

# Physik am Samstagmorgen

## Physik und Sport

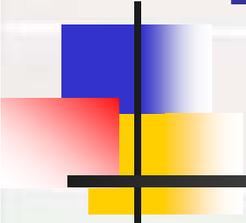
StR Lars-Patrick May

Sebastian-Münster-Gymnasium Ingelheim



# Gliederung

- Energetik des menschlichen Körpers
- Energie und Impuls
- Kreisbewegungen
- Sport unter der Lupe
- Quiz:  
Wer wird Physik-und-Sport-Experte?



Thema 1:



**Energetik des menschlichen  
Körpers**

# Energetik des menschlichen Körpers



- 1789: Antoine de Lavoisier
- Grundumsatz
- Mechanismen der Regulation



# Energiehaushalt von Tieren

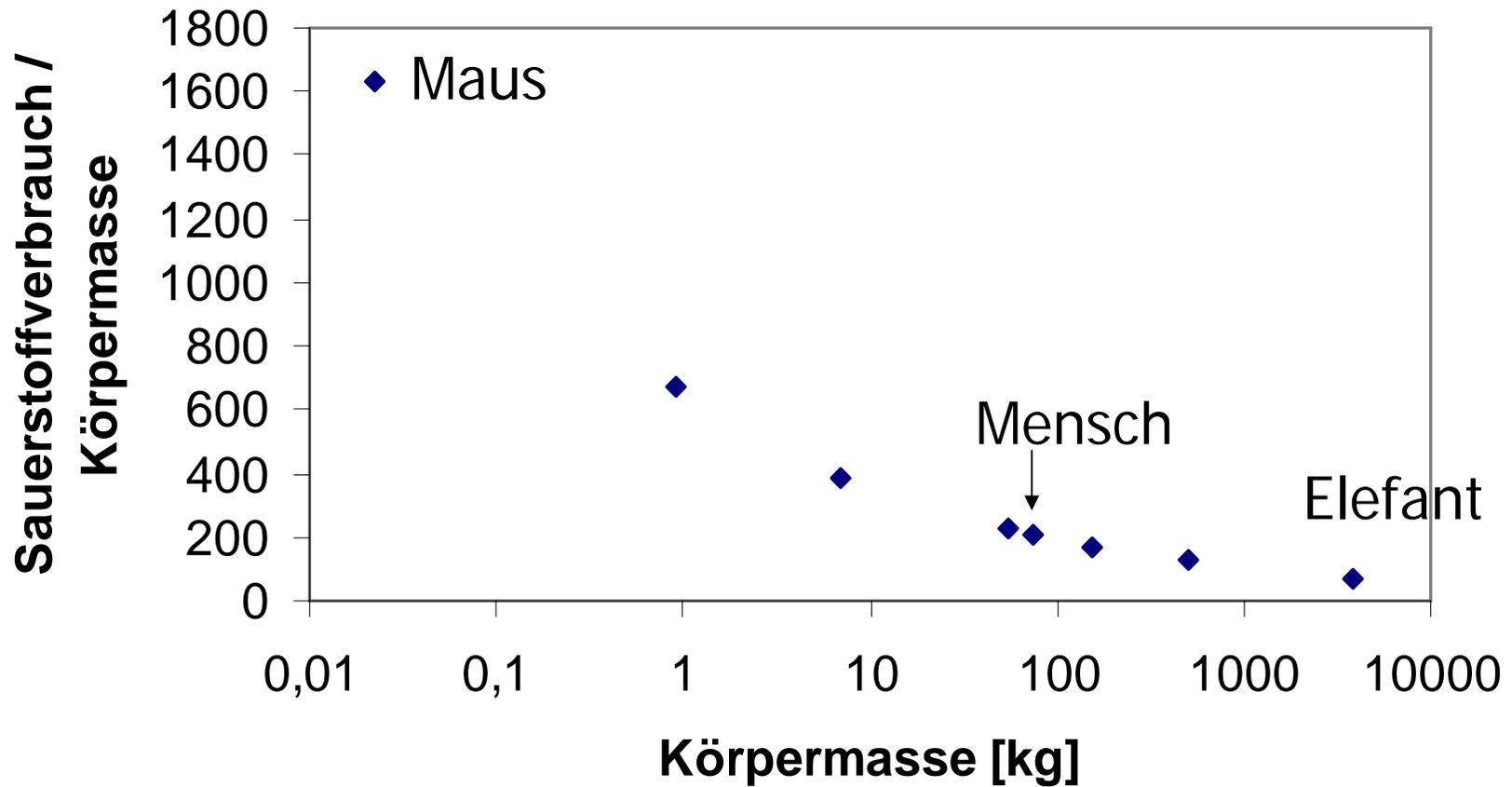
Säugertierarten	Masse [kg]	Sauerstoffverbrauch [ml O <sub>2</sub> /h]	Herzfrequenz [1/min]
Maus	0,022	36	600
Meerschweinchen	0,9	605	280
Zwergziege	7	2710	158
Orang-Utan	54	12105	106
Mensch	76	15980	72
Löwe	155	26490	50
Pferd	500	65100	44
Elefant	3833	268000	26

