.00273 \quad (28)$$

Im full-level ist die schwache Ladung des Protons mit den selben Parametern:

$$Q_{weak}^p(\text{full-level}) = \rho_{eq}^{\prime}(1 - \hat{\kappa}_{eq}^{\prime}4\sin^2(\Theta_W)) = 0.07197 \pm 0.00271 \quad (29)$$

4.1 Herleitung von $\sin^2(\Theta_W)$ und $\Delta\sin^2(\Theta_W)$

Gesucht ist der Zusammenhang zwischen dem Weinbergwinkel und den experimentell ermittelbaren Größen, um durch ihre genaue Bestimmung den Wert des Weinbergwinkels so genau wie möglich zu messen. Angestrebt ist eine auf 0.3% genaue Bestimmung. In dieser Arbeit wird er aus der Asymmetrie hergeleitet. Aus dem Kapitel der theoretischen Grundlagen 2.3 und 2.4 ergibt sich folgende Form für die Asymmetrie, wobei \hat{s}_Z den

Sinus des schwachen Mischungswinkels im $\overline{\text{MS}}$ -Renormalisierungsschema darstellt:

$$A^{phys} \hat{=} A_{LR} = -a \left\{ \rho_{eq} \left(1 - 4\hat{\kappa}_{eq} \hat{s}_Z^2 \right) - \rho_{eq} \frac{\varepsilon G_E^p G_E^n + \tau G_M^p G_M^n}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \right. \\ \left. - \rho_{eq} \frac{\varepsilon G_E^p G_E^s + \tau G_M^p G_M^s}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} - \rho_{eq} \frac{\varepsilon G_E^p G_E^{u,d} + \tau G_M^p G_M^{u,d}}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \right. \\ \left. - \frac{(1 - 4\hat{s}_Z^2) \sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \right\} \quad (30)$$

Der Weinbergwinkel wird aus der Messung dieser paritätsverletzenden Asymmetrie bei longitudinal polarisierter Elektronen-Streuung an unpolarisierten Proton-Targets erhalten. Die einzelnen Größen wurden in Kapitel 2.3 erläutert. Um die experimentell ermittelte Asymmetrie miteinbeziehen zu können, wird der folgende Zusammenhang genutzt:

$$A^{exp} = P \cdot A^{phys} + \sum_i A_i^{app} \quad (31)$$

P stellt dabei den Polarisationsgrad des Elektronenstrahls dar. Unter Vernachlässigung der apparativen Asymmetrien A_i^{app} , die nicht im Rahmen dieser Arbeit behandelt werden und nach Auflösung ergibt sich für den Weinbergwinkel \hat{s}_Z^2 :

$$\hat{s}_Z^2 = \frac{\rho_{eq} \left(\varepsilon G_E^p \left[G_E^n + G_E^s + G_E^{u,d} - G_E^p - \frac{A^{exp} G_E^p}{Pa\rho_{eq}} \right] + \tau G_M^p \left[G_M^n + G_M^s + G_M^{u,d} - G_M^p - \frac{A^{exp} G_M^p}{Pa\rho_{eq}} \right] \right)}{4 \sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p - \rho_{eq} 4\hat{\kappa}_{eq} (\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2)} \\ + \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{4 \sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p - \rho_{eq} 4\hat{\kappa}_{eq} (\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2)} \quad (32)$$

Der gesuchte Fehler wird wie gewohnt nach der Gauß'scher Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\Delta \hat{s}_Z^2 = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial \hat{s}_Z^2}{\partial x_i} \right)^2 \Delta x_i^2} \quad (33)$$

x_i sind die einzelnen Parameter. Die genaue Herleitungen zur Auflösung nach dem Weinbergwinkel, die einzelnen Ableitungen und die Fehler der verschiedenen Parameter können dem Anhang A entnommen werden.

5 Parametrisierung der Formfaktoren

Bei der weiteren Analyse spielen die Formfaktoren vom Proton und Neutron eine sehr wichtige Rolle. Um möglichst genaue Ergebnisse zu erhalten, werden im Rahmen dieser Arbeit mit Hilfe vorhandener Messungen an die vorliegenden Bedürfnisse angepasste Parametrisierungen der einzelnen Formfaktoren durchgeführt. Da hierfür verschiedene Methoden und Modelle benutzt werden, soll dies im Folgenden für die einzelnen Formfaktoren ausgeführt werden. Die Kurvenanpassungen wurden mit dem Programm Origin 8.1 durchgeführt. Alle zugrunde liegenden tabellierten Werte befinden sich im Anhang B.

5.1 Elektromagnetische Formfaktoren des Protons $G_{E,M}^p$

Bei der Parametrisierung der elektromagnetischen Formfaktoren des Protons wird auf die Dissertation von Jan C. Bernauer [17] Bezug genommen und das von ihm vorgestellte Dipol×Polynomial-Modell verwendet, um aus tabellierten Werten eine Parametrisierung zu gewinnen. Dabei wird der lange als Parametrisierung akzeptierte Standard-Dipol-Term von Hand et al. [18] durch Multiplikation eines Polynoms achten Grades erweitert, wobei der konstante Term wegen $\lim_{Q^2 \rightarrow 0} G_E^p = 1$ auf 1 normiert ist:

$$G_{\text{standard dipol}}(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0.71(\text{GeV}/c)^2}\right)^{-2} \quad (34)$$

$$G_{\text{polynomial}}^{E,M}(Q^2) = 1 + \sum_{i=1}^8 a_i^{E,M} \cdot Q^{2 \cdot i} \quad (35)$$

$$G_{\text{dipol} \times \text{polynomial}}^{E,M}(Q^2) = G_{\text{sd}}(Q^2) \cdot G_{\text{polynomial}}^{E,M}(Q^2) \quad (36)$$

Die hohe Ordnung des Polynomterms ist notwendig, um den Formfaktor über ein großes Q^2 -Intervall zu beschreiben. Mit den tabellierten Werten aus [17] erhält man nach Durchführung einer Kurvenanpassung folgende Ergebnisse:

Parameter	G_E^p	Parameterfehler für ΔG_E^p	G_M^p	Parameterfehler für ΔG_M^p
a_1	-0.48818	0.00269	0.27814	0.00979
a_2	5.20168	0.09124	-5.6776	0.2639
a_3	-32.22855	1.10183	36.5010	2.59433
a_4	112.32519	6.24298	-112.99	12.10371
a_5	-231.64144	18.62964	196.640	30.02163
a_6	283.78979	30.10208	-197.640	40.65833
a_7	-193.25343	24.86691	108.090	28.36008
a_8	56.33867	8.21897	-24.988	7.9649
$\chi^2/D.o.F.$	0.003		0.016	

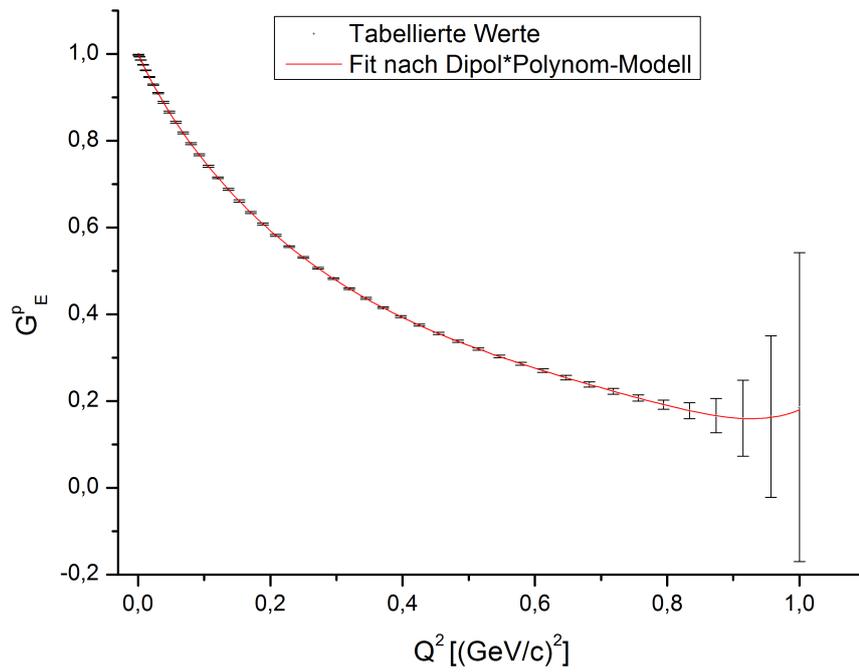


Abb. 8: Fit für den elektrischen Formfaktor des Protons (mit Origin 8.1 erstellt)

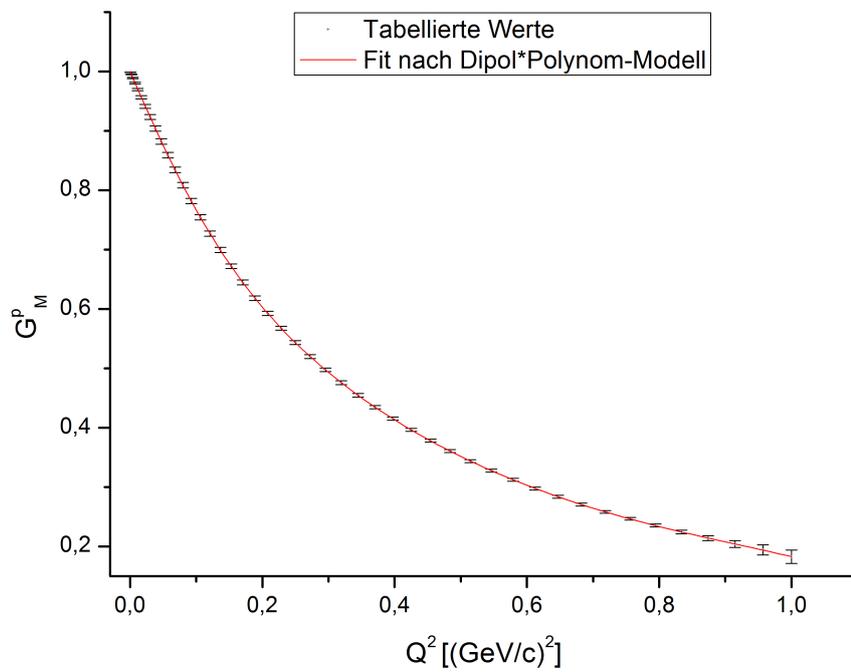


Abb. 9: Fit für den magnetischen Formfaktor des Protons

Man erkennt, dass die Kurvenanpassungen bei größer werdenden Q^2 -Werten zusehends ungenauer werden, was jedoch für diese Arbeit nicht relevant ist, da nur kleine Impulsüberträge ($Q^2 \approx 0, 1(\text{GeV}/c)^2$) betrachtet werden. Die parametrisierten Fehler $\Delta G_{E,M}^p$ ergeben sich nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung zu:

$$\Delta G_{E,M}^p(Q^2) = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^8 \left(\frac{Q^{2i} \Delta a_i}{G_{\text{sd}}^{-1}} \right)^2 \right] + \left(\sum_{i=0}^8 -\frac{2\Delta Q^2}{G_{\text{sd}}^{-3/2} \cdot 0,71} \cdot a_i Q^{2i} + \frac{\Delta Q^2}{G_{\text{sd}}^{-1}} \cdot i a_i Q^{2(i-1)} \right)^2} \quad (37)$$

Dabei sei per Definition $a_0 = 1$.

5.2 Elektromagnetische Formfaktoren des Neutrons $G_{E,M}^n$

Bei der Parametrisierung der elektromagnetischen Formfaktoren des Neutrons wird im Wesentlichen auf die Dissertation von Marouan Abdelbaste El Yakoubi [19] Bezug genommen. Der elektrische Formfaktor G_E^n wird nach dem Modell von Galster [20] parametrisiert:

$$G_E^n(Q^2) = \frac{A\tau}{1+B\tau} \cdot G_{\text{standard dipol}}(Q^2) \quad (38)$$

Hierbei sind τ und $G_{\text{standard dipol}}(Q^2) = G_{\text{sd}}$ wie im vorhergehenden Kapitel definiert. Der Fehler ΔG_E^n wird mit Hilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\Delta G_E^n(Q^2) = \left[\left(\frac{\tau \Delta A}{(1+B\tau)G_{\text{sd}}^{-1}} \right)^2 + \left(-\frac{A\tau^2 \Delta B}{(1+B\tau)^2 G_{\text{sd}}^{-1}} \right)^2 + \left(\frac{A\Delta\tau}{(1+B\tau)^2 G_{\text{sd}}^{-1}} \right)^2 + \left(-\frac{2A\tau \Delta Q^2}{(1+B\tau)(1+\frac{Q^2}{0.71})^3 \cdot 0.71} \right)^2 \right]^{(1/2)} \quad (39)$$

Mit dieser Parametrisierung wurde für die tabellierten Werte, die zur Dissertation von El Yakoubi gehören, in einem Bereich von 0 bis 3 $(\text{GeV}/c)^2$ für Q^2 eine Kurvenanpassung (Abb. 10) durchgeführt:

Parameter	G_E^n	Parameterfehler für ΔG_E^n
A	2.28409	$2.43169 \cdot 10^{-4}$
B	4.41942	0.00344
$\chi^2/D.o.F.$	$1.6 \cdot 10^{-4}$	

Für den magnetischen Formfaktor des Neutrons wurde eine Parametrisierung durch ein Polynom 9. Grades gewählt, da hier für unsere Q^2 -Intervalle bessere Ergebnisse zustande

kommen, als mit den vorgestellten Modellen aus [19]. Der Fehler wird wie gewohnt nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$G_M^n(Q^2) = \sum_{i=0}^9 a_i \cdot Q^{2i} \quad (40)$$

$$\Delta G_M^n(Q^2) = \sqrt{\left[\sum_{i=0}^9 (Q^{2i} \Delta a_i)^2 \right] + \left(\sum_{i=0}^9 i a_i Q^{2(i-1)} \cdot \Delta Q^2 \right)^2} \quad (41)$$

Nachfolgend sind die Parameter für G_M^n und beide Kurvenanpassungen (Abb. 10 und 11) dargestellt:

Parameter	G_M^n	Parameterfehler für ΔG_M^n
a_0	-1.9147	$2.5789 \cdot 10^{-4}$
a_1	6.47767	0.03024
a_2	-17.32918	0.25554
a_3	31.80021	0.85348
a_4	-37.18707	1.43825
a_5	27.52359	1.36651
a_6	-12.81713	0.76519
a_7	3.63457	0.2505
a_8	-0.57277	0.04435
a_9	0.03843	0.00328
$\chi^2/D.o.F.$	0.2812	

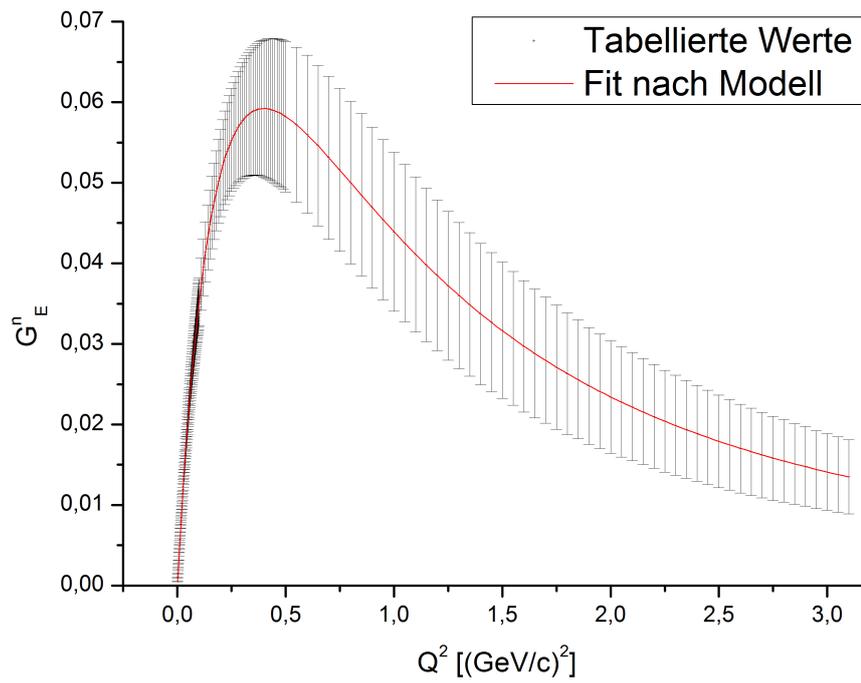


Abb. 10: Fit für den elektrischen Formfaktor des Neutrons

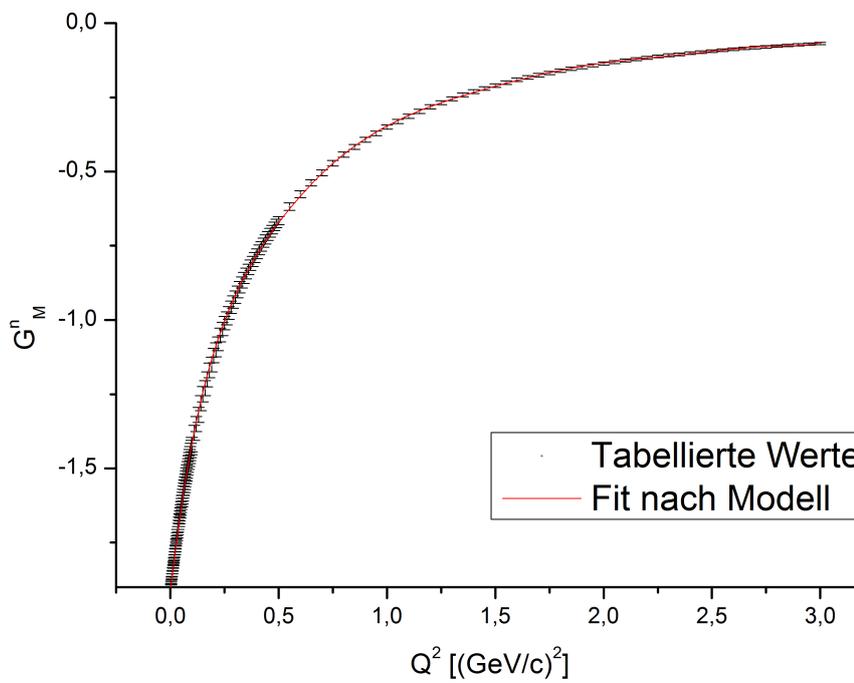


Abb. 11: Fit für den magnetischen Formfaktor des Neutrons

5.3 Strangeness-Formfaktoren $G_{E,M}^s$

Bei der Parametrisierung der Strangeness-Formfaktoren werden wieder zwei verschiedene Modelle gebraucht. Der elektrische Formfaktor G_E^s wird wieder nach Galster [20] parametrisiert. Die nachfolgende Tabelle enthält die sich aus der Kurve ergebenden Parameter:

Parameter	G_E^s	Parameterfehler für ΔG_E^s
A	0.32267	0.65001
B	4.686	22.68929
$\chi^2/D.o.F.$	0.321	

Der magnetische Strangeness-Formfaktor G_M^s wird mit Hilfe einer Parametrisierung von Young [21] dargestellt:

$$G_M^s(Q^2) = 0.044 + 0.93 \cdot Q^2 \quad (42)$$

$$\Delta G_M^s(Q^2) = \sqrt{0.34 - 7.02 \cdot Q^2 + 47.8 \cdot Q^4} \quad (43)$$

Durch diese Parametrisierungen ergeben sich große Unsicherheiten bei den Strangeness-Beiträgen zu den Formfaktoren, was sich stark auf den Gesamtfehler des Weinbergwinkels auswirkt. Deshalb wird in dieser Arbeit im Folgenden die Annahme gemacht, dass die Fehler ΔG_M^s und ΔG_E^s um den Faktor 4 verkleinert werden könnten, und damit weitergerechnet. Neben dem Fehler der gemessenen Asymmetrie und des axialen Formfaktors \tilde{G}_A^p , haben diese Beiträge die größte Auswirkung auf die Genauigkeit der Bestimmung des Weinbergwinkels, weshalb eine genauere Bestimmung der Strangeness-Formfaktoren einen direkten positiven Effekt zu dieser Analyse beitragen würde.

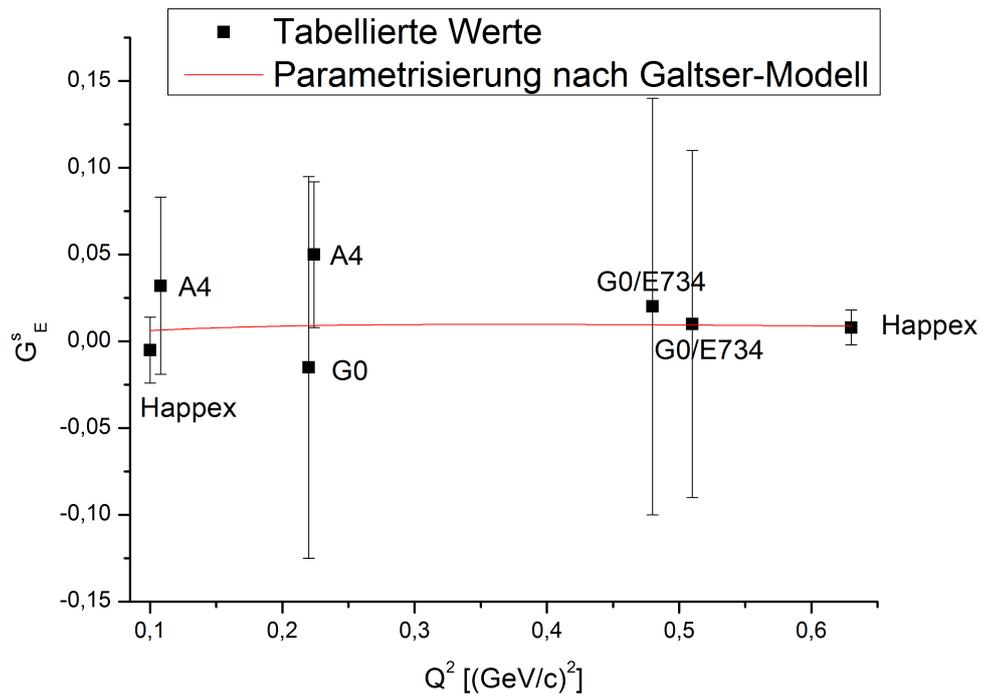


Abb. 12: Fit für den elektrischen Strangeness-Formfaktor

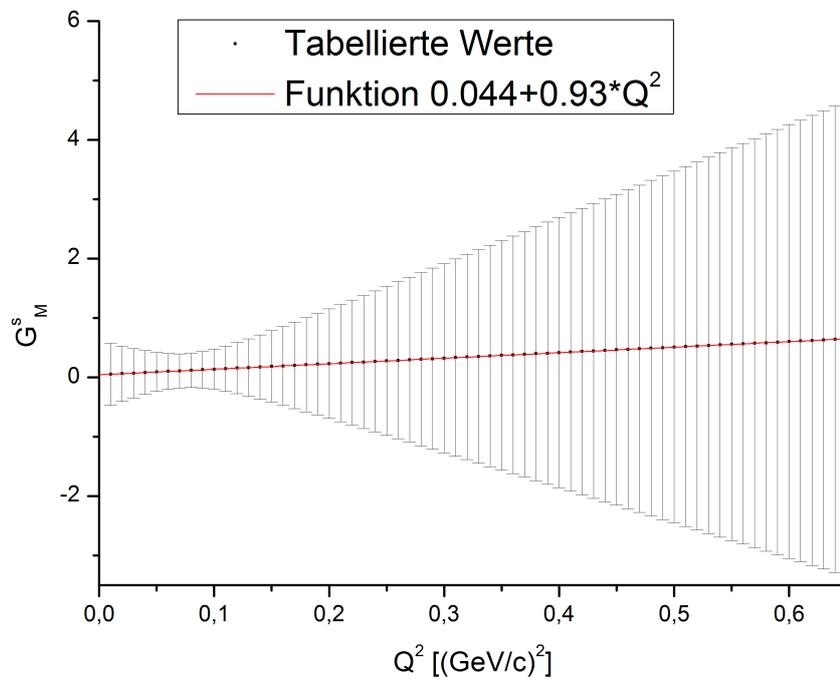


Abb. 13: Fit für den magnetischen Strangeness-Formfaktor

5.4 Axialer Formfaktor des Protons \tilde{G}_A^p

Die Parametrisierung von \tilde{G}_A^p erfolgt nach Musolf et.al. [8]. Der Formfaktor kann als Multiplikation eines Dipol-Terms und eines Anteils bei $Q^2 = 0$ geschrieben werden. Der Axial-Vektor-Dipol-Massen-Parameter hat den Wert $M_A = 1.032 \pm 0.036$:

$$G_A^p(Q^2=0) = -1.136 \pm 0.411 \quad \text{Anteil bei } Q^2=0 \quad (44)$$

$$G_A^D(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{M_A^2}\right)^{-2} \quad \text{Dipol-Anteil} \quad (45)$$

$$\tilde{G}_A^p = G_A^p(Q^2 = 0) \cdot G_A^D(Q^2) \quad \text{gesamter Axialfaktor} \quad (46)$$

$$\Delta\tilde{G}_A^p = \left[\left(\frac{0.411}{\left(1 + \frac{Q^2}{M_A^2}\right)^2} \right)^2 + \left(\frac{2 \cdot 1.136 \cdot \Delta Q^2}{\left(1 + \frac{Q^2}{M_A^2}\right)^3 M_A^2} \right)^2 + \left(\frac{4 \cdot 1.136 \cdot Q^2 \cdot \Delta M_A}{\left(1 + \frac{Q^2}{M_A^2}\right)^3 M_A^3} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (47)$$

Nachfolgend ist die Kurvenanpassung für \tilde{G}_A^p dargestellt (Abb. 14):

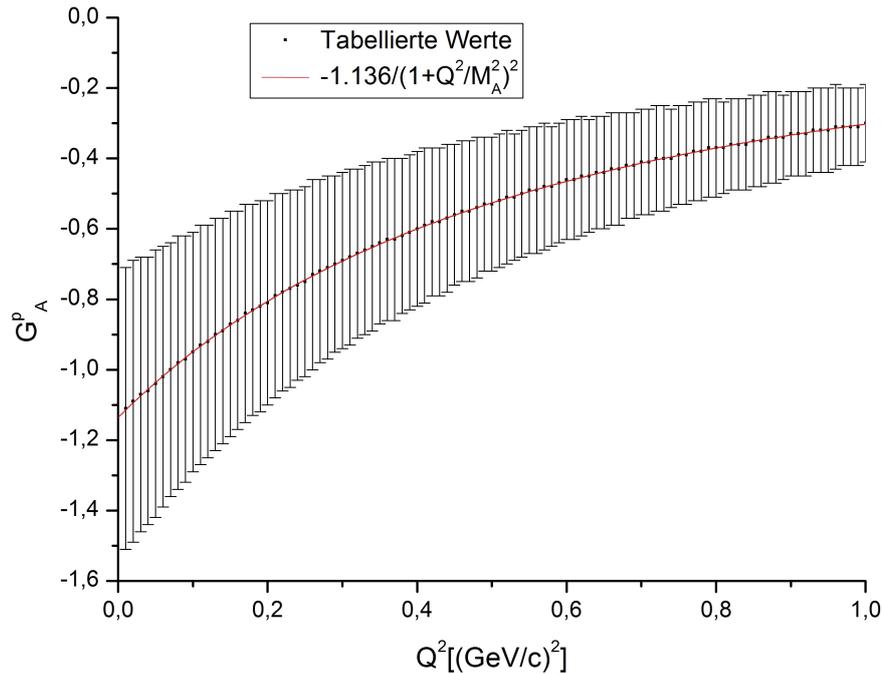


Abb. 14: Fit für den axialen Formfaktor des Protons

5.5 Isospin-brechende elektromagnetische Formfaktoren $G_{E,M}^{u,d}$

Bei der Parametrisierung von $G_{E,M}^{u,d}$ wird mangels tabellierten Daten eine graphische Bestimmung der möglichen Werte vorgenommen. Dabei wird auf die Arbeit von B. Kubis

und R. Lewis [10] Bezug genommen. Die Vorgehensweise schließt eine möglichst genaue Bestimmung der Mittelpunkte der Fehlerbänder (Abb.15 und 16) bei fest gewählten Q^2 -Intervallen und die Ermittlung der Abweichungen, die als Fehler der Mittelpunkte fungieren, ein. Die graphische Bestimmung erfolgt mit dem Programm Paint.NET, wobei die Pixelkoordinaten der jeweiligen Ober- und Untergrenzen bestimmt und die Mittelwerte errechnet werden. Danach wird eine Umskalierung der Pixelkoordinaten auf die Achsen-Einheiten durchgeführt und schließlich eine Kurvenanpassung der erhaltenen Werte mit dem Programm Origin 8.1 vorgenommen (Abb. 17 und 18), wobei Polynome 4. Grades als Kurvenanpassungs-Modell benutzt werden:

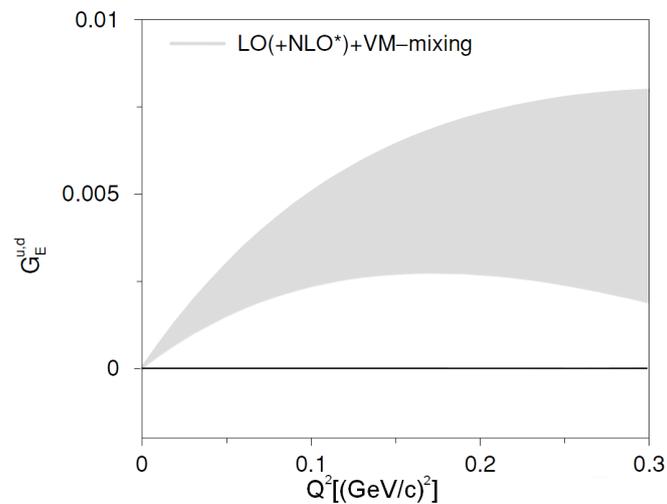


Abb. 15: Fehlerband des elektrischen Isospin-brechenden Formfaktors [10]

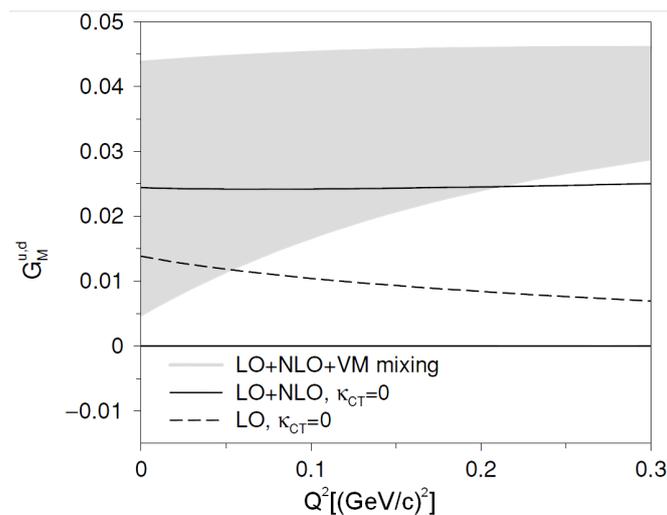


Abb. 16: Fehlerband des magnetischen Isospin-brechenden Formfaktors [10]

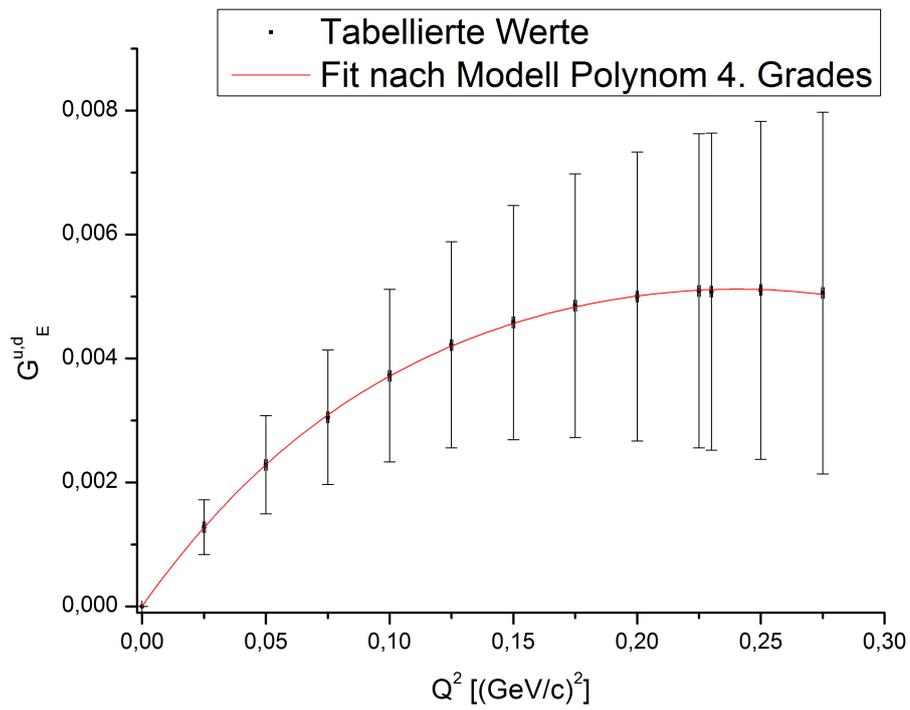


Abb. 17: Fit für den elektrischen Isospin-brechenden Formfaktor

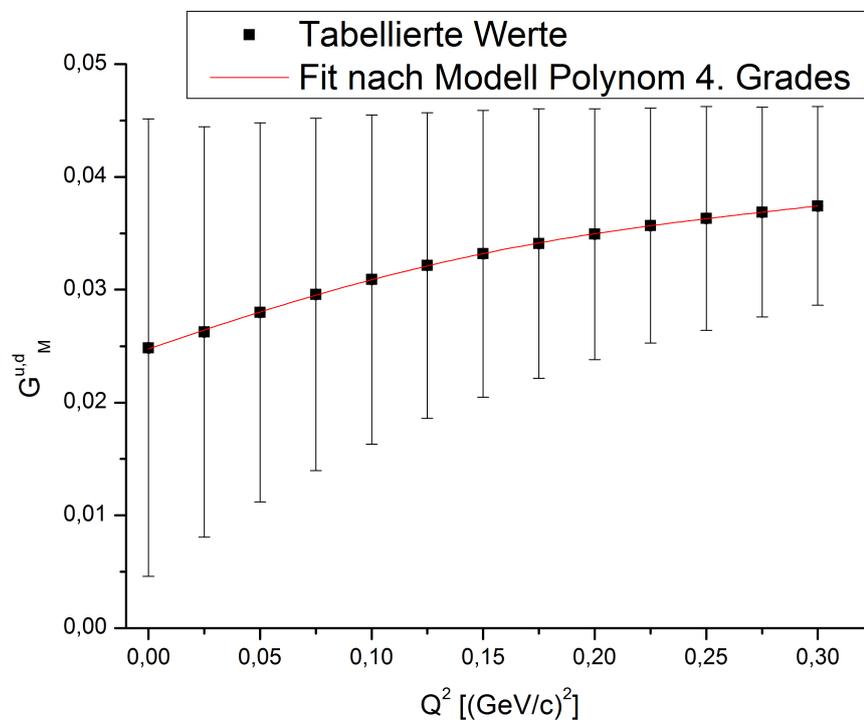


Abb. 18: Fit für den magnetischen Isospin-brechenden Formfaktor

Die beiden oberen Graphiken aus Abb. 15 und 16 sind [10] entnommen. Die Fehlerbänder wurden dort mit Hilfe chiraler Störungstheorie errechnet. Hierbei sind LO „leading order $\mathcal{O}(p^4)$ “ (=führende Ordnung), NLO „next-to-leading order $\mathcal{O}(p^5)$ “ (=nächste neben führender Ordnung) und VM-mixing „vector meson contribution“ (=Vektor-Meson-Beitrag). Dabei steht p gemeinsam für kleine Parameter wie Impuls, die π^0 -Masse oder die el. Kopplung. Aus den Kurvenanpassungen erhält man folgende Parameter:

Parameter	$G_E^{u,d}$	Parameterfehler für $\Delta G_E^{u,d}$	$G_M^{u,d}$	Parameterfehler für $\Delta G_M^{u,d}$
a_0	$1.34 \cdot 10^{-13}$	$1.51 \cdot 10^{-9}$	0.02475	$8.96 \cdot 10^{-5}$
a_1	0.0567	$4.20 \cdot 10^{-4}$	0.06787	0.00381
a_2	-0.24657	0.01039	-0.03042	0.04929
a_3	0.58134	0.0735	-0.43676	0.23408
a_4	-0.70022	0.15482	0.84684	0.36678
$\chi^2/D.o.F.$	$2.290 \cdot 10^{-4}$		$2.411 \cdot 10^{-5}$	

Mit diesen Parametern können die Isospin-brechenden elektromagnetischen Formfaktoren $G_{E,M}^{u,d}$ und ihre Fehler folgendermaßen berechnet werden:

$$G_{E,M}^{u,d}(Q^2) = \sum_{i=0}^4 a_i \cdot Q^{2-i} \quad (48)$$

$$\Delta G_{E,M}^{u,d}(Q^2) = \sqrt{\left[\sum_{i=0}^4 (Q^{2-i} \Delta a_i)^2 \right] + \left(\sum_{i=0}^4 i a_i Q^{2-(i-1)} \cdot \Delta Q^2 \right)^2} \quad (49)$$

6 Auswertung der Daten

6.1 Experimentelle Parameter

Das P2-Experiment soll bei der Bestimmung des Weinbergwinkels mindestens die Genauigkeit von Q_{weak} , welche bei $\sim 0.3\%$ liegen soll, erreichen. Nachfolgend sollen die experimentellen Parameter variiert werden, um die optimalen Einstellungen für das Experiment zu finden. Es wird bei einem kleinen Impulsübertrag von $Q^2 = 0.005 \text{ (GeV/c)}^2$ integrierend gemessen. Die Strahlenergie soll $(137 \pm 0.15) \text{ MeV}$ betragen. Der Strahlstrom ist auf $150 \mu\text{A}$ festgesetzt, während die Polarisation des Elektronenstrahls 85% betragen soll. Es wird angestrebt die Genauigkeit in der Bestimmung des Polarisationsgrades auf 0.5% zu senken. Um den angegebenen Impulsübertrag zu erreichen, ist ein Laborwinkel von etwa 30° notwendig. Für den Fehler des Laborwinkels muss die Versuchsgeometrie in Betracht gezogen werden (Anhang C). Durch die die Genauigkeit der Positionsbestimmung des Detektors in x- sowie y-Richtung wird der Fehler festgelegt. Über trigonometrische Beziehungen lässt sich dann der Laborwinkel als $\Theta_l = \arctan\left(\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}\right)$ schreiben und dann mit Hilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung ein Fehlerwert von $\Delta\Theta_l = (5 \cdot 10^{-6})^\circ$ errechnen.

6.2 Messprinzip

Die experimentelle Realisierung besteht aus einer Ereignismengenbestimmung von polarisierten Elektronen an einem unpolarisierten Proton-Target. Dabei werden die polarisierten Elektronen von einem Detektor unter bestimmten Raumwinkeln nachgewiesen und gezählt. Die gesuchte Asymmetrie ist als die Differenz der detektierten Ereignisse der verschiedenen Polarisationsrichtungen (+, -) definiert, welche auf die Summe der Ereignisse normiert ist.

$$A^{exp} = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} \quad (50)$$

Aus dieser Rohsymmetrie wird die physikalische Asymmetrie bestimmt, die direkt von der Polarisation P des Elektronenstrahls und noch sogenannten apparativen Asymmetrien A_i^{app} abhängt, die hier vernachlässigt werden:

$$A^{exp} = P \cdot A^{phys} + \sum_i A_i^{app} \quad (51)$$

6.3 Der Fehler der gemessenen Asymmetrie

Der Fehler der gemessenen Asymmetrie A^{exp} ist entsprechend der zu erwartenden statistischen Verteilung der Ereignisse als Fehler einer Poisson-Verteilung anzusetzen als $\Delta N = \sqrt{N}$. Dies muss gleichermaßen für die Summe und die Differenz der verschiedenen polarisierten Ereignisse gelten, weshalb man den Fehler der gemessenen Asymmetrie angeben kann als:

$$\begin{aligned}
 \Delta A^{exp} &= A^{exp} \sqrt{\left(\frac{\Delta(N^+ - N^-)}{(N^+ - N^-)}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(N^+ + N^-)}{(N^+ + N^-)}\right)^2} \\
 &= A^{exp} \sqrt{\frac{N}{(N^+ - N^-)^2} + \frac{1}{N}} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{(A^{exp})^2}{N}} \\
 &\approx \frac{1}{\sqrt{N}} + \mathcal{O}((A^{exp})^2)
 \end{aligned} \tag{52}$$

Im letzten Rechenschritt wird die Annahme gemacht, dass bei der großen Ereignismenge ungefähr gleich viele N^+ - und N^- -Ereignisse auftreten. Um die gewünschte hohe Genauigkeit zu erreichen, ist eine entsprechende Anzahl von registrierten Ereignissen notwendig. Dabei kann entweder die Luminosität oder die Messzeit angepasst werden.