Aus: Bickel, H. et al.: Natura. Biologie für Gymnasien Band 3. Stuttgart 1995.



# Im Vergleich

## Stoffwechsel von Säugetieren





# Grundumsatz eines Menschen

Alter [a]	Mann	Frau
5	4950	4870
20	3910	3570
70	3400	3190

Angabe des Grundumsatzes in kJ pro m<sup>2</sup>  
Körperoberfläche und pro Tag

## **Beispiel:**

Ein durchschnittlicher Mann (70 kg) hat  
ca. 7500 kJ Grundumsatz pro Tag



# Leistungsstoffwechsel

## Faktoren zum Grundumsatz

Alter [a]	Mann	Frau
5	4950	4870
20	3910	3570
70	3400	3190

Liegen	1
Gehen	5,1
Schwimmen	8,1
Baum Fällen	14,5



# Energieumwandlung im Körper

- Energieaufnahme über Nahrungsmittel
- Beispiel: Glucoseverbrennung



Glucose + Sauerstoff → Kohlendioxid + Wasser + Energie



# Kalorimetrie

- Idee: Bestimmung des Energieumsatzes über den Sauerstoffverbrauch
- Verfahren: Messung mittels Spirometer und Wichtung der Ergebnisse

	Brennwert [kJ/g]	kalor. Äquivalent [kJ/l O <sub>2</sub> ]
Kohlenhydrate	17,2	21,1
Fette	38,9	19,6
Eiweiße	17,2	18,8
Normalkost	19,1	20,2

# Brennwert von Nahrungsmitteln



Gurken	42
Bier	200
Kartoffeln	365
Brathuhn	605
Vollkornbrot	1000
Schlagsahne	1250
Leberwurst	1885
Schokolade	2350
Erdnüsse	2720

Energiegehalt  
verschiedener  
Nahrungsmittel  
[kJ/100g]