Der Fehler des Weinbergwinkels hängt nicht zuletzt vom Fehler der gemessenen Asymmetrie ab, der wegen seiner statistischer Natur von den registrierten Ereignissen abhängt:

$$\Delta \sin^2(\Theta_W) = \sqrt{\left(\frac{\partial \sin^2(\Theta_W)}{\partial A^{exp}} \Delta A^{exp}\right)^2} \dots \tag{53}$$

Deshalb kann man eine minimale Anzahl an Ereignissen bestimmen, um die gewünschte Größe des Fehlers zu erhalten. Da wir an der benötigten Messzeit interessiert sind, ist es notwendig den Fehler der gemessenen Asymmetrie in Abhängigkeit des Laborwinkels Θ_{lab} auszudrücken, weil die detektierten Ereignisse stark winkelabhängig sind. Die registrierten Ereignisse können als Produkt der Luminosität und des Wirkungsquerschnitts integriert über die Messzeit dargestellt werden:

$$N = \int_{t_0}^{t_{max}} L \cdot \sigma \cdot dt \tag{54}$$

Dabei ist die Luminosität das Produkt aus dem Fluss der Strahlteilchen und der Flächendichte des Targets:

$$L = \phi_e \cdot \rho_{H_2} \tag{55}$$

mit:

$$\begin{aligned} \phi_e = \frac{I_{e^-}}{e} &:= \text{Fluss der Strahlteilchen}, & I_{e^-} &:= \text{Elektronenstrom}, \\ e &:= \text{Elementarladung [2]} & \rho_{H_2} = \bar{\rho}_{H_2} \cdot D &:= \text{Flächendichte von } H_2, \\ \bar{\rho}_{H_2} &:= \text{mittlere Dichte von } H_2, & D &:= \text{Targetlänge} \end{aligned}$$

Daraus folgt für die Luminosität:

$$L = \frac{I_{e^-}}{e} \left[\frac{\text{Elektronen}}{s} \right] \cdot \bar{\rho}_{H_2} \left[\frac{g}{cm^3} \right] \cdot D [cm] \cdot \frac{N_A}{A} \left[\frac{\text{Atome}}{g} \right] \quad (56)$$

wobei $N_A = 6.02214179(30) \cdot 10^{23} \frac{1}{Mol}$ [2] die Avogadro-Zahl und $A = 1.00784$ g [22] die Atommasse von H darstellt. Mit einem Strahlstrom von $150 \mu A$, einer Targetlänge von 30 cm und einer mittleren Dichte für Wasserstoff von $0.07079 \frac{g}{cm^3}$ [22] erhalten wir für die Luminosität:

$$L = 1.188 \cdot 10^{39} \frac{1}{s \cdot cm^2} \quad (57)$$

Desweiteren fließt in die Ereignisanzahl der elastische Wirkungsquerschnitt ein, der nach der Rosenbluth-Formel [6] berechnet werden kann:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{lab} = \frac{\alpha^2 \cos^2 \left(\frac{\Theta_l}{2} \right)}{4E^2 \sin^4 \left(\frac{\Theta_l}{2} \right)} \frac{E'}{E} \left[\frac{(G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2}{1 + \tau} + 2\tau (G_M^p)^2 \tan^2 \left(\frac{\Theta_l}{2} \right) \right] \quad (58)$$

Hierbei kann

$$\tau = \frac{Q^2}{4M_p^2 c^2} \quad (59)$$

als Wahrscheinlichkeit für einen Spin-Flip interpretiert werden. Für weitere Berechnungen benötigt man den integrierten Wirkungsquerschnitt, was bedeutet, dass der differentielle Wirkungsquerschnitt über den Raumwinkel integriert werden muss. Hierbei kann man die Integration über den Azimutwinkel wegen der Isotropie des Raumes sofort ausführen. Für die Detektorakzeptanz wird ein Bereich von $\pm 2^\circ$, $\pm 6^\circ$ oder $\pm 10^\circ$ variiert, um Ergebnisse mit unterschiedlichen Akzeptanzen diskutieren zu können. Mit den vorher diskutierten Parametrisierungen der Formfaktoren und einer Akzeptanz von 10° erhält man für den integrierten Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma(\Theta_l) = \int_0^{2\pi} \cdot \int_{-10^\circ}^{10^\circ} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{lab} \cdot \sin(\Theta_l) \cdot d\Phi \cdot d\Theta_l \quad (60)$$

Die Integralgrenzen sind entsprechend der Detektorakzeptanz angepasst. Bei einer Messzeit von 10000 Stunden ergibt sich für die Anzahl der Ereignisse:

$$N = L \cdot \sigma(\Theta_l) \cdot T_{mess} \quad (61)$$

Letztendlich erhält man für den Fehler der gemessenen Asymmetrie:

$$\Delta A^{exp} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot \sigma(\Theta_l) \cdot T_{mess}}} \quad (62)$$

Nun werden die Ergebnisse für verschiedene Strahlenergien E_{beam} , Laborwinkel Θ_l und Detektorakzeptanzen errechnet und dargestellt:

E_{beam}	Θ_l	Akzeptanz	$\sigma(\Theta_l)$ [cm^2]	N	ΔA^{exp} [ppb]	
0.137 GeV	20°	±2°	$4.418 \cdot 10^{-29}$	$1.890 \cdot 10^{18}$	0.727	
		±6°	$1.578 \cdot 10^{-28}$	$6.751 \cdot 10^{18}$	0.385	
		±10°	$3.906 \cdot 10^{-28}$	$1.671 \cdot 10^{19}$	0.245	
	30°	±2°	$1.218 \cdot 10^{-29}$	$5.208 \cdot 10^{17}$	1.386	
		±6°	$3.954 \cdot 10^{-29}$	$1.691 \cdot 10^{18}$	0.769	
		±10°	$7.758 \cdot 10^{-29}$	$3.318 \cdot 10^{18}$	0.549	
	0.200 GeV	20°	±2°	$2.041 \cdot 10^{-29}$	$8.730 \cdot 10^{17}$	1.070
			±6°	$7.291 \cdot 10^{-29}$	$3.118 \cdot 10^{18}$	0.566
			±10°	$1.804 \cdot 10^{-28}$	$7.716 \cdot 10^{18}$	0.360
30°		±2°	$5.532 \cdot 10^{-30}$	$2.366 \cdot 10^{17}$	2.056	
		±6°	$1.796 \cdot 10^{-29}$	$7.680 \cdot 10^{17}$	1.141	
		±10°	$3.522 \cdot 10^{-29}$	$1.506 \cdot 10^{18}$	0.815	

6.4 Variation der Messzeit

Eine längere Messzeit bedeutet automatisch mehr Wartungsaufwand, eine größere Wahrscheinlichkeit für Fehlfunktionen, sowie höhere Kosten eines Experiments, deshalb ist eine Analyse der Abhängigkeit von $\Delta \sin^2(\Theta_l)$ von der Messzeit interessant und legitim. Im Folgenden soll diese Abhängigkeit bei einer Detektorakzeptanz von $\pm 10^\circ$ in einem Graph dargestellt und untersucht werden. Dabei bleiben alle Parameter, wie im Kapitel 6.1 dargestellt, fest, während nur die Messzeit variiert wird. Die Strahlenergie ist $E_{beam} = 0.137$ GeV und der Laborwinkel ist $\Theta_l = 30^\circ$. Im Anhang C finden sich Graphiken zu einer Detektorakzeptanz von $\pm 2^\circ$ sowie $\pm 6^\circ$:

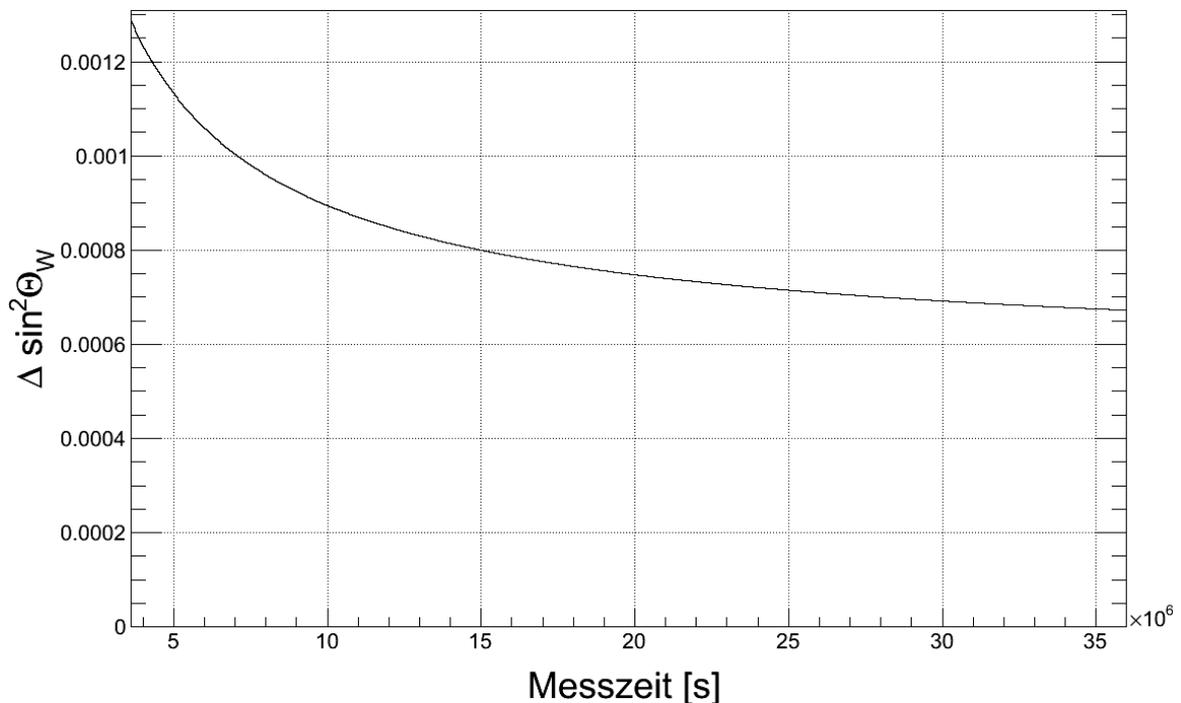


Abb. 19: Abhängigkeit von $\Delta \sin^2(\Theta_l)$ von der Messzeit (Akzeptanz von $\pm 10^\circ$)

Wie erwartet, wird der Fehler des Weinbergwinkels mit steigender Messzeit kleiner. Aus dem Graphen (Abb. 19) ist zudem deutlich zu erkennen, dass bei einer Messzeit von nur 5000 Stunden, was der Hälfte der geplanten Messzeit entspricht, der Fehler nur um etwa 0.0001 zunimmt. Die letzten 2500 Stunden, ein Viertel der Gesamtmesszeit, verbessern die Genauigkeit um gerade einmal ~ 0.00004 , woraus sich die Überlegung ableitet, ob der Aufwand dem Nutzen entspricht. Weiterhin kann man aus dem Graphen abschätzen, dass bei vorliegenden Eingangsparametern eine Messzeit von mindestens 5000 Stunden notwendig ist, um die Genauigkeit von Q_{weak} , die für den Weinbergwinkel bei $\sim 0.3\%$ liegen soll, zu erreichen.

Jetzt soll bei gleichem Laborwinkel und gleicher Akzeptanz ($\Theta_l = 30^\circ$, Akzeptanz = $\pm 10^\circ$), jedoch bei einer Strahlenergie von $E_{beam} = 0.137$ GeV die Abhängigkeit von der Messzeit dargestellt werden. Auch für diese kinetischen Parameter sind im Anhang C Kurven für Detektorakzeptanzen von $\pm 2^\circ$ sowie $\pm 6^\circ$ enthalten:

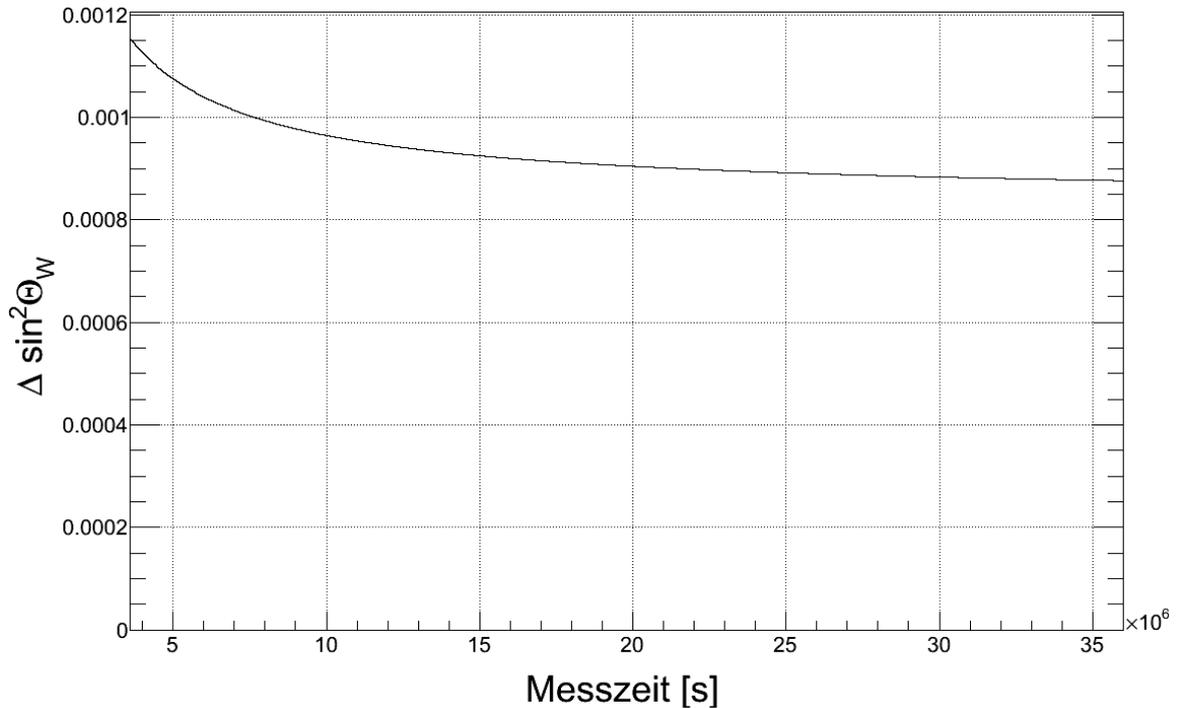


Abb. 20: Abhängigkeit von $\Delta \sin^2(\Theta_l)$ von der Messzeit (Akzeptanz von $\pm 10^\circ$)

Aus dem Vergleich der beiden Graphen wird deutlich, dass der Fehler von $\Delta \sin^2(\Theta_l)$ bei der kleineren Strahlenergie von $E_{beam} = 0.137$ GeV zwar bei minimaler Messzeit größer ist, jedoch schneller fällt und bei maximaler Messzeit von 10000 Stunden kleiner ist als bei $E_{beam} = 0.200$ GeV.

6.5 Variation des Fehlers der Polarisation

Die Polarisation beeinflusst über den Zusammenhang

$$A^{exp} = P \cdot A^{phys} + \sum_i A_i^{app}$$

direkt den Fehler des Weinbergwinkels, der aus diesem Zusammenhang durch Fehlerfortpflanzung berechnet wird. Bei bisherigen, ähnlichen Experimenten beträgt der Fehler der Polarisation zwischen 0.5%¹⁰ und 2.0%¹¹. Im P2-Experiment ist ein Fehler von $\sim 0.5\%$ vorgesehen. Nachfolgend wird für das Intervall 0.5% - 5% untersucht, ob der Aufwand, der durch die hohe Genauigkeit impliziert wird, sich durch eine signifikante Verbesserung der Genauigkeit der Weinbergwinkelbestimmung rechtfertigt. Dazu wird der Fehler des Weinbergwinkels gegen den Fehler der Polarisation aufgetragen und anschließend der Verlauf der Kurve diskutiert. Die Eingangsparameter sind wie in 6.1 ($\Theta_l = 30^\circ$, $E_{beam} = 0.137$ GeV), die Detektorakzeptanz beträgt $\pm 10^\circ$. Plots mit Detektorakzeptanzen von $\pm 2^\circ$, bzw. $\pm 6^\circ$ sind im Anhang C zu finden:

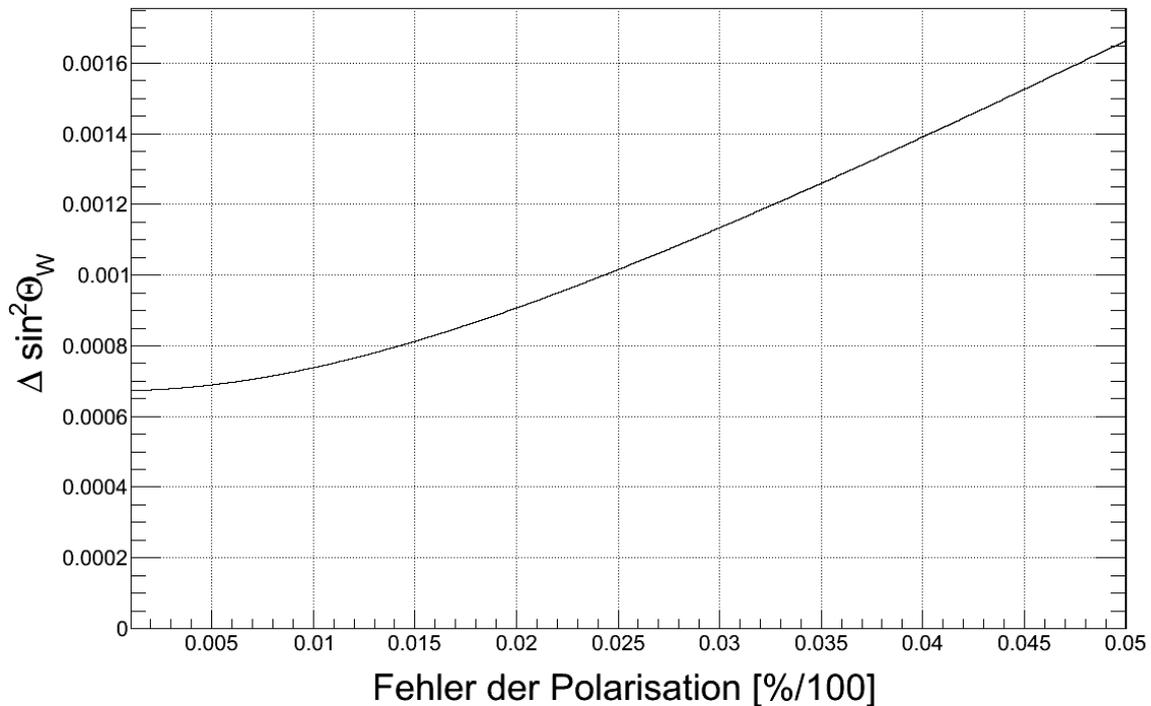


Abb. 21: Abhängigkeit von $\Delta \sin^2(\Theta_l)$ vom Fehler der Polarisation (Akz. von $\pm 10^\circ$)

Den Erwartungen entsprechend wächst $\Delta \sin^2(\Theta_l)$ mit größer werdendem Fehler der Polarisation. Ab einem Fehler der Polarisation von etwa 2.5% ist der Verlauf der Kurve als annähernd linear zu schreiben. Um für den Weinbergwinkel die relative Genauigkeit von $\sim 0.3\%$ zu erreichen ist beim Gleichbleiben der anderen Parameter ein Fehler der Polarisation von höchstens 1.3% zulässig.

¹⁰siehe [23]

¹¹siehe [16]

Jetzt soll wieder zum Vergleich bei größerer Strahlenergie $E_{beam} = 0.200$ GeV, aber sonst gleichbleibenden Parametern ($\Theta_l = 30^\circ$, Akzeptanz = $\pm 10^\circ$) die Abhängigkeit zwischen $\Delta \sin^2(\Theta_l)$ und dem Fehler der Polarisation untersucht werden:

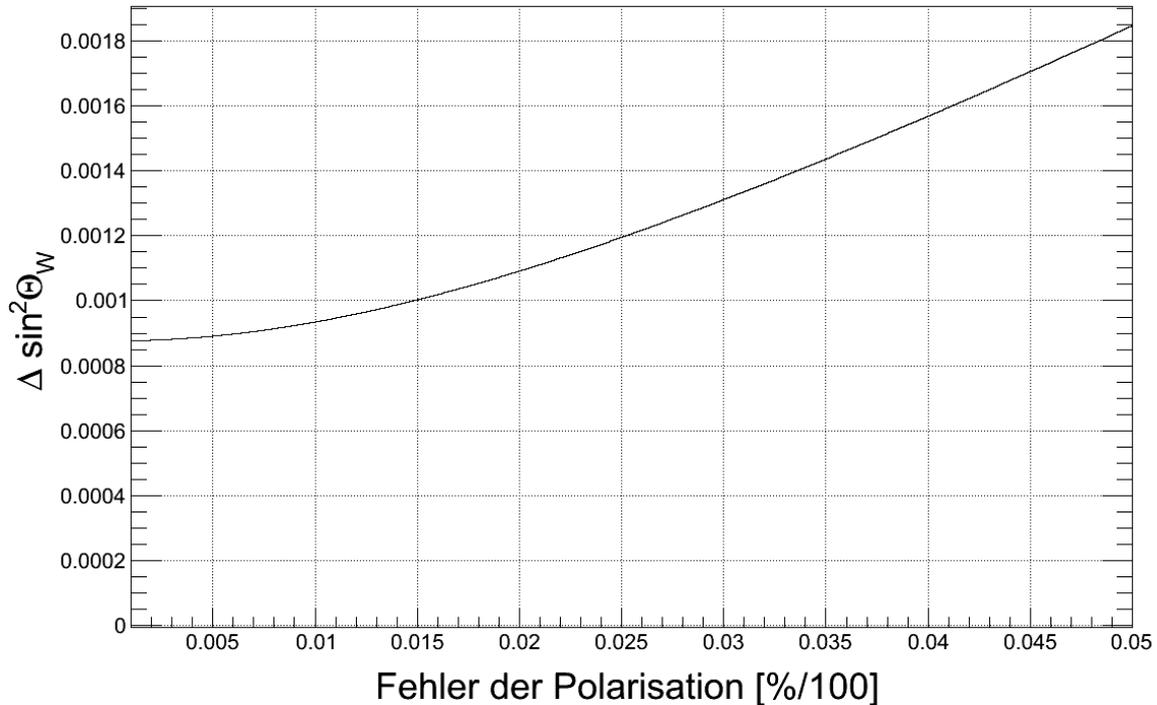


Abb. 22: Abhängigkeit von $\Delta \sin^2(\Theta_l)$ vom Fehler der Polarisation (Akz. von $\pm 10^\circ$)

Aus dem Vergleich der Kurven wird deutlich, dass der Verlauf bei verschiedenen Strahlenergien qualitativ fast keinen Unterschied zeigt, jedoch bei größerer Strahlenergie $E_{beam} = 0.200$ GeV $\Delta \sin^2(\Theta_l)$ insgesamt größer ist.