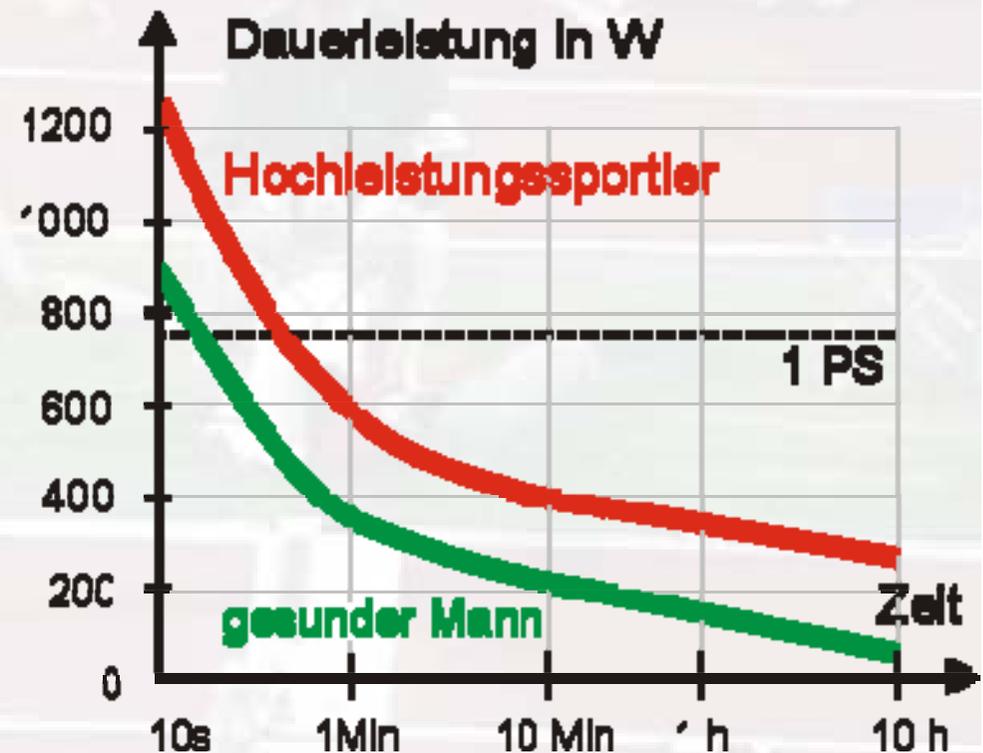
Aus:

Bickel, H. et al.: Natura. Biologie für Gymnasien Band 3. Stuttgart  
1995

# Leistung von Ausdauersportlern



- Biologischer Unterschied:  
Herzvolumen
- Effekt:  
verbesserte Sauerstoffaufnahme und Transport
- Beispiel:  
Fahrradergometer



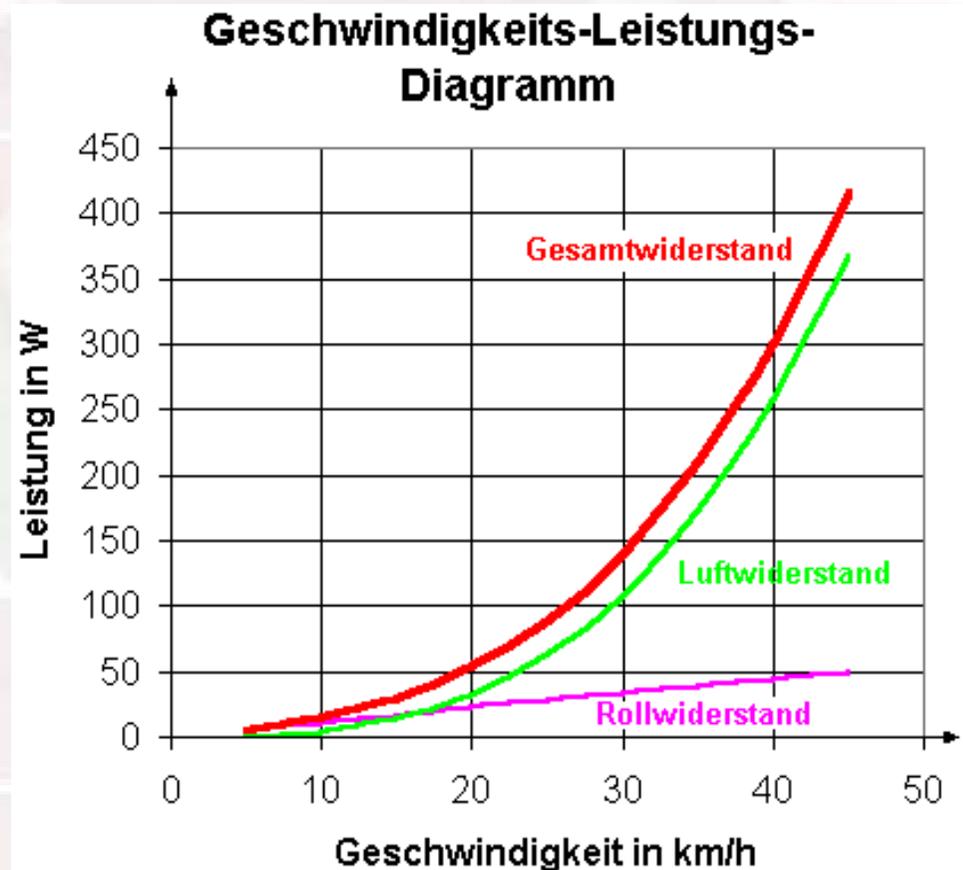
Quelle: [www.quarks.de](http://www.quarks.de)