6.6 Simulation der Ergebnisse von P2

Der Hauptteil dieser Arbeit bestand im Schreiben eines Programms in der Sprache C++, welches bei Eingabe der experimentellen Parameter die Ergebnisse von P2 simulieren kann und somit eine Interpretation der richtigen Eingabeparameter ermöglicht. Das Programm berechnet sowohl die verschiedenen Formfaktoren, als auch die Kinematik des Experiments und ist so geschrieben, dass Eingangsparameter schnell und einfach global eingesetzt werden können. Bei Bedarf kann es von der A4-Kollaboration des Instituts für Kernphysik an der Universität Mainz unter Vertretung von Dr. Sebastian Baunack auf Anfrage erhalten werden. Nachfolgend sollen die simulierten Ergebnisse dargestellt werden. Dabei werden zusätzlich mögliche Ergebnisse von Q_{weak} simuliert und mit P2 verglichen: Eingangsparameter:

Parameter	Q_{weak}	Fehler Q_{weak}	P2	Fehler P2
Strahlenergie	1.165 GeV	1.165 MeV	137 MeV	150 keV
Polarisation	85 %	1%	80%	0.5%
Strahlstrom	180 μA	< 0.1%	150 μA	-
LH ₂ Targetlänge	35 cm	-	30 cm	-
Messzeit	2544 h	-	10000 h	-
Streuwinkel	7.9°	$5 \cdot 10^{-6}$ °	30.0°	$5 \cdot 10^{-6}$ °
Detektorakzeptanz	± 3 °	-	± 10 °	-
Φ -Akzeptanz	49% von 2π	-	2π	-
exp. Asymmetrie	-0.200 ppm	-	-	-

Berechnete Parameter mit dem geschriebenen Programm für $E_{\text{beam}} = 0.137$ GeV:

Parameter	Q_{weak}	Fehler Q_{weak}	P2	Fehler P2
Q^2 [(GeV/c) ²]	0.0255	$4.03 \cdot 10^{-5}$	0.00493	$7.62 \cdot 10^{-6}$
$\sin^2(\Theta_W)^*$	0.23116	0.000801*	0.23116	0.000683*
$\sin^2(\Theta_W)$	0.23116	0.002514	0.23116	0.000909
A^{theo}	-208 ppb	2.71 ppb	-36.01 ppb	0.55 ppb
L	$1.663 \cdot 10^{39}$ (1/cm s) ²	-	$1.188 \cdot 10^{39}$ (1/cm s) ²	-
diff. WQ	$1.494 \cdot 10^{-28}$ cm ² /sr	-	$5.514 \cdot 10^{-29}$ cm ² /sr	-
int. WQ	$8.947 \cdot 10^{-30}$ cm ²	-	$7.758 \cdot 10^{-29}$ cm ²	-
Counts	$1.363 \cdot 10^{17}$	-	$3.318 \cdot 10^{18}$	-
$Q_w^p^*$	0.07536	0.00321*	0.07536	0.00273*
Q_w^p	0.07536	0.01006	0.07536	0.00363

($E_{\text{beam}} = 0.137$ GeV bezieht sich auf die berechneten Daten von P2)

Berechnete Parameter mit dem geschriebenen Programm für $E_{\text{beam}} = 0.200$ GeV:

Parameter	Q_{weak}	Fehler Q_{weak}	P2	Fehler P2
Q^2 [(GeV/c) ²]	0.0255	$4.03 \cdot 10^{-5}$	0.01042	$1.11 \cdot 10^{-5}$
$\sin^2(\Theta_W)^*$	0.23116	0.000801*	0.23116	0.000871*
$\sin^2(\Theta_W)$	0.23116	0.002514	0.23116	0.001463
A^{theo}	-208 ppb	2.71 ppb	-82.49 ppb	0.81 ppb
L	$1.663 \cdot 10^{39}$ (1/cm s) ²	-	$1.188 \cdot 10^{39}$ (1/cm s) ²	-
diff. WQ	$1.494 \cdot 10^{-28}$ cm ² /sr	-	$2.507 \cdot 10^{-29}$ cm ² /sr	-
int. WQ	$8.947 \cdot 10^{-30}$ cm ²	-	$3.522 \cdot 10^{-29}$ cm ²	-
Counts	$1.363 \cdot 10^{17}$	-	$1.506 \cdot 10^{18}$	-
$Q_w^p^*$	0.07536	0.00321*	0.07536	0.00349*
Q_w^p	0.07536	0.01006	0.07536	0.00585

($E_{\text{beam}} = 0.200$ GeV bezieht sich auf die berechneten Daten von P2)

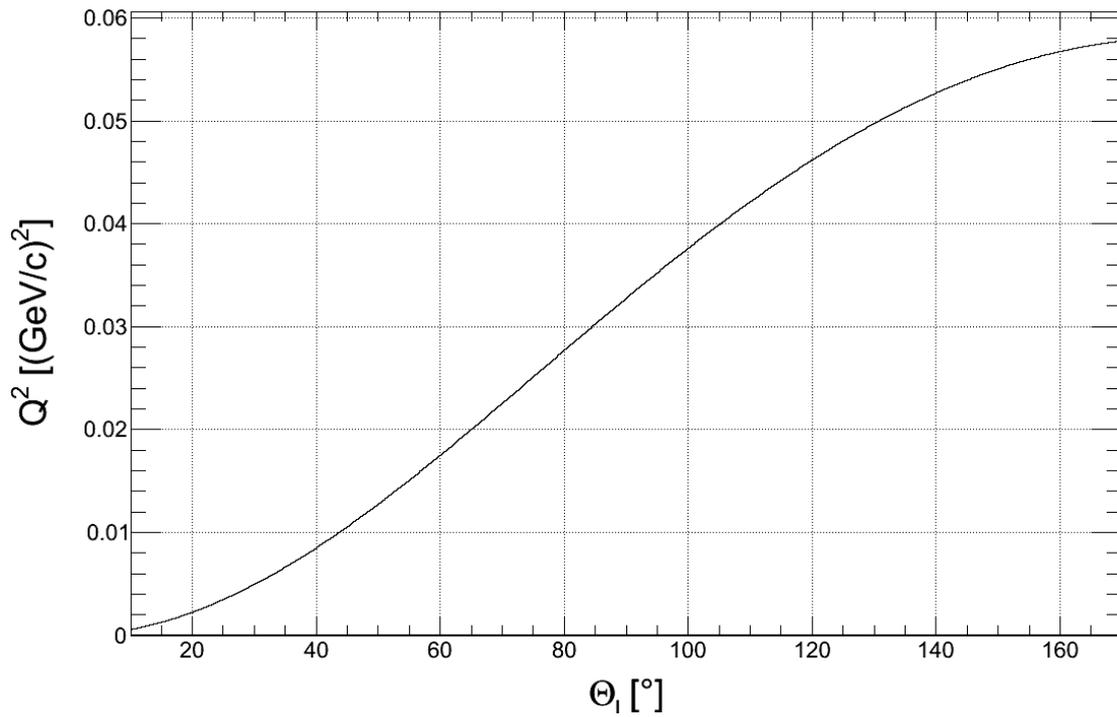
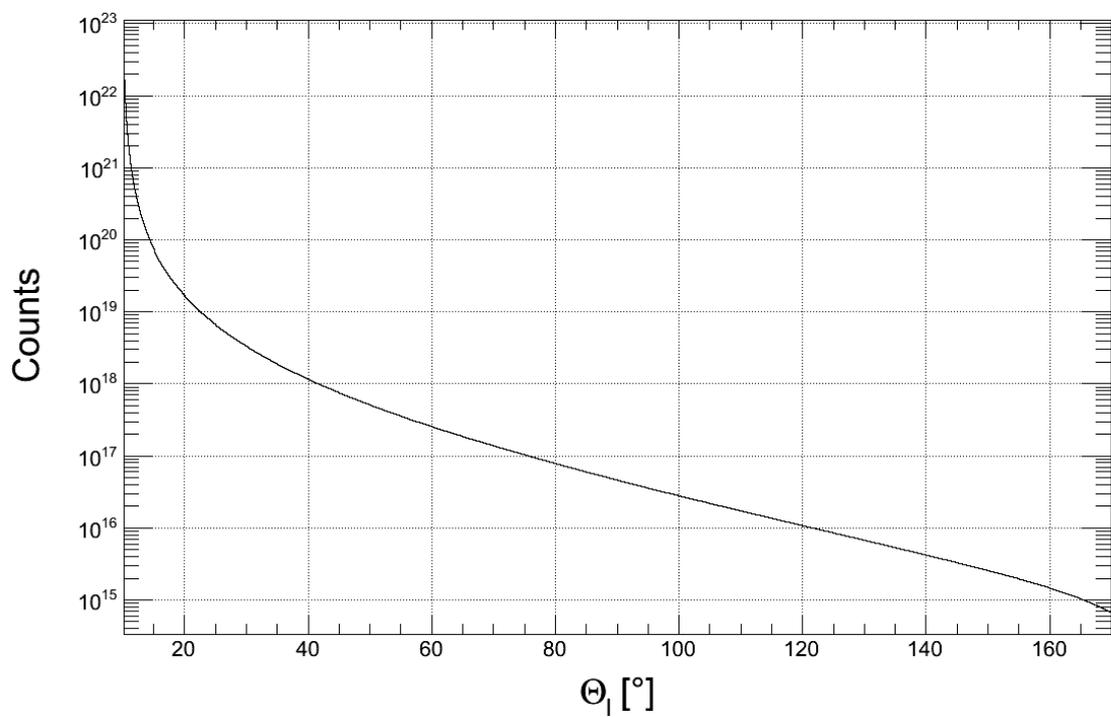
Dabei sei angemerkt, dass bei den mit * markierten Werten die Fehler von G_E^s und G_M^s mit dem Faktor 0.25 multipliziert wurden. Für den Fehler vom Streuwinkel von Q_{weak} wurde der selbe Wert wie in P2 eingesetzt.

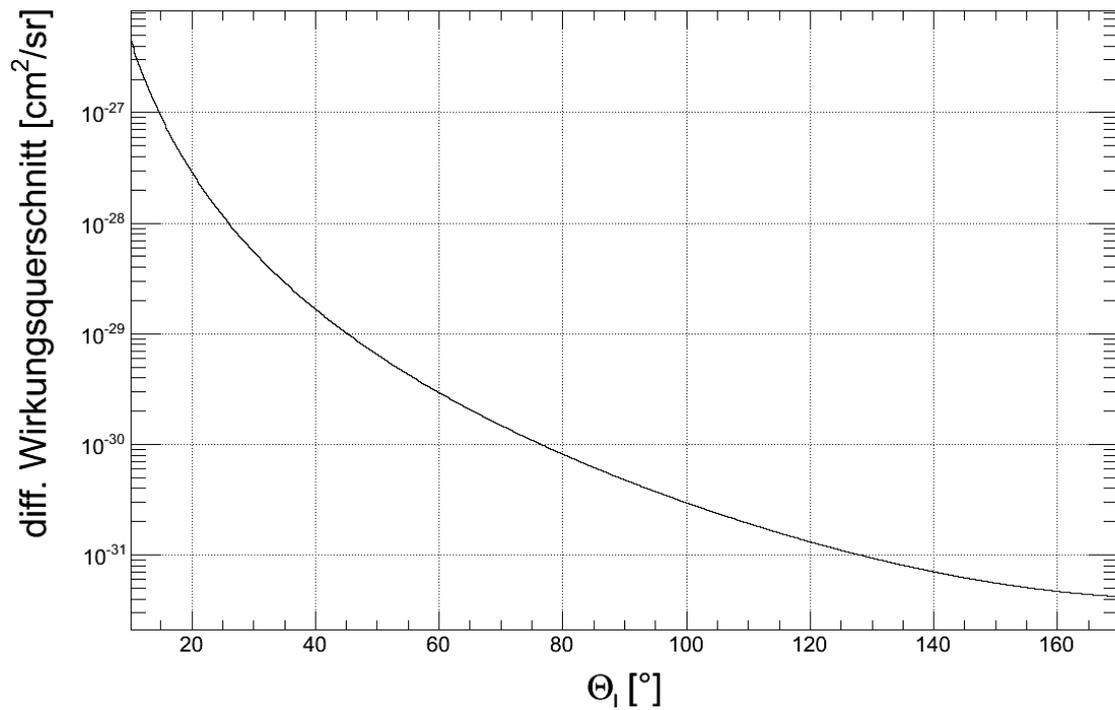
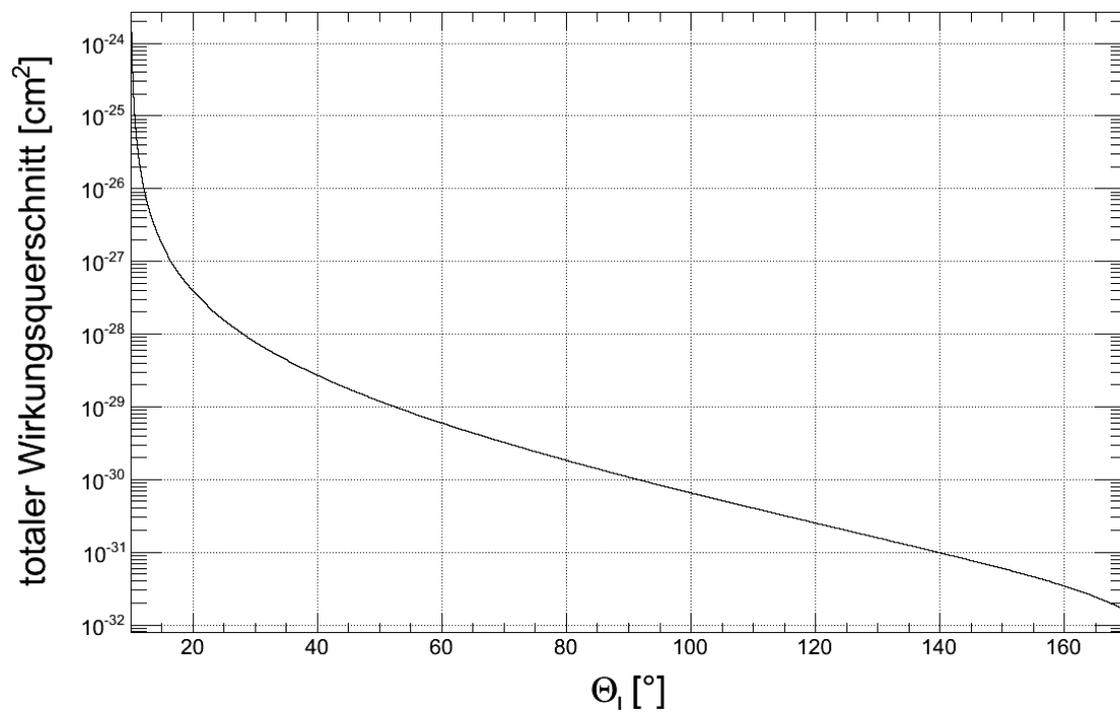
Aus den Tabellen mit den Ergebnissen lässt sich erkennen, dass zum einen das P2-Experiment genauere Ergebnisse liefert als das Q_{weak} -Experiment und zusätzlich durch Vergleich mit angestrebten Ergebnissen von Q_{weak} , dass das geschriebene Programm richtige Ergebnisse berechnet (siehe Q_{weak} -Proposal [16]). Die experimentelle Asymmetrie ist im Q_{weak} -Proposal mit -0.200 ppm angegeben. Der mit dem Programm errechnete Wert beträgt -0.208 ppm und weicht somit um 4% vom Literaturwert ab. Die Ursachen dafür sind minimale Abweichungen bei den Naturkonstanten und etwas andere Parametrisierungen der Formfaktoren. Ein weiterer Faktor ist die Berücksichtigung der Isospin-verletzenden Formfaktoren in der hier vorgestellten Rechnung, was jedoch bei Q_{weak} nicht der Fall ist.

Desweiteren wurden zur Überprüfung viele Konsistenz-Checks durchgeführt, um das richtige Arbeiten des Programms zu verifizieren. Einige von ihnen sollen hier exemplarisch vorgestellt werden. Bei allen folgenden Graphen werden die Eingangsparameter vom P2-Experiment verwendet.

Als erstes sollen die Verläufe vom Impulsübertrag (Abb. 23), von den gezählten Ereignissen (Abb. 24), vom differentiellen (Abb. 25) und vom integrierten Wirkungsquerschnitt (Abb. 26) aufgetragen gegen den Laborwinkel Θ_l , betrachtet werden. Die Strahlenergie beträgt 137 MeV, die Luminosität ergibt sich zu $1.188 \cdot 10^{39} (1/\text{cm s})^2$ und die Detektorakzeptanz ist auf $\pm 10^\circ$ festgelegt. Damit ergeben sich die dargestellten Verläufe. Die selben vier Kurven mit der Strahlenergie $E_{beam} = 0.200 \text{ GeV}$ sind im Anhang C enthalten.

Diese entsprechen den Erwartungen aus der Theorie. Man erkennt deutlich die abfallende Zählrate zu großen Laborwinkeln. Zu beachten ist auch, dass die Darstellung des differentiellen, des integrierten Wirkungsquerschnitt und der gezählten Ereignisse logarithmisch ist und dass die Parameter um ganze Größenordnungen abfallen.

Abb. 23: Q^2 aufgetragen gegen Θ_1 ($E_{beam} = 0.137$ GeV)Abb. 24: Counts aufgetragen gegen Θ_1 ($E_{beam} = 0.137$ GeV)

Abb. 25: differentieller Wirkungsquerschnitt aufgetragen gegen Θ_l ($E_{beam} = 0.137$ GeV)Abb. 26: totaler Wirkungsquerschnitt aufgetragen gegen Θ_l ($E_{beam} = 0.137$ GeV)

Als nächstes sollen die Verläufe der verschiedenen Formfaktoren in Abhängigkeit des Laborwinkels dargestellt werden. Diese können dann mit den Literaturangaben zu den Verläufen (an jeweiliger Stelle im Kapitel 5) verglichen werden:

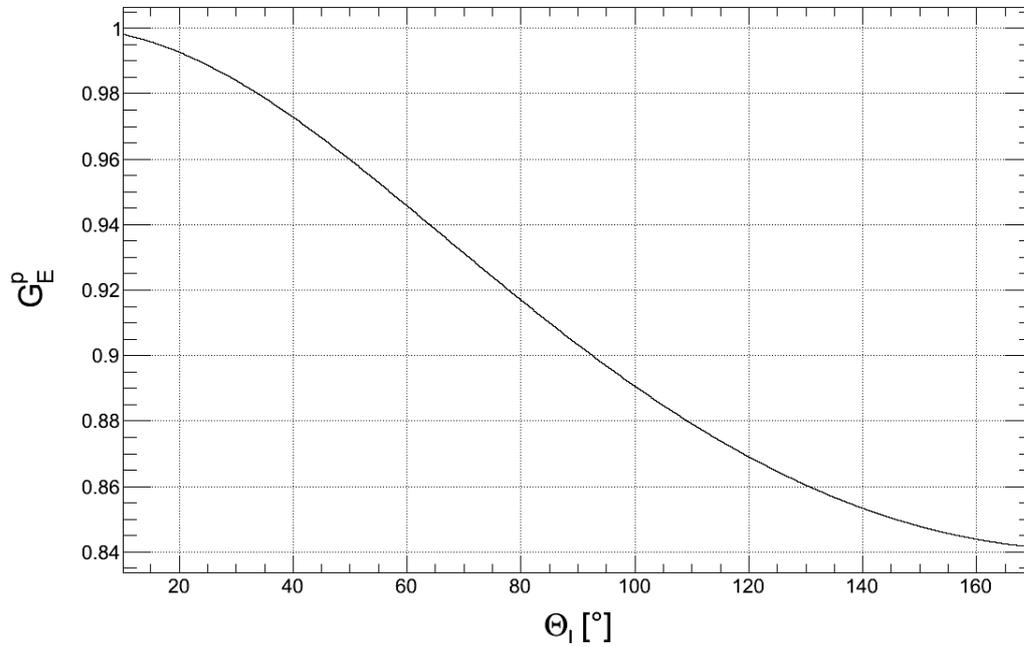


Abb. 27: G_E^p gegen Θ_l

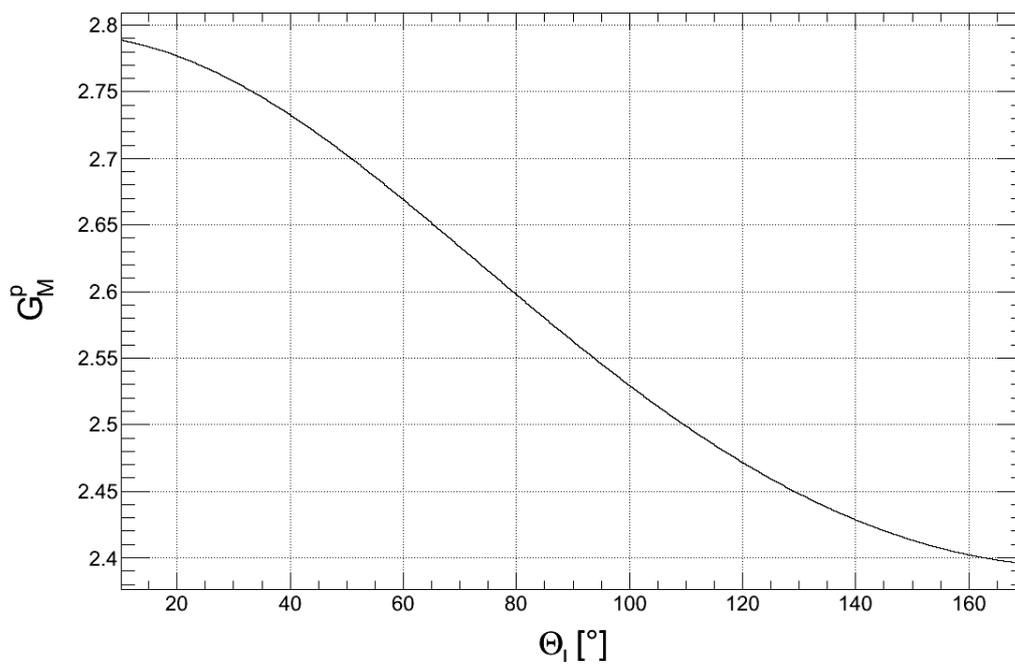
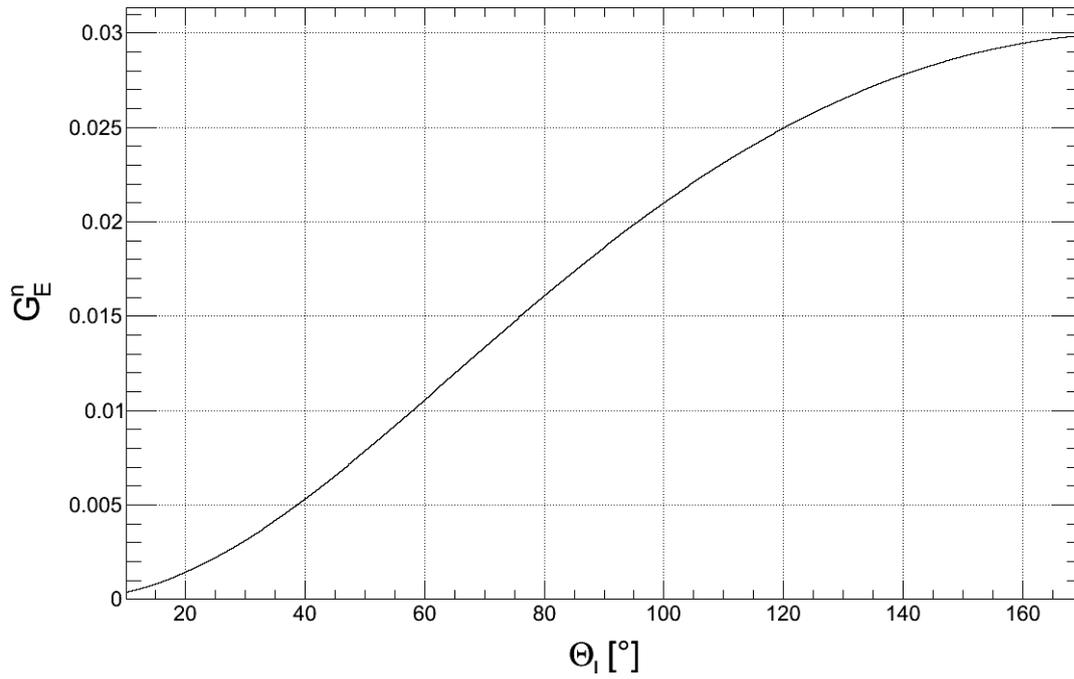
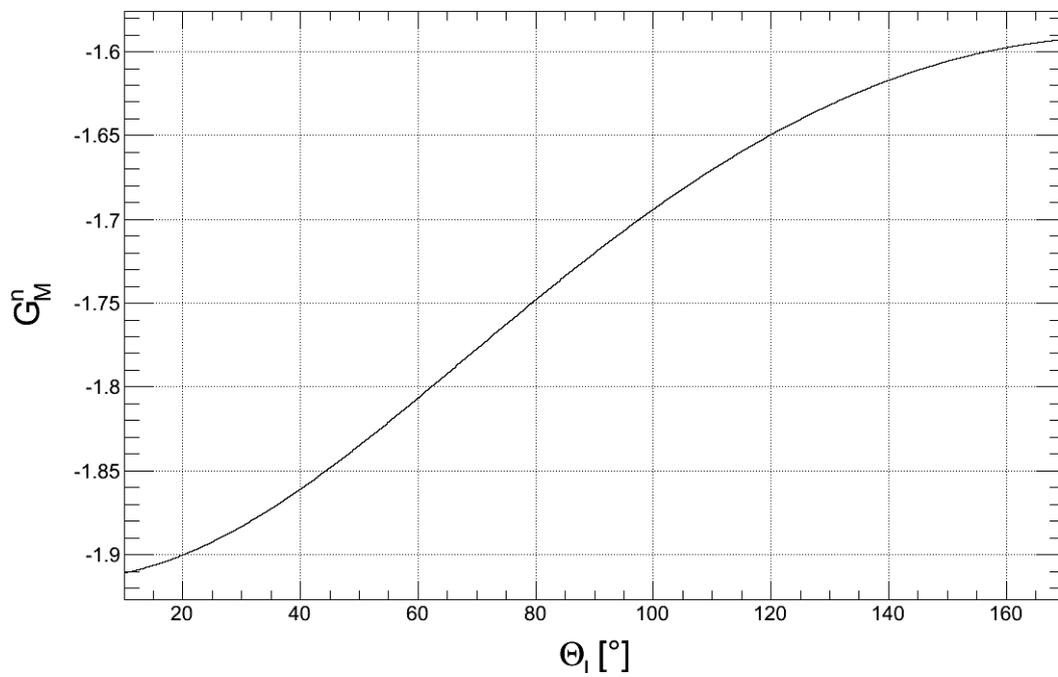
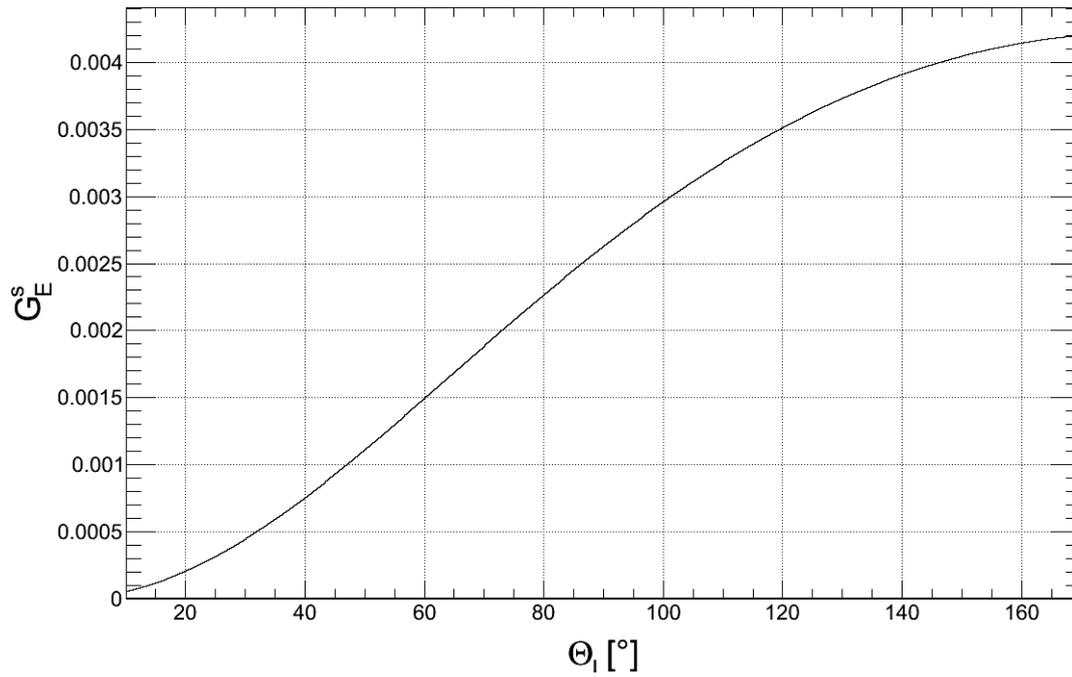
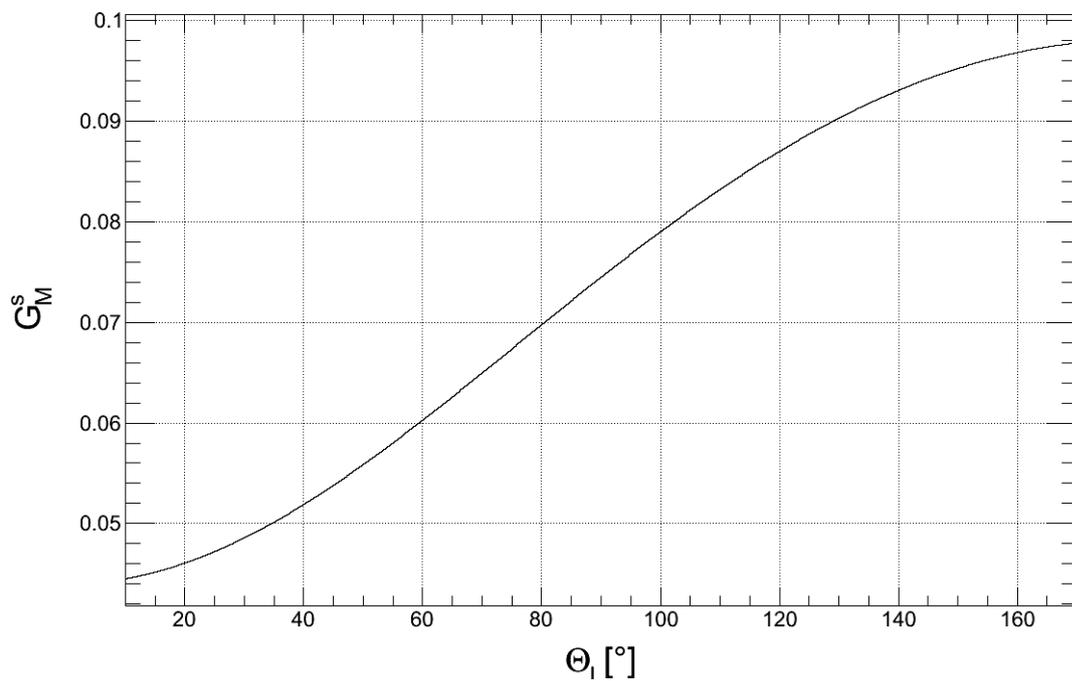


Abb. 28: G_M^p gegen Θ_l

Abb. 29: G_E^n gegen Θ_l Abb. 30: G_M^n gegen Θ_l

Abb. 31: G_E^s gegen Θ_l Abb. 32: G_M^s gegen Θ_l

Auch hier entsprechen die vom Programm berechneten Verläufe den Erwartungen. Die Verläufe der isospin-verletzenden Formfaktoren sind schon im Kapitel 5.5 dargestellt.

Zuletzt soll der Fehler des Weinbergwinkels und die Anteile, aus denen er sich zusammensetzt, in Bezug auf verschiedene Laborwinkel dargestellt werden (Abbildung 33). Dabei werden als „Anteile“, die Beträge der Ableitungen des Weinbergwinkels nach einem Parameter, multipliziert mit dem Fehler des Parameters, bezeichnet. Addiert man alle zu einem bestimmten Laborwinkel zugehörige Anteile quadratisch, so ergibt sich der absolute Fehler für den Weinbergwinkel. Im Anhang C sind Plots für Detektorakzeptanzen von $\pm 2^\circ$, $\pm 6^\circ$ und nochmal für $\pm 10^\circ$, aber ohne künstlich manipulierte Fehler für G_E^s und G_M^s , zum Vergleich enthalten.

Aus dem Plot wird sofort deutlich, dass die größten Anteile am Fehler des Weinbergwinkels, die Anteile von G_M^s , G_A^p und A^{exp} sind. Dabei wird der Fehler bis etwa 20° fast vollständig vom A^{exp} bestimmt, ab etwa 40° wird er so gut wie ausschließlich vom Anteil G_A^p bestimmt. Diese Ausgangslage impliziert sofort das Vorgehen, welches gewählt werden sollte, um den Fehler des Weinbergwinkels zu verringern: Am effektivsten würde eine Verkleinerung dieser beiden und zusätzlich des Fehlers für G_M^s und der Polarisation sein, wenn man bei einem Laborwinkel von etwa 30° messen möchte, da diese vier Anteile dort dominant sind. Die Minima der Anteile ε , τ und G_M^p lassen sich durch Minima ihrer enthaltenen trigonometrischen Funktionen erklären.

Aus dem Plot wird auch ersichtlich, dass die gewählten kinematischen Parameter nicht optimal sind, um den Fehler des Weinbergwinkels zu minimieren. Mit einem Laborwinkel von 20° wird der Fehler kleiner, deshalb soll an dieser Stelle eine exemplarische Berechnung der simulierten Ergebnisse für P2 mit bis auf den Laborwinkeln gleichbleibenden Parametern durchgeführt werden, wobei der * wieder um den Faktor 4 verkleinerte Fehler für G_E^p und G_M^p bedeutet.

Berechnete Werte für $\Theta_l = 30^\circ$ und $\Theta_l = 20^\circ$ mit $E_{beam} = 0.200$ GeV und Akz: = $\pm 10^\circ$:

Parameter	P2 (30°)	Fehler P2 (30°)	P2 (20°)	Fehler P2 (20°)
Q^2 [(GeV/c) ²]	0.00493	$7.62 \cdot 10^{-6}$	0.00224	$3.518 \cdot 10^{-6}$
$\sin^2(\Theta_W)$	0.23116	0.000683*	0.23116	0.000472*
A^{theo}	-36.01 ppb	0.55 ppb	-15.30 ppb	0.24 ppb
L	$1.188 \cdot 10^{39}$ (1/cm s) ²	-	$1.188 \cdot 10^{39}$ (1/cm s) ²	-
diff. WQ	$5.514 \cdot 10^{-29}$ cm ² /sr	-	$2.891 \cdot 10^{-28}$ cm ² /sr	-
int. WQ	$7.758 \cdot 10^{-29}$ cm ²	-	$3.906 \cdot 10^{-28}$ cm ²	-
Counts	$3.318 \cdot 10^{18}$	-	$1.671 \cdot 10^{19}$	-
Q_w^p	0.07536	0.00273*	0.07536	0.00189*

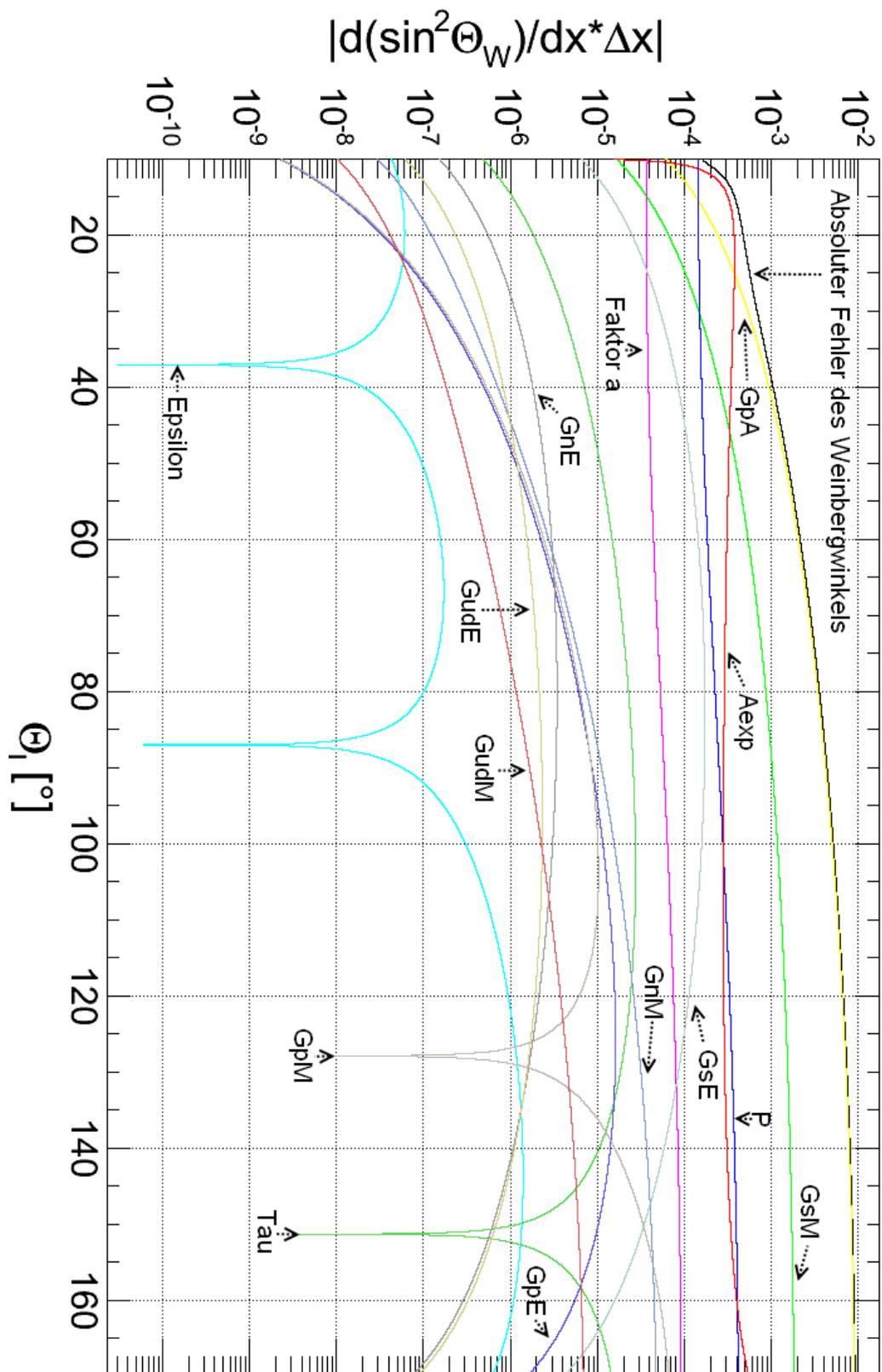


Abb. 33: Anteile der Fehler aufgetragen gegen Θ_l ($E_{beam} = 0.137$ GeV, Akz: $\pm 10^\circ$, Fehler für G_E^p und G_M^p um Faktor 4 verkleinert)

7 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde untersucht, mit welcher Genauigkeit sich der schwache Mischungswinkel $\sin^2(\Theta_W)$ mit einem neuen Experiment „P2“ mittels paritätsverletzender Elektron-Proton-Streuung bestimmen lässt. Das P2-Experiment wird mit den hier dargelegten Eingangsparametern die bislang genaueste Messung des Weinbergwinkels bei sehr kleinen Impulsüberträgen $Q^2 \ll 1 \text{ GeV}^2$ liefern können. Bei einem Laborwinkel Θ_l von 30° ergibt sich für $\Delta\hat{s}_Z^2/\hat{s}_Z^2 = 0.29\%$ und für 20° sogar $\Delta\hat{s}_Z^2/\hat{s}_Z^2 = 0.20\%$. Dies ist ein Resultat der guten Statistik, die einerseits wegen der großen Detektorakzeptanz, andererseits wegen des kleinen Polarisationsfehlers und der langen Messzeit zustande kommt. Eine noch genauere Bestimmung von \hat{s}_Z^2 erscheint nur möglich, wenn die Unsicherheiten in den Nukleon-Formfaktoren, hier insbesondere der axiale Formfaktor \tilde{G}_A^p sowie die Strangeness-Formfaktoren G_E^s und G_M^s , reduziert werden können.

Als Ausblick könnte man für eine genauere Untersuchung die apparativen Effekte abschätzen (z.B. die apparativen Asymmetrien). Ein weiterer Punkt wäre die Entwicklung eines neuen Detektordesigns.

Zum Schluss dieser Untersuchung lässt sich festhalten, dass das P2-Experiment mit seinen voraussichtlichen Ergebnissen einen wichtigen Beitrag auf dem Weg zur „neuen Physik“ jenseits des Standardmodells liefern wird.

8 Anhang

Anhang A

Herleitung des Weinbergwinkels

Unter Vernachlässigung der apparativen Asymmetrien folgt:

$$\begin{aligned} \frac{A^{exp}}{P} \stackrel{!}{=} A^{phys} = & -a \left\{ \rho_{eq} \left(1 - 4\hat{k}_{eq} \hat{s}_Z^2 \right) - \rho_{eq} \frac{\varepsilon G_E^p G_E^n + \tau G_M^p G_M^n}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \right. \\ & - \rho_{eq} \frac{\varepsilon G_E^p G_E^s + \tau G_M^p G_M^s}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} - \rho_{eq} \frac{\varepsilon G_E^p G_E^{u,d} + \tau G_M^p G_M^{u,d}}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \\ & \left. - \frac{(1 - 4\hat{s}_Z^2) \sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \right\} \end{aligned}$$

Auflösen nach dem Weinbergwinkel \hat{s}_Z^2 :

$$\begin{aligned} \Rightarrow & -\frac{A^{exp}}{Pa} + \rho_{eq} \frac{\varepsilon G_E^p G_E^n + \tau G_M^p G_M^n}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} + \rho_{eq} \frac{\varepsilon G_E^p G_E^s + \tau G_M^p G_M^s}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} + \rho_{eq} \frac{\varepsilon G_E^p G_E^{u,d} + \tau G_M^p G_M^{u,d}}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \\ & = \rho_{eq} (1 - 4\hat{k}_{eq} \hat{s}_Z^2) - \frac{(1 - 4\hat{s}_Z^2) \sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \end{aligned}$$

Durch ρ_{eq} teilen und umformen:

$$\begin{aligned} \Rightarrow & -\frac{A^{exp}}{Pa\rho_{eq}} + \frac{\varepsilon G_E^p G_E^n + \tau G_M^p G_M^n}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} + \frac{\varepsilon G_E^p G_E^s + \tau G_M^p G_M^s}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} + \frac{\varepsilon G_E^p G_E^{u,d} + \tau G_M^p G_M^{u,d}}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \\ & = 1 - 4\hat{k}_{eq} \hat{s}_Z^2 - \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{\rho_{eq} (\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2)} + \frac{4\hat{s}_Z^2 \sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{\rho_{eq} (\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2)} \end{aligned}$$

Durch $4\hat{k}_{eq}$ teilen und umstellen:

$$\begin{aligned} \Rightarrow & -\frac{A^{exp}}{Pa\rho_{eq} 4\hat{k}_{eq}} + \frac{\varepsilon G_E^p G_E^n + \tau G_M^p G_M^n}{4\hat{k}_{eq} (\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2)} + \frac{\varepsilon G_E^p G_E^{u,d} + \tau G_M^p G_M^{u,d}}{4\hat{k}_{eq} (\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2)} \\ & + \frac{\varepsilon G_E^p G_E^s + \tau G_M^p G_M^s}{4\hat{k}_{eq} (\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2)} + \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{4\hat{k}_{eq} \rho_{eq} (\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2)} - \frac{1}{4\hat{k}_{eq}} \\ & = \hat{s}_Z^2 \left[\frac{4 \sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{4\hat{k}_{eq} \rho_{eq} (\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2)} - 1 \right] \end{aligned}$$

Für $Q^2 > 0$ wird der Term $\frac{4 \sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{4\hat{k}_{eq} \rho_{eq} (\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2)}$ niemals 0, weshalb es legitim ist durch ihn zu teilen.