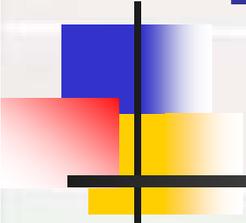


# Beispiel: Radfahren



- Wirkungsfaktor: 4
- Energieverluste durch:
  - Wärmeabgabe
  - „nutzlose“ Muskeln
  - Luftwiderstand
  - Rollwiderstand
- Florians Schulweg





## Thema 2:

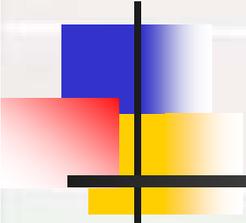
# Energie und Impuls



## Zitat

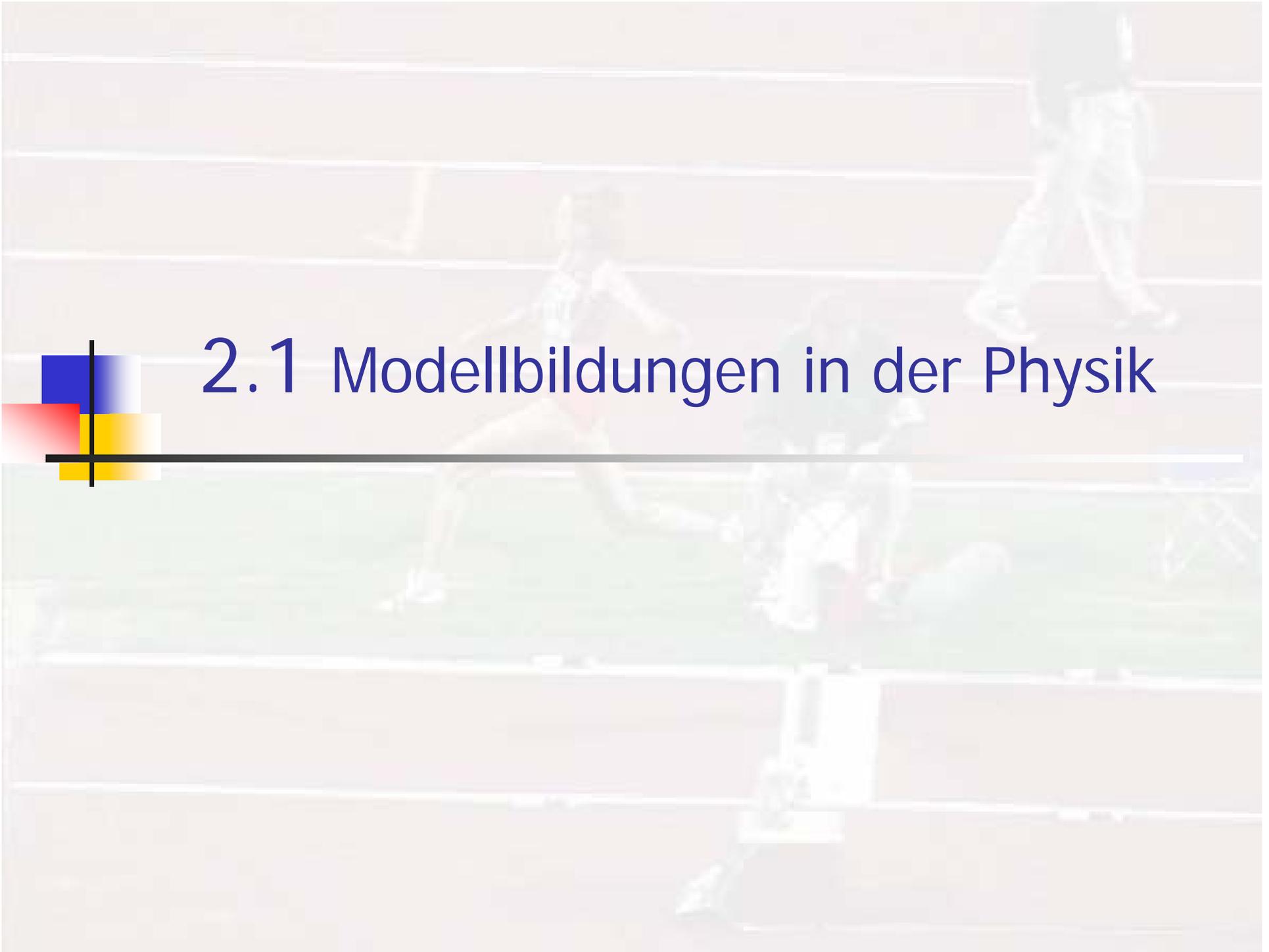
Physik: Beschreibung der Natur mit Hilfe  
mathematischer Modelle