Nach \hat{s}_Z^2 umstellen:

$$\Rightarrow \hat{s}_Z^2 = \left\{ \begin{aligned} & -\frac{A^{exp}}{Pa\rho_{eq}^{\cdot} 4\hat{k}_{eq}^{\cdot}} + \frac{\varepsilon G_E^p G_E^n + \tau G_M^p G_M^n}{4\hat{k}_{eq}^{\cdot} (\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2)} + \frac{\varepsilon G_E^p G_E^s + \tau G_M^p G_M^s}{4\hat{k}_{eq}^{\cdot} (\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2)} \\ & + \frac{\varepsilon G_E^p G_E^{u,d} + \tau G_M^p G_M^{u,d}}{4\hat{k}_{eq}^{\cdot} (\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2)} + \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2} \sqrt{\tau(1+\tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{4\hat{k}_{eq}^{\cdot} \rho_{eq}^{\cdot} (\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2)} - \frac{1}{4\hat{k}_{eq}^{\cdot}} \end{aligned} \right\} \\ \cdot \left\{ \frac{4\sqrt{1-\varepsilon^2} \sqrt{\tau(1+\tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{4\hat{k}_{eq}^{\cdot} \rho_{eq}^{\cdot} (\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2)} - 1 \right\}^{-1}$$

Geteilt durch $4\hat{k}_{eq}^{\cdot} (\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2)$ ergibt:

$$\Rightarrow \hat{s}_Z^2 = \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{4\hat{k}_{eq}^{\cdot} (\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2)} \left[-\frac{A^{exp} (\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2)}{Pa\rho_{eq}^{\cdot}} + \varepsilon G_E^p G_E^n + \tau G_M^p G_M^n + \varepsilon G_E^p G_E^s \right. \\ & \left. + \tau G_M^p G_M^s + \varepsilon G_E^p G_E^{u,d} + \tau G_M^p G_M^{u,d} + \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2} \sqrt{\tau(1+\tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{\rho_{eq}^{\cdot}} - (\varepsilon G_E^p G_E^n + \tau G_M^p G_M^n) \right] \\ & \cdot \left\{ \frac{1}{4\hat{k}_{eq}^{\cdot} (\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2)} \left[\frac{4\sqrt{1-\varepsilon^2} \sqrt{\tau(1+\tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{\rho_{eq}^{\cdot}} - 4\hat{k}_{eq}^{\cdot} (\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2) \right] \right\}^{-1} \end{aligned} \right\} \\ \Rightarrow \hat{s}_Z^2 = \left\{ \begin{aligned} & -\frac{A^{exp} (\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2)}{Pa\rho_{eq}^{\cdot}} + \varepsilon G_E^p [G_E^n + G_E^s + G_E^{u,d} - G_E^p] \\ & + \tau G_M^p [G_M^n + G_M^s G_M^{u,d} - G_M^p] + \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2} \sqrt{\tau(1+\tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{\rho_{eq}^{\cdot}} \end{aligned} \right\} \\ \cdot \left\{ \frac{4\sqrt{1-\varepsilon^2} \sqrt{\tau(1+\tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{\rho_{eq}^{\cdot}} - 4\hat{k}_{eq}^{\cdot} (\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2) \right\}^{-1}$$

Damit erhält man die Gleichung für den Weinbergwinkel in der Form, in der es in dieser Arbeit programmiert wurde:

$$\Rightarrow \hat{s}_Z^2 = \frac{\rho_{eq}^{\cdot} \varepsilon G_E^p \left[G_E^n + G_E^s + G_E^{u,d} - G_E^p - \frac{A^{exp} G_E^p}{Pa\rho_{eq}^{\cdot}} \right] + \rho_{eq}^{\cdot} \tau G_M^p \left[G_M^n + G_M^s G_M^{u,d} - G_M^p - \frac{A^{exp} G_M^p}{Pa\rho_{eq}^{\cdot}} \right]}{4\sqrt{1-\varepsilon^2} \sqrt{\tau(1+\tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p - \rho_{eq}^{\cdot} 4\hat{k}_{eq}^{\cdot} (\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2)} \\ + \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2} \sqrt{\tau(1+\tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{4\sqrt{1-\varepsilon^2} \sqrt{\tau(1+\tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p - \rho_{eq}^{\cdot} 4\hat{k}_{eq}^{\cdot} (\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2)}$$

Herleitung des Fehlers des Weinbergwinkels

Jetzt werden die einzelnen Summanden von $\Delta\hat{s}_Z^2$ berechnet und nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung quadratisch addiert:

$$\Delta\hat{s}_Z^2 = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial\hat{s}_Z^2}{\partial x_i} \cdot \delta x_i \right)^2}$$

Für die Berechnung des Fehlers wird das hergeleitete Ergebnis für den Weinbergwinkel durch $\rho_{eq}^{\dot{}}$ geteilt und der Einfachheit halber in zwei Einzelteile, den Zähler und den Nenner, die hier als Q und P bezeichnet werden, aufgeteilt:

$$\hat{s}_Z^2 = \left\{ \frac{1}{\frac{4\sqrt{1-\varepsilon^2}\sqrt{\tau(1+\tau)}G_M^p\tilde{G}_A^p}{\rho_{eq}^{\dot{}}} - 4\hat{\kappa}_{eq}^{\dot{}}(\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2)} \right\} \left\{ \varepsilon G_E^p \left[G_E^n + G_E^s + G_E^{u,d} - G_E^p - \frac{A^{exp}G_E^p}{Pa\rho_{eq}^{\dot{}}} \right] \right. \\ \left. + \tau G_M^p \left[G_M^n + G_M^s + G_M^{u,d} - G_M^p - \frac{A^{exp}G_M^p}{Pa\rho_{eq}^{\dot{}}} \right] + \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}\sqrt{\tau(1+\tau)}G_M^p\tilde{G}_A^p}{\rho_{eq}^{\dot{}}} \right\}$$

mit

$$Q \stackrel{!}{=} \left\{ \varepsilon G_E^p \left[G_E^n + G_E^s + G_E^{u,d} - G_E^p - \frac{A^{exp}G_E^p}{Pa\rho_{eq}^{\dot{}}} \right] + \tau G_M^p \left[G_M^n + G_M^s + G_M^{u,d} - G_M^p - \frac{A^{exp}G_M^p}{Pa\rho_{eq}^{\dot{}}} \right] \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}\sqrt{\tau(1+\tau)}G_M^p\tilde{G}_A^p}{\rho_{eq}^{\dot{}}} \right\}$$

und

$$P \stackrel{!}{=} \left\{ \frac{1}{\frac{4\sqrt{1-\varepsilon^2}\sqrt{\tau(1+\tau)}G_M^p\tilde{G}_A^p}{\rho_{eq}^{\dot{}}} - 4\hat{\kappa}_{eq}^{\dot{}}(\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2)} \right\}$$

Der Fehler wird also nach der Produktregel berechnet:

$$\Delta\hat{s}_Z^2 = \sqrt{\sum_i \left(\left(\frac{\partial P}{\partial x_i} \cdot Q + \frac{\partial Q}{\partial x_i} \cdot P \right) \cdot \delta x_i \right)^2}$$

Als nächstes werden die Ableitungen von P und Q nach den einzelnen Parametern und die Fehler dieser Parameter berechnet, die für die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung notwendig sind.

Ableitungen von P

$$\frac{\partial P}{\partial \varepsilon} = \left[\underbrace{- \left(\frac{1}{\dot{\rho}_{eq}} 4 \sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p - 4 \dot{\kappa}_{eq} (\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2) \right)^{-2}}_{P_{\text{äußere}}} \right].$$

$$\left[- \frac{1}{\dot{\rho}_{eq}} 4 (1 - \varepsilon^2)^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p \varepsilon - 4 \dot{\kappa}_{eq} (G_E^p)^2 \right]$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = P_{\text{äußere}} \cdot \left[\frac{2}{\dot{\rho}_{eq}} \sqrt{1 - \varepsilon^2} (\tau(1 + \tau))^{-\frac{1}{2}} G_M^p \tilde{G}_A^p (2\tau + 1) - 4 \dot{\kappa}_{eq} (G_M^p)^2 \right]$$

$$\frac{\partial P}{\partial G_M^p} = P_{\text{äußere}} \cdot \left[\frac{4}{\dot{\rho}_{eq}} \sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} \tilde{G}_A^p - 8 \dot{\kappa}_{eq} \tau G_M^p \right]$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tilde{G}_A^p} = P_{\text{äußere}} \cdot \left[\frac{4}{\dot{\rho}_{eq}} \sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \right]$$

$$\frac{\partial P}{\partial G_E^p} = P_{\text{äußere}} \cdot \left[-8 \dot{\kappa}_{eq} \varepsilon G_E^p \right]$$

Ableitungen von Q

$$\frac{\partial Q}{\partial \varepsilon} = G_E^p \left[G_E^n + G_E^s + G_E^{u,d} - G_E^p - \frac{A^{exp} G_E^p}{Pa \dot{\rho}_{eq}} \right] - \frac{\sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{\dot{\rho}_{eq} \sqrt{1 - \varepsilon^2}} \varepsilon$$

$$\frac{\partial Q}{\partial G_E^p} = \varepsilon \left[G_E^n + G_E^s + G_E^{u,d} - G_E^p - \frac{A^{exp} G_E^p}{Pa \dot{\rho}_{eq}} \right] + \varepsilon G_E^p \left[-1 - \frac{A^{exp}}{Pa \dot{\rho}_{eq}} \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial G_E^n} = \varepsilon G_E^p$$

$$\frac{\partial Q}{\partial G_E^s} = \varepsilon G_E^p$$

$$\frac{\partial Q}{\partial G_E^{u,d}} = \varepsilon G_E^p$$

$$\frac{\partial Q}{\partial G_M^{u,d}} = \tau G_M^p$$

$$\frac{\partial Q}{\partial A^{exp}} = -\frac{\varepsilon (G_E^p)^2}{Pa \dot{\rho}_{eq}} - \frac{\tau (G_M^p)^2}{Pa \dot{\rho}_{eq}}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = \frac{\varepsilon (G_E^p)^2 A^{exp}}{Pa^2 \dot{\rho}_{eq}} + \frac{\tau (G_M^p)^2 A^{exp}}{Pa^2 \dot{\rho}_{eq}}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \dot{\rho}_{eq}} = \frac{\varepsilon (G_E^p)^2 A^{exp}}{Pa (\dot{\rho}_{eq})^2} + \frac{\tau (G_M^p)^2 A^{exp}}{Pa (\dot{\rho}_{eq})^2} - \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2} \sqrt{\tau(1+\tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{(\dot{\rho}_{eq})^2}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = G_M^p \left[G_M^n + G_M^s + G_M^{u,d} - G_M^p - \frac{A^{exp} G_M^p}{Pa \dot{\rho}_{eq}} \right] + \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2} G_M^p \tilde{G}_A^p}{2 \dot{\rho}_{eq} \sqrt{\tau(1+\tau)}} (2\tau + 1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial G_M^p} &= \tau \left[G_M^n + G_M^s + G_M^{u,d} - G_M^p - \frac{A^{exp} G_M^p}{Pa \dot{\rho}_{eq}} \right] + \tau G_M^p \left[-1 - \frac{A^{exp}}{Pa \dot{\rho}_{eq}} \right] \\ &\quad + \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2} \sqrt{\tau(1+\tau)} \tilde{G}_A^p}{\dot{\rho}_{eq}} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial G_M^n} = \tau G_M^p$$

$$\frac{\partial Q}{\partial G_M^s} = \tau G_M^p$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tilde{G}_A^p} = \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2} \sqrt{\tau(1+\tau)} G_M^p}{\dot{\rho}_{eq}}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial P} = \frac{\varepsilon (G_E^p)^2 A^{exp}}{P^2 a \dot{\rho}_{eq}} + \frac{\tau (G_M^p)^2 A^{exp}}{P^2 a \dot{\rho}_{eq}}$$

Fehler der Variablen

$$\Delta E' = \left[\left(\frac{1}{1 + \left(\frac{2E}{M}\right) \sin^2\left(\frac{\Theta_l}{2}\right)} \Delta E \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2E}{M} \left(1 + \left(\frac{2E}{M}\right) \sin^2\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \right)^{-2} \sin^2\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \Delta E \right)^2 \right. \\ \left. + \left(-\frac{2E^2}{M} \left(1 + \left(\frac{2E}{M}\right) \sin^2\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \right)^{-2} \sin\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \cos\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \Delta\Theta_l \right)^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{2E^2}{M^2} \left(1 + \left(\frac{2E}{M}\right) \sin^2\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \right)^{-2} \sin^2\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \Delta M \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\Delta Q^2 = \left[\left(4E' \sin^2\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \Delta E \right)^2 + \left(4E \sin^2\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \Delta E' \right)^2 \right. \\ \left. + \left(4EE' \sin\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \cos\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \Delta\Theta_l \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\Delta a = \sqrt{\left(\frac{Q^2}{4\sqrt{2}\pi\alpha} \Delta G_\mu \right)^2 + \left(\frac{G_\mu}{4\sqrt{2}\pi\alpha} \Delta Q^2 \right)^2 + \left(-\frac{G_\mu Q^2}{4\sqrt{2}\pi\alpha^2} \Delta\alpha \right)^2}$$

$$\Delta\tau = \sqrt{\left(\frac{1}{4M_p^2} \Delta Q^2 \right)^2 + \left(-\frac{Q^2}{2M_p^3} \Delta M_p \right)^2}$$

$$\Delta\varepsilon = \left[\left(-2 \left(1 + 2(1 + \tau) \tan^2\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \right)^{-2} \tan^2\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \Delta\tau \right)^2 \right. \\ \left. + \left(-2 \left(1 + 2(1 + \tau) \tan^2\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \right)^{-2} (1 + \tau) \tan\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \left(1 + \tan^2\left(\frac{\Theta_l}{2}\right) \right) \Delta\Theta_l \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Anhang B: Tabellen

Werte für G_E^p und G_M^p

Die Werte für die Parametrisierungen von G_E^p und G_M^p wurden der Dissertation von Jan C. Bernauer [17], Seite 197 entnommen. Als Fehler wurden die drei Einzelfehler, die statistischen, die experimentellen systematischen und die theoretischen systematischen Fehler jeweils addiert.

Werte für G_E^n und G_M^n

Die Werte für G_E^n und G_M^n sind aus Tabellen, zugehörig zu der Dissertation von Marouan Abdelbaste El Yakoubi [19] entnommen worden. Sie können auf Anfrage von der A4-Kollaboration erhalten werden.

Werte für G_E^s

Die Werte für die Parametrisierung von G_E^s können folgender Tabelle entnommen werden:

Q^2 (GeV/c) ²	G_E^s	ΔG_E^s	Quelle
0.100	-0.005	0.019	Happex
0.108	0.032	0.051	A4
0.220	-0.015	0.110	G0
0.224	0.050	0.042	A4
0.480	0.020	0.120	G0/E-734
0.510	0.010	0.100	G0/E-734
0.630	0.008	0.010	Happex

Anhang C: Graphiken

Winkelauflösung des Experimentes

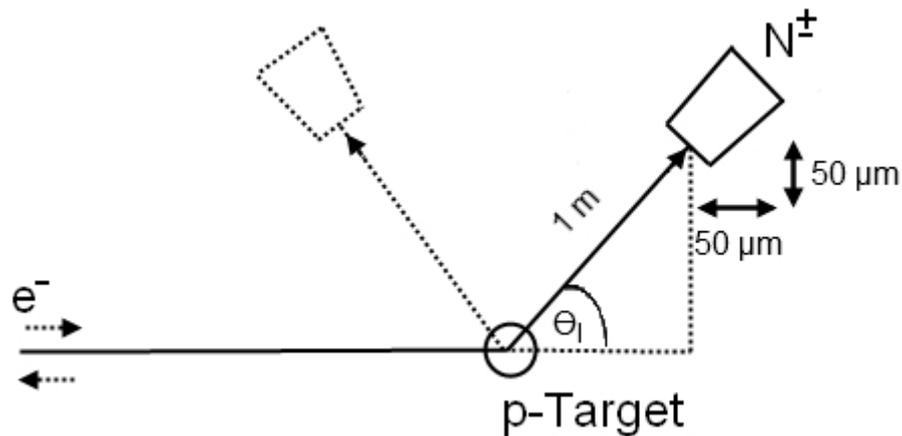


Abb. 34: Winkelauflösung des Experimentes zur Bestimmung von $\Delta\Theta_l$

Nimmt man für den Laborwinkel den Wert $\Theta_l = 30^\circ$ an, erhält man durch die Beziehung zwischen den Katheten und dem Tangens für die Gegenkathete einen Wert von $x=0.5$ und für die Ankathete einen Wert von $y=0.866025403$. Nimmt man außerdem für den Spielraum des Detektors in x -, sowie y -Richtung jeweils $50\ \mu\text{m}$ an, kann man den Fehler des Laborwinkels berechnen:

$$\Delta\Theta_l = \sqrt{\left(\frac{y\Delta x}{x^2 + y^2}\right)^2 + \left(\frac{-x\Delta y}{x^2 + y^2}\right)^2}$$

Mit dieser Rechnung erhält man für den Fehler des Laborwinkels: $\Delta\Theta_l = (5 \cdot 10^{-6})^\circ$.

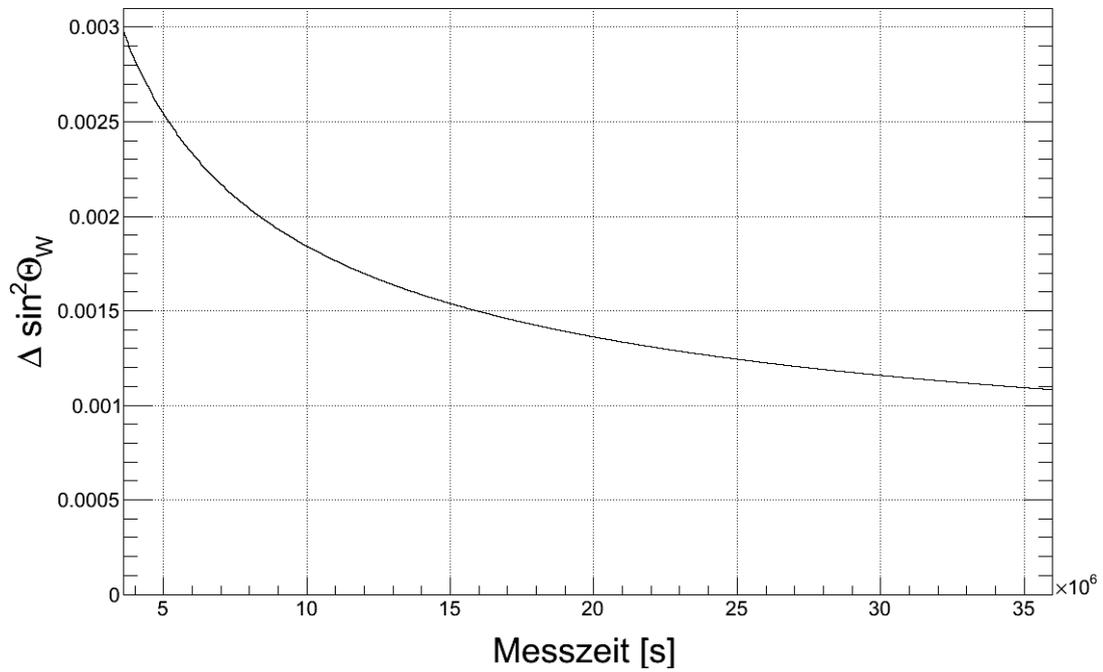
Messzeit

Abb. 35: Abhängigkeit $\Delta \sin^2(\Theta_l)$ von der Messzeit (Akz.: $\pm 2^\circ$, $E_{beam} = 0.137$ GeV)

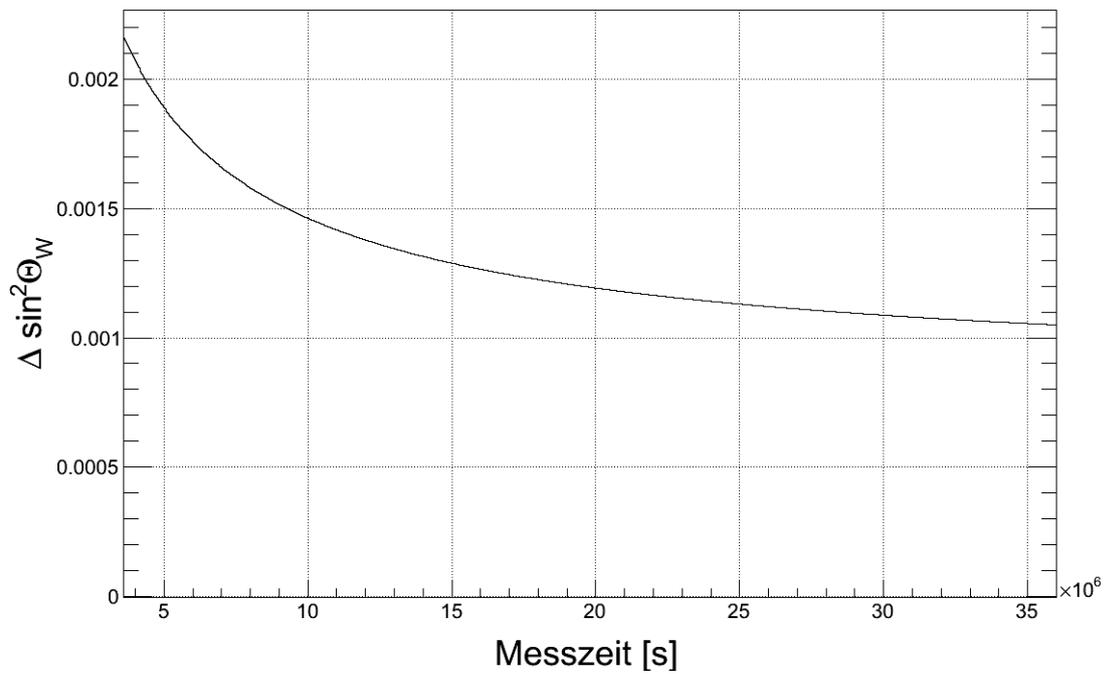


Abb. 36: Abhängigkeit $\Delta \sin^2(\Theta_l)$ von der Messzeit (Akz.: $\pm 2^\circ$, $E_{beam} = 0.200$ GeV)

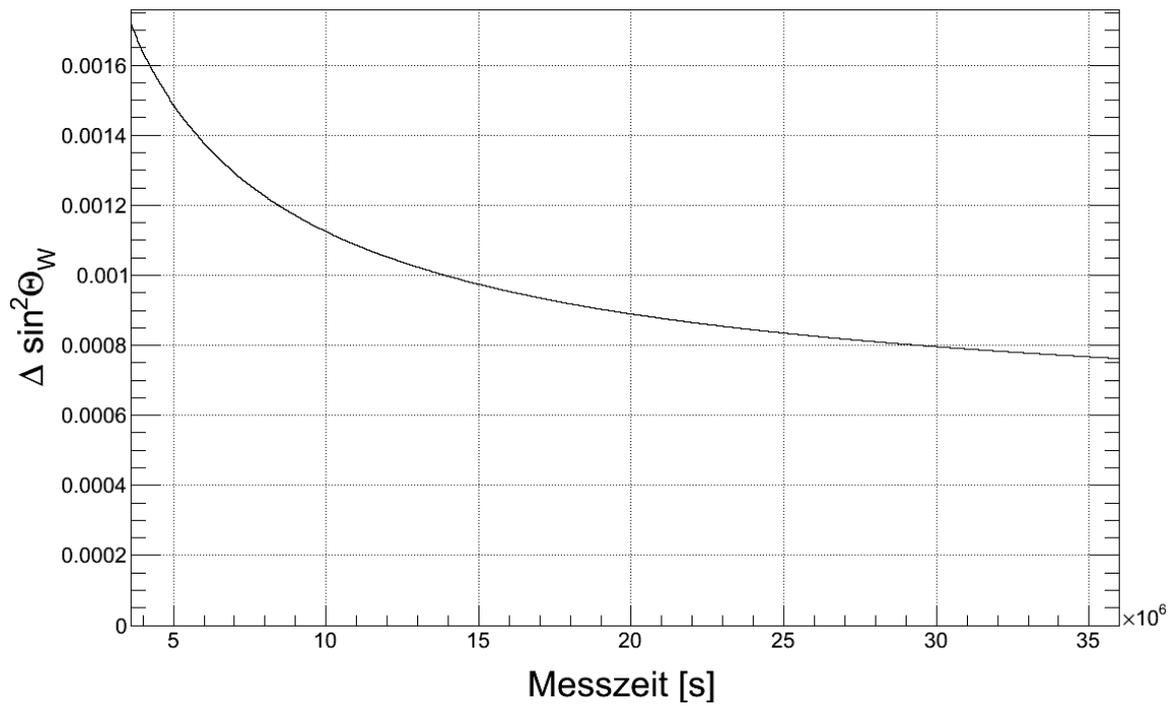


Abb. 37: Abhängigkeit $\Delta \sin^2(\Theta_j)$ von der Messzeit (Akz.: $\pm 6^\circ$, $E_{beam} = 0.137$ GeV)