*Prof. Sander, 21.04.07*



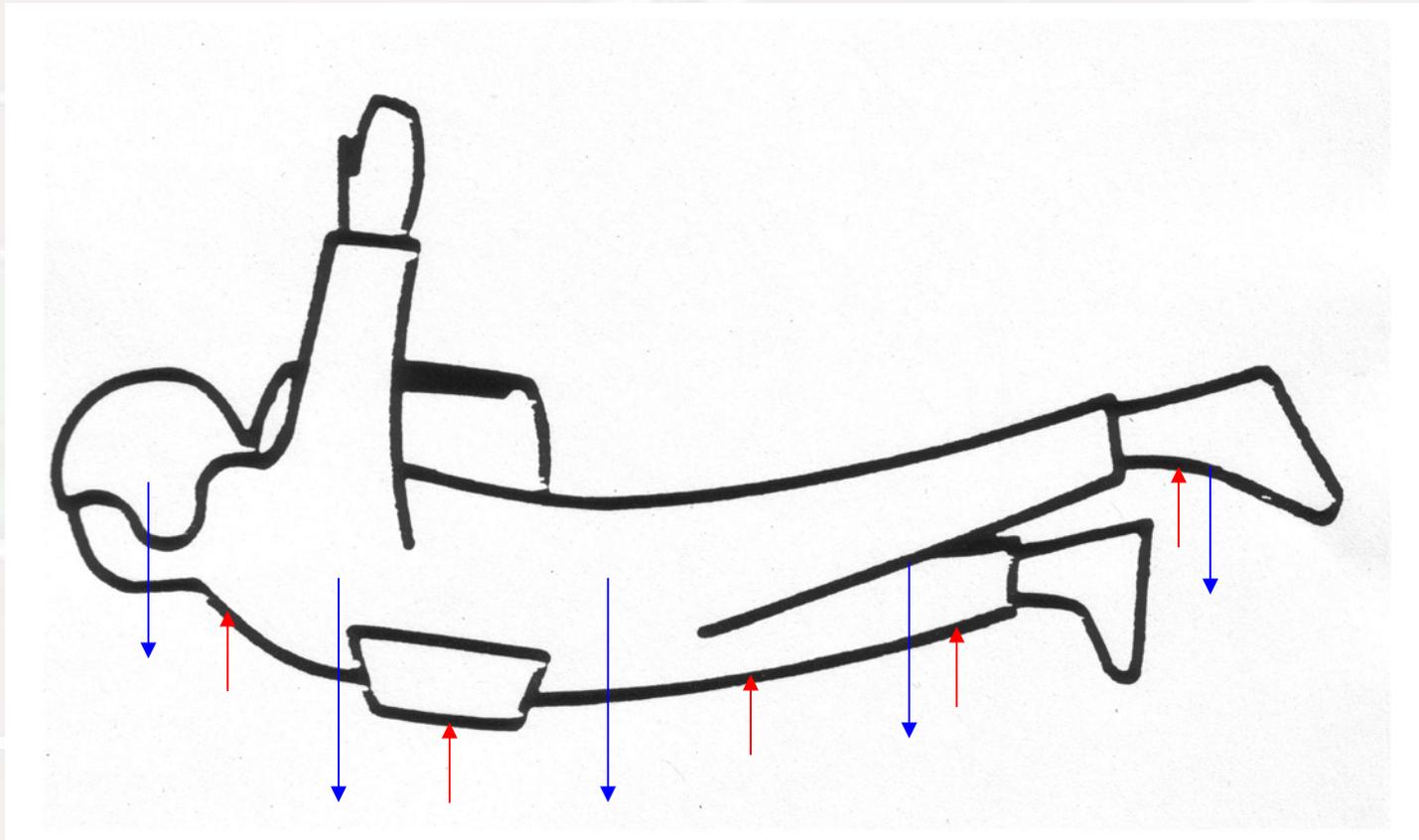
## 2.1 Modellbildungen in der Physik

---



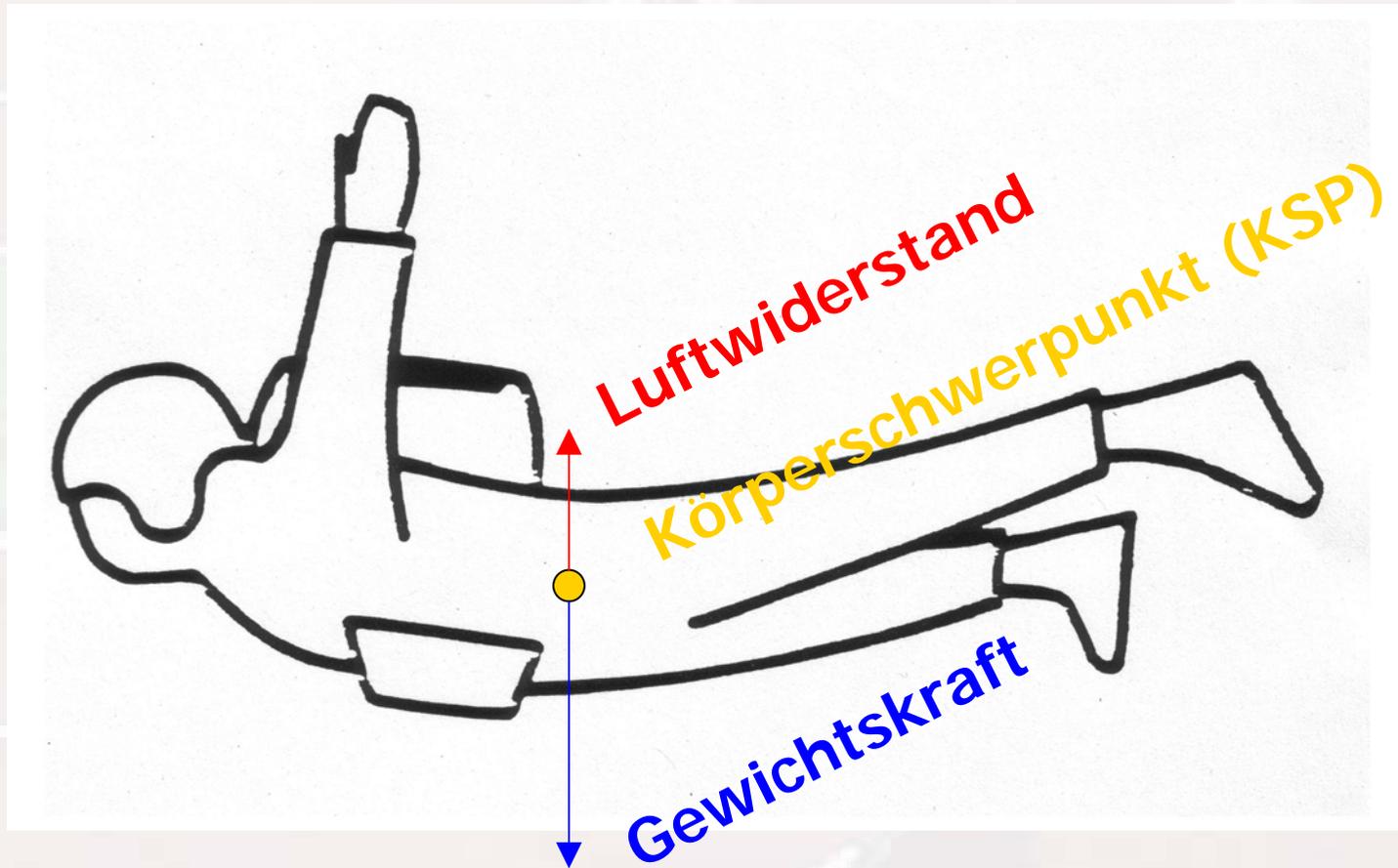


# Beispiel: Fallschirmspringer (1)





# Beispiel: Fallschirmspringer (2)





# Der Körperschwerpunkt (KSP)

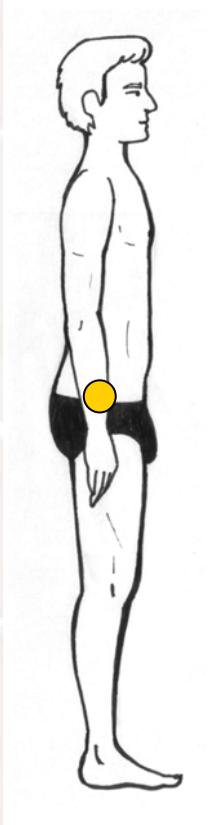
- Er ist Repräsentant des Körpers für (translatorische) Bewegungen
- Seine Verlagerung ist bewegungstechnisch interessant
- Das *Gleichgewicht* ist ein Spiel mit der Lage des KSP