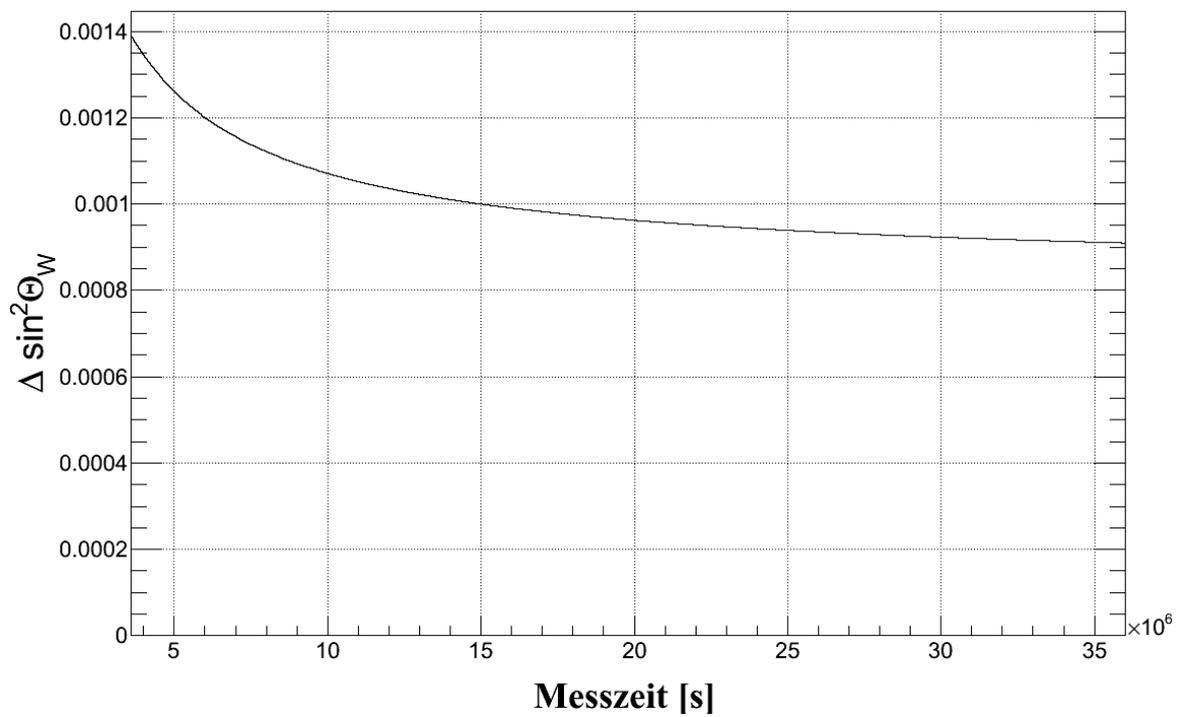
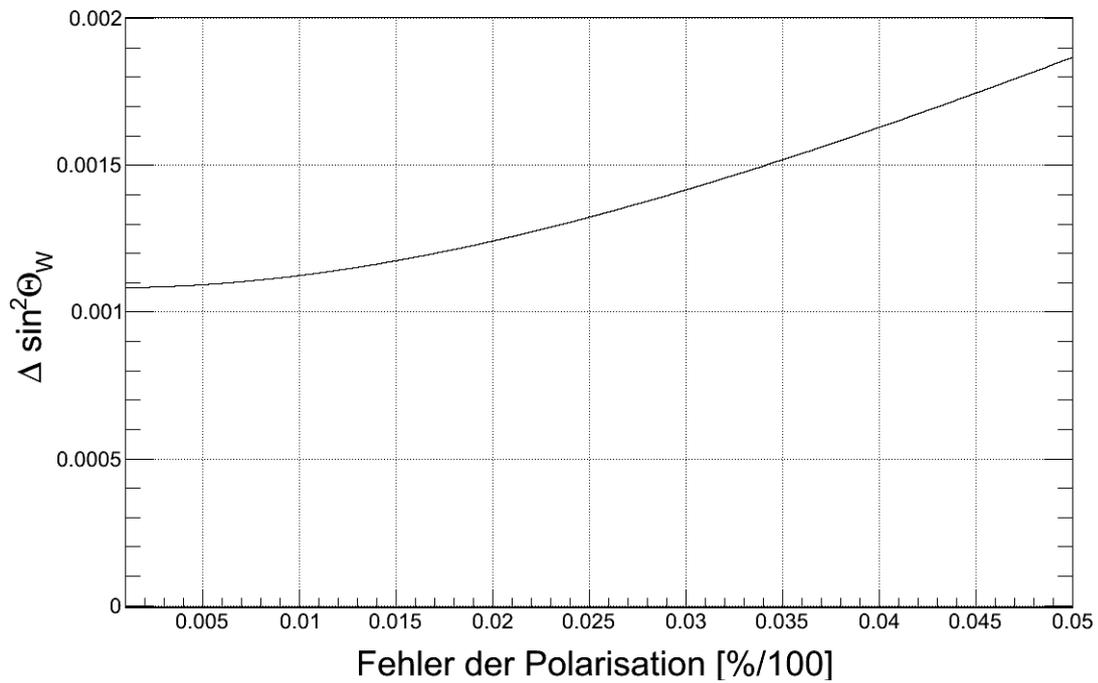
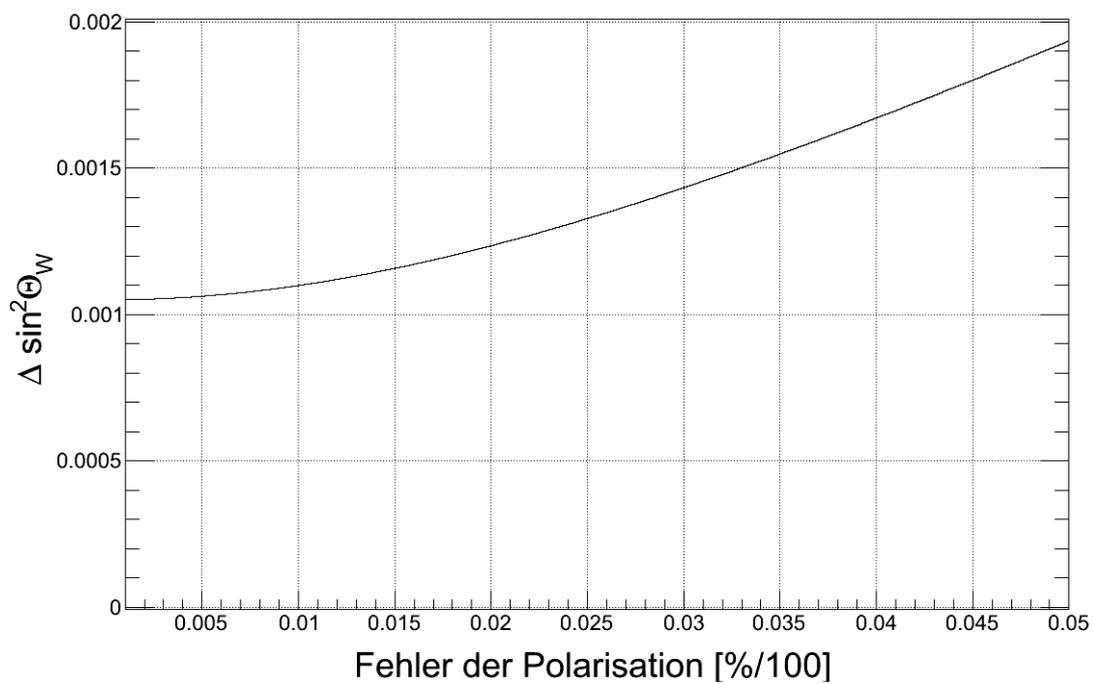


Abb. 38: Abhängigkeit $\Delta \sin^2(\Theta_j)$ von der Messzeit (Akz.: $\pm 6^\circ$, $E_{beam} = 0.200$ GeV)

PolarisationAbb. 39: Abhängigkeit $\Delta \sin^2(\Theta_i)$ von ΔP (Akz.: $\pm 2^\circ$, $E_{beam} = 0.137$ GeV)Abb. 40: Abhängigkeit $\Delta \sin^2(\Theta_i)$ von ΔP (Akz.: $\pm 2^\circ$, $E_{beam} = 0.200$ GeV)

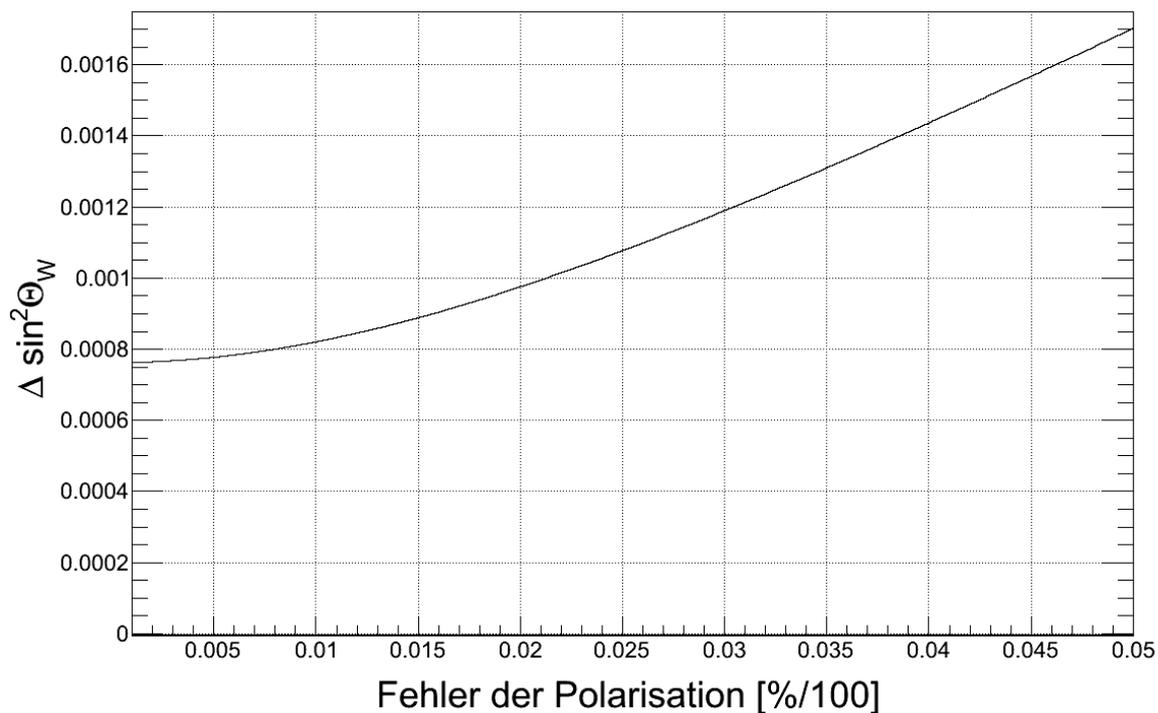


Abb. 41: Abhängigkeit $\Delta \sin^2(\Theta_i)$ von ΔP (Akz.: $\pm 2^\circ$, $E_{beam} = 0.137$ GeV)

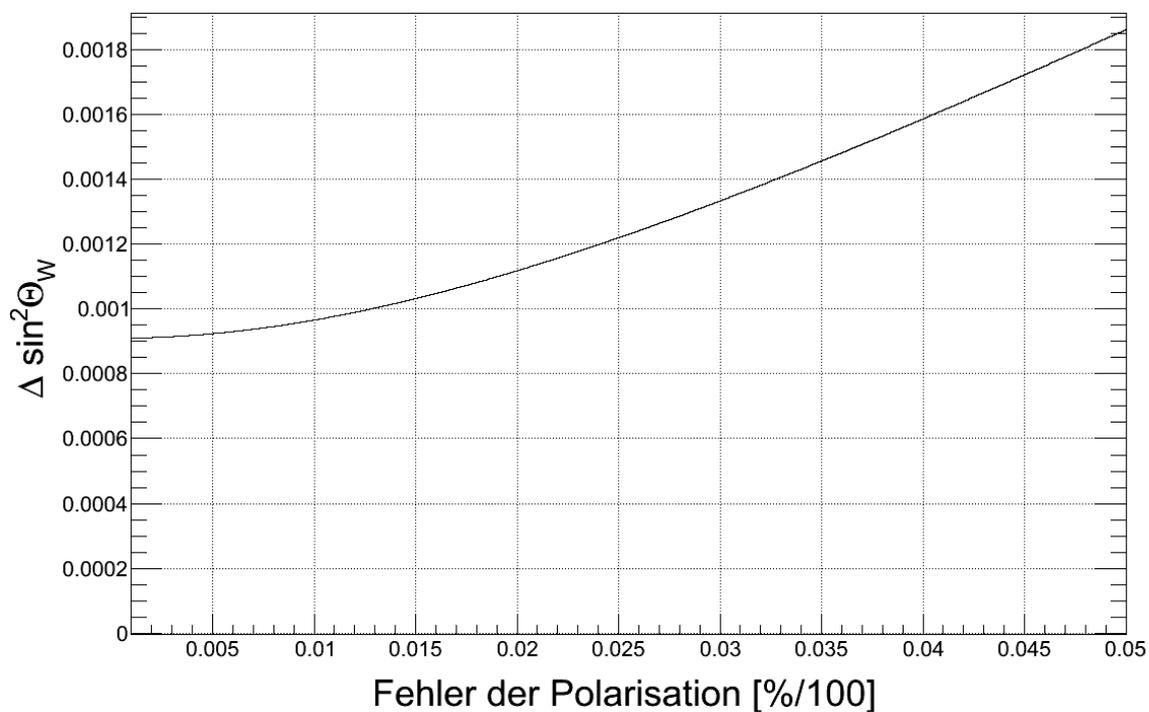
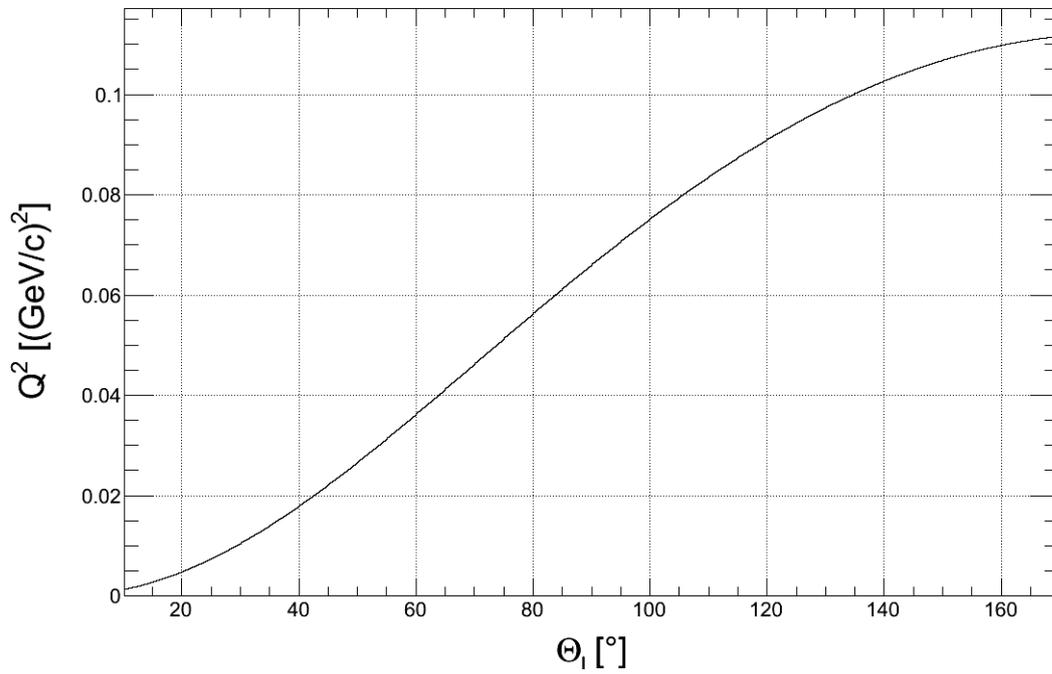
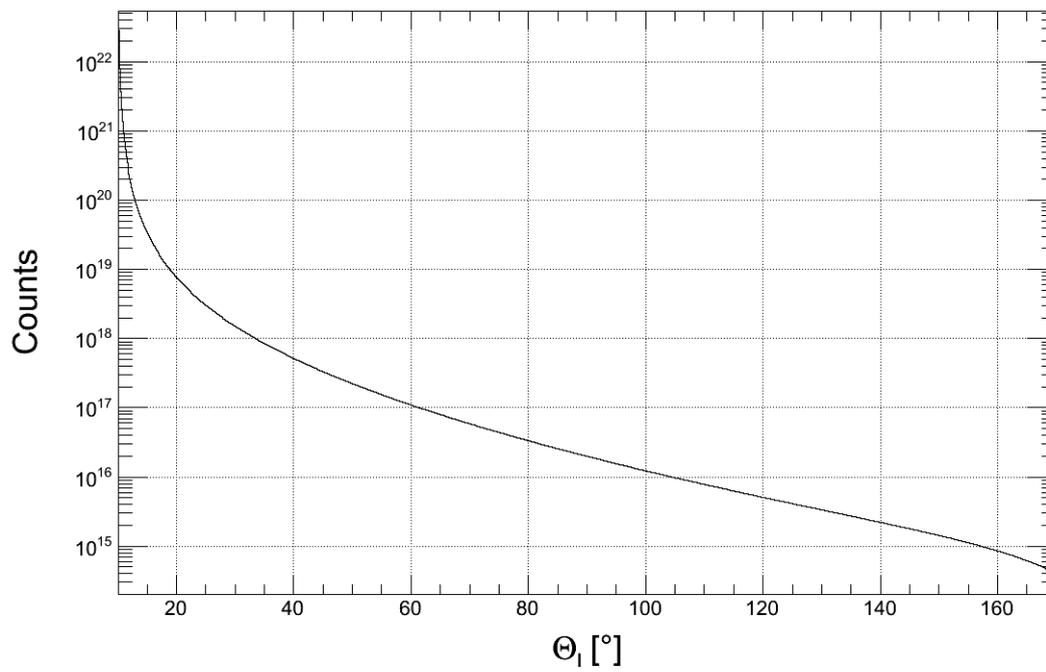
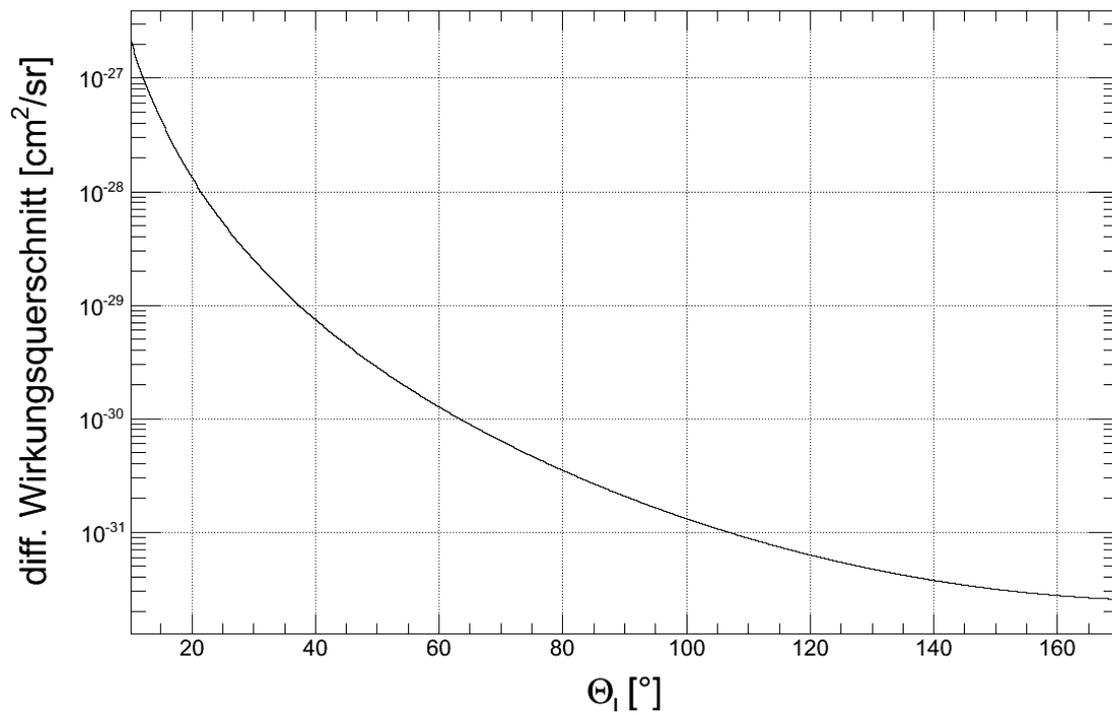
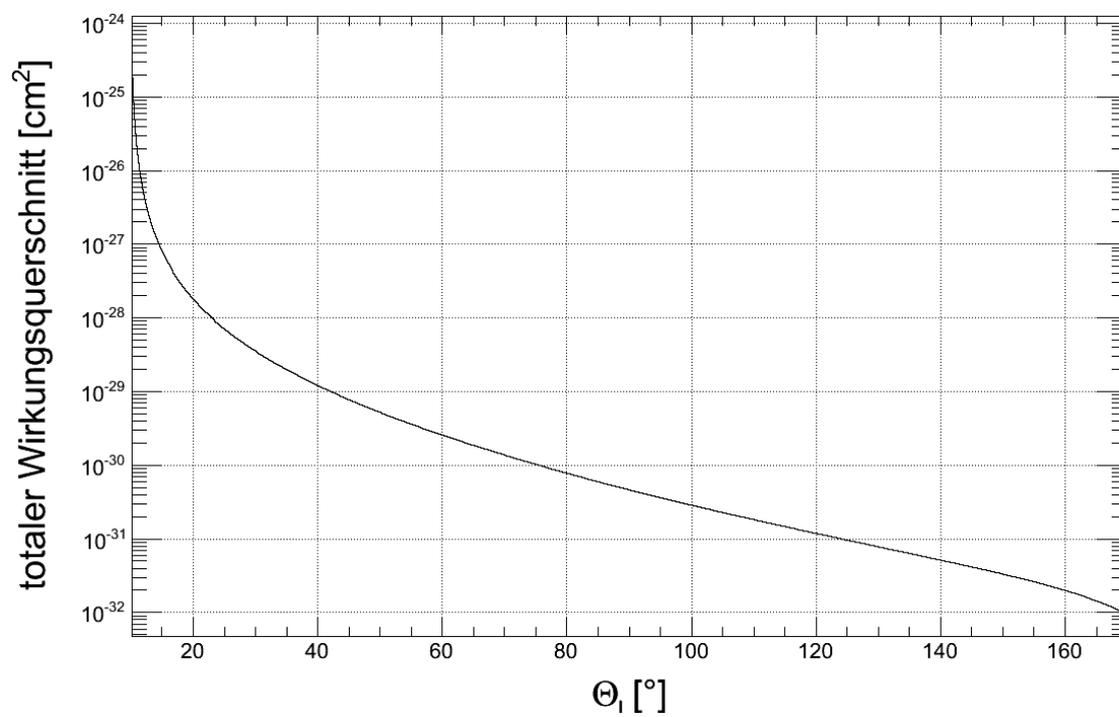


Abb. 42: Abhängigkeit $\Delta \sin^2(\Theta_i)$ von ΔP (Akz.: $\pm 2^\circ$, $E_{beam} = 0.200$ GeV)

Konsistenz-ChecksAbb. 43: Q^2 aufgetragen gegen Θ_1 ($E_{beam} = 0.200$ GeV)Abb. 44: Counts aufgetragen gegen Θ_1 ($E_{beam} = 0.200$ GeV)

Abb. 45: differentieller Wirkungsquerschnitt aufgetragen gegen Θ_l ($E_{beam} = 0.200$ GeV)Abb. 46: totaler Wirkungsquerschnitt aufgetragen gegen Θ_l ($E_{beam} = 0.200$ GeV)

Anteile der Fehler

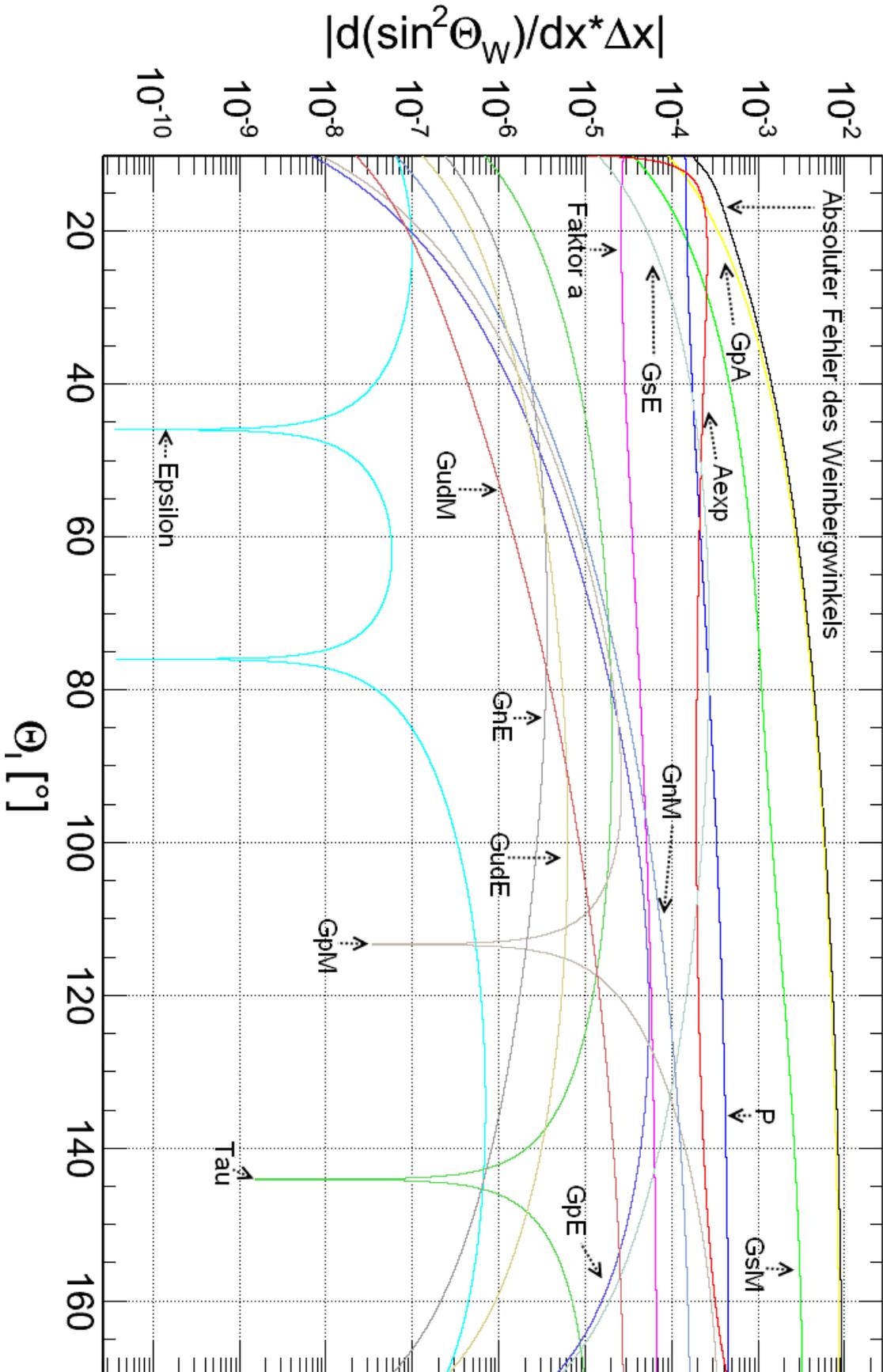


Abb. 47: Anteile der Fehler aufgetragen gegen Θ_l (Akz.: 10° , $E_{beam} = 0.200$ GeV, Fehler für G_E^p und G_M^p um Faktor 4 verkleinert)

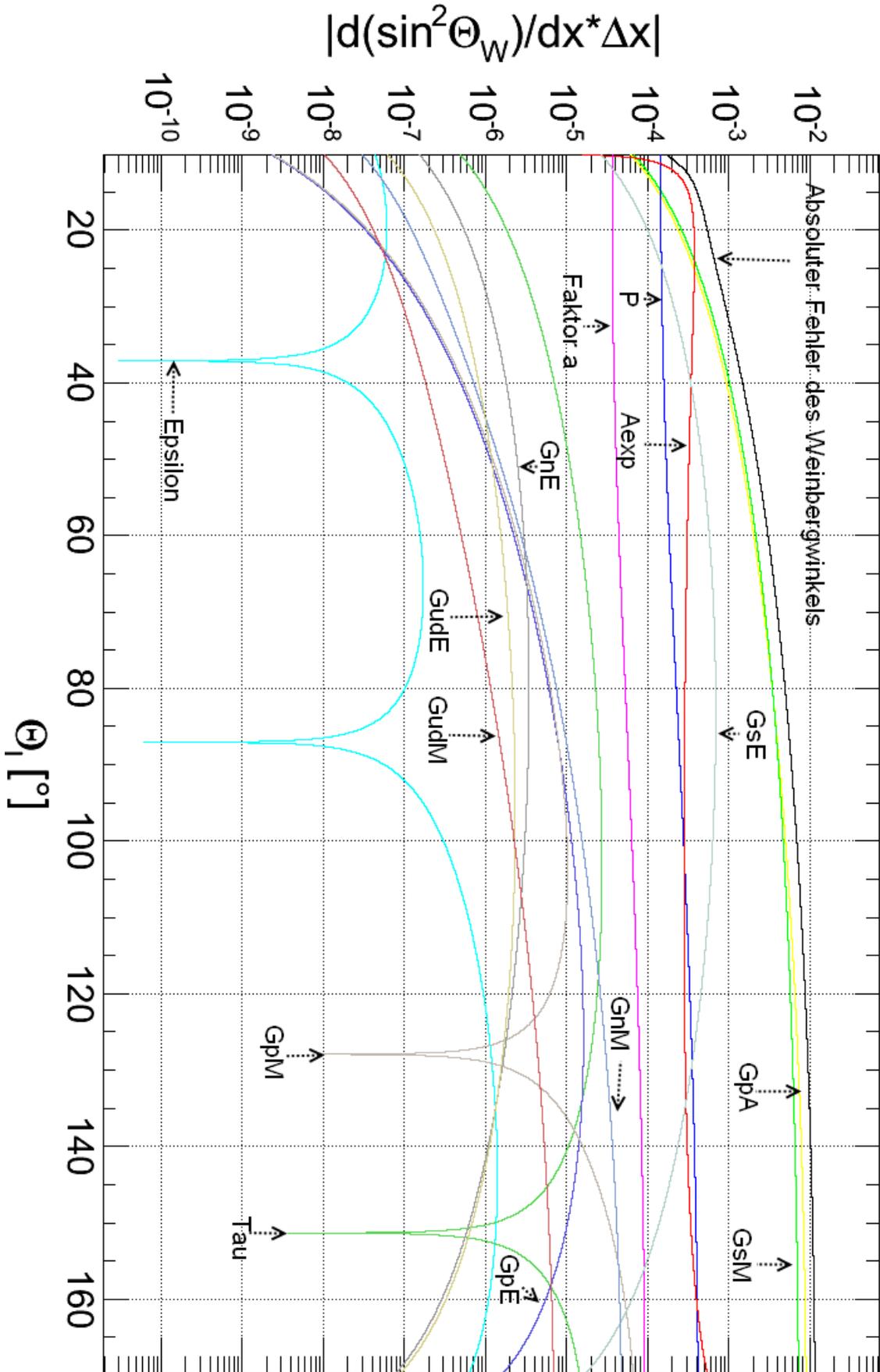


Abb. 48: Anteile der Fehler aufgetragen gegen Θ_1 , (Akz.: 10° , $E_{beam} = 0.137$ GeV)

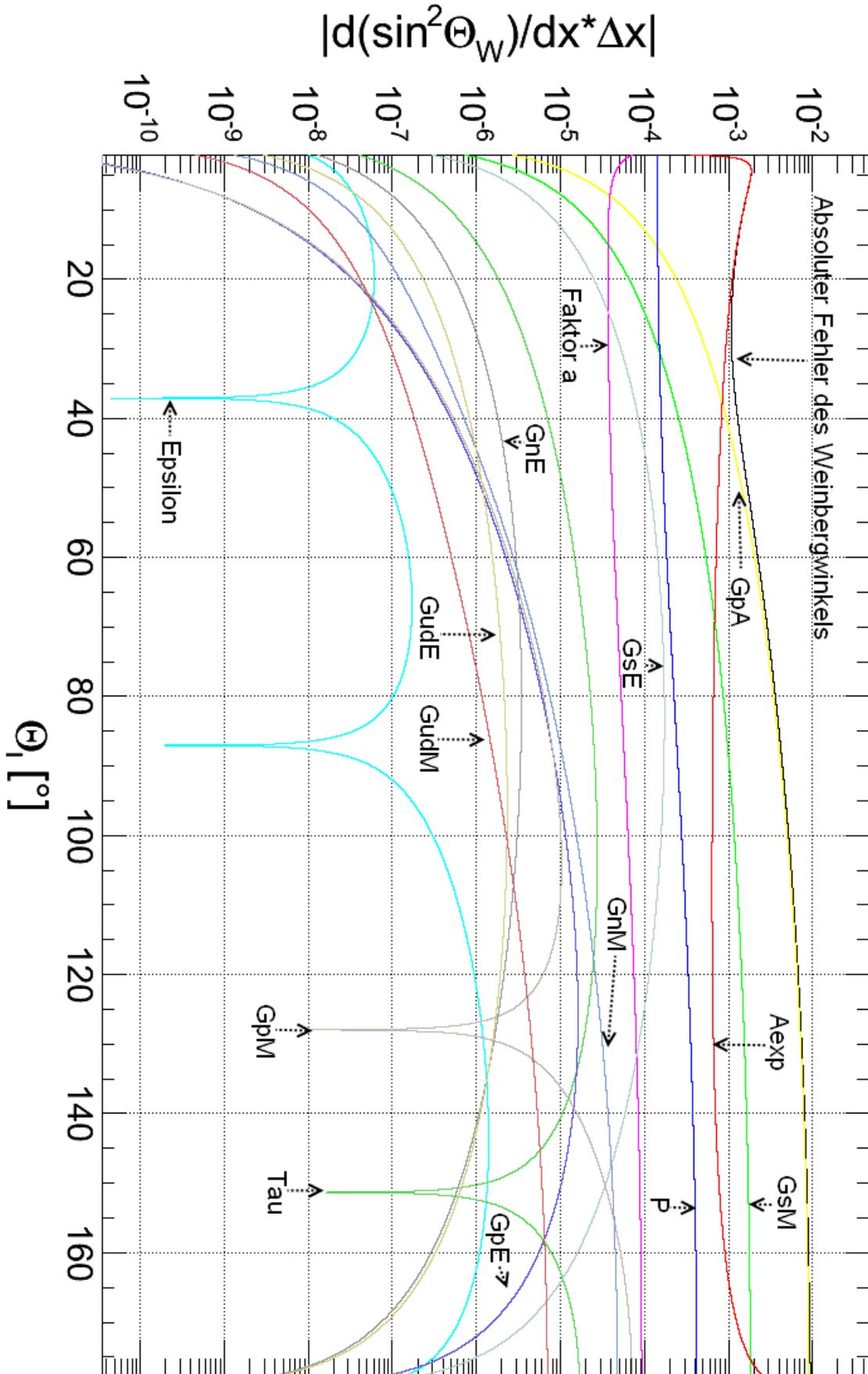


Abb. 49: Anteile der Fehler aufgetragen gegen Θ_1 , (Akz.: 2° , $E_{beam} = 0.137$ GeV, Fehler für G_E^p und G_M^p um Faktor 4 verkleinert)

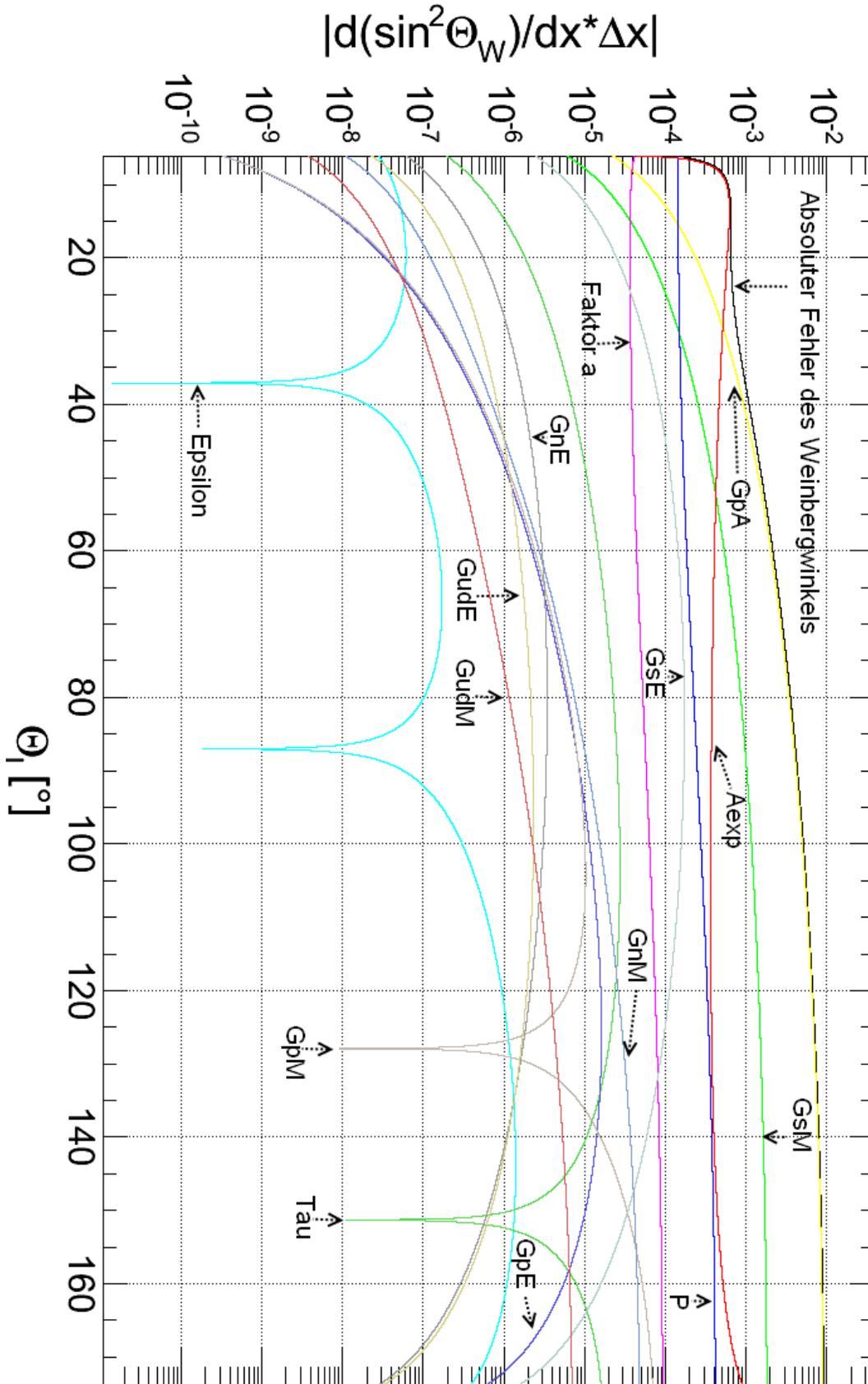


Abb. 50: Anteile der Fehler aufgetragen gegen Θ_l , (Akz.: 6° , $E_{beam} = 0.137$ GeV, Fehler für G_E^p und G_M^p um Faktor 4 verkleinert)

Literaturnachweis

- [1] M. H. Ahn et al.: Phys. Rev. Lett., 90, 041801, (2003)
- [2] K. Nakamura et al. (Particle Data Group), J. Phys. G 37, 075021, (2010)
- [3] Proposal PAC-27: The Q_{weak} -Experiment: A Search for New Physics at the TeV Scale Via a measurement of the Proton's Weak Charge, (2005)
- [4] S. F. Novaes: Standard Model: An Introduction, IFT-P, 010, (2000)
- [5] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes, R. P. Hudson: Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay. Phys. Rev. 105, S. 1413-1415, (1957)
- [6] Rosenbluth, M. N.: An experimental review of the nucleon form factors, Phys. Rev. 79, 615, (1950)
- [7] Sachs, R. G.: High-Energy Behavior of Nucleon Electromagnetic Form Factors. Phys. Rev. 126(6):2256-2260, (1962)
- [8] M. Musolf et al: Phys. Rep. 239 (1 & 2), 1-178, S 25+38, (1994)
- [9] S. Baunack: Dissertation, Einzelspin-Asymmetrien in der elastischen Elektron-Proton-Streuung und die Beiträge der Strange-Quarks zu den Formfaktoren, des Nukleons, (2006)
- [10] B. Kubis, R. Lewis: Isospin violation in the vector form factors of the nucleon, Phys. Rev. C74 015204, (2006)
- [11] S. Baunack: Eur. Phys. J. A 32, 457-461, (2007)
- [12] Aniol, K. A. et al.: Parity violating electroweak asymmetry in e(pol.) p scattering Phys. Rev. C 69, 065501, (2004)
- [13] K. Kumar, D. Lhulier, Jefferson Lab experiment 99-115
- [14] Spayde, D. T. et al.: Parity Violation in Elastic Electron-Proton-Scattering and the Proton's Strange Magnetic Form Factor. Phys. Rev. Letter 84, 1106, (2000)
- [15] SLAC E158 Collaboration: Precision Measurement of the Weak Mixing Angle in Møller Scattering, SLAC-PUB-11149, hep-ex/0504049, (2005)

- [16] Proposal PAC-21: The Q_{weak} -Experiment: A Search for New Physics at the TeV Scale Via a measurement of the Proton's Weak Charge, (2007)
- [17] J. C. Bernauer: Dissertation, Measurement of the elastic electron-proton cross section and separation of the electric and magnetic form factor in the Q^2 range from 0.004 to 1 $(\text{GeV}/c)^2$, (2010)
- [18] L. N. Hand, D. G. Miller, Wilson, Richard: Electric and Magnetic Form Factors of the Nucleon. Rev. Mod. Phys. 35(2):335- 349, (1963)
- [19] M. A. El Yakoubi: Contribution du quark etrange a la structure electromagnetique du nucleon: Les resultates de l'experience PVA4 a $Q^2 = 0.23 (\text{GeV}/c)^2$, (2007)
- [20] S. Galster, H. Klein, J. Moritz, K. H. Schmidt, D. Wegener, J. Bleckwenn: Elastic electron-deuteron scattering and the electric neutron form factor at four-momentum transfers $5 \text{ fm}^{-2} < Q^2 < 14 \text{ fm}^{-2}$, Nucl. Phys. B32, 221-237, (1971)
- [21] Young, Leinweber: Strange magnetic form factor of the proton at $Q^2 = 0.23 \text{ GeV}^2$ Phys. Rev. C79 065202, (2009)
- [22] International Union of Pure and Applied Chemistry: Pure Appl. Chem., ISSN printed 0033-4545, 83, 359-396 (2011)
- [23] Waled S. E.: SLAC-R-733, internal SLAC report, (2004)

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen, die mich beim Anfertigen dieser Arbeit unterstützt haben, für die großartige Hilfe bedanken. Zuerst möchte ich Professor Frank Maas für die Möglichkeit in dieser Arbeitsgruppe tätig sein zu dürfen und für die vielen Diskussionen während dieser Zeit danken. Ein Riesendank geht auch an Sebastian Baunack für die exzellente Betreuung, ohne die ich oftmals nicht weitergekommen wäre. Ich möchte mich bei Dominik Becker für die Unterstützung, gerade in der Anfangszeit, bedanken. Dies hat mir den Einstieg in meine erste wissenschaftliche Arbeit immens erleichtert. Ein großer Dank geht auch an Yoshio Imai für die unermüdlichen Hilfestellungen und Erklärungen im Bereich der Programmierung. Mein Dank gilt weiterhin der gesamten Arbeitsgruppe, die mich freundlich aufgenommen und überall unterstützt hat.

Insbesondere möchte ich meinen Eltern danken, die mich immer in jeder Lebenslage nach ihren Kräften unterstützt haben.