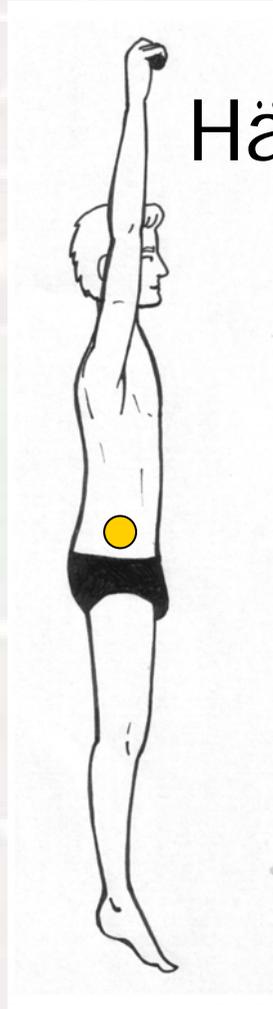
# Gleichgewichte

Handstand

Stehen



Hängen

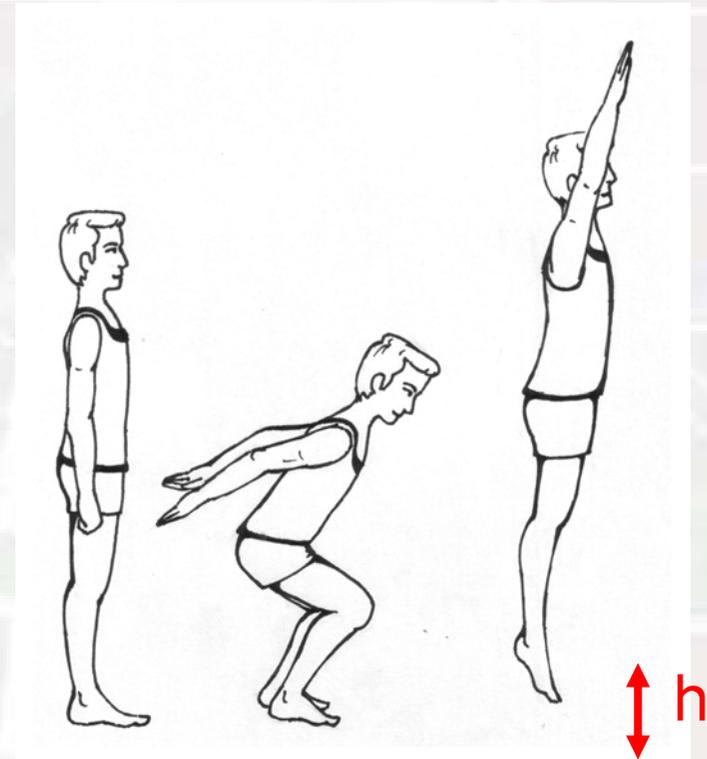






# Beispiel: Strecksprung

- Annahme:  
Die Strecksprunghöhe ist charakteristisch für die Beinkraft
- Ziel:  
Entwicklung eines Modells zur Berechnung der Beinkraft aus der Sprunghöhe





# Modellierung Strecksprung

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$$

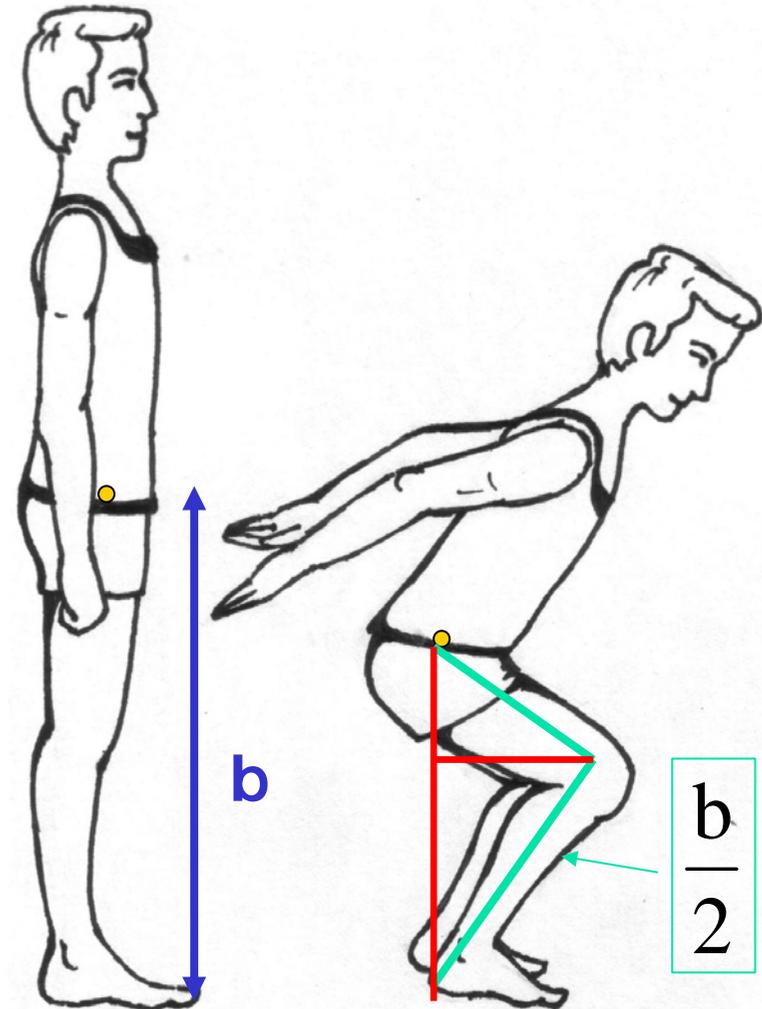
$$F_B = \frac{mgh}{s} = \frac{h}{s} \cdot F_G$$

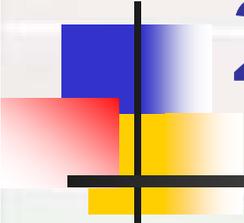
$$s = b \left( 1 - \frac{1}{2} \sqrt{2} \right)$$

$$F_B = \frac{mgh}{s} = \frac{h}{b \left( 1 - \frac{1}{2} \sqrt{2} \right)} \cdot F_G$$

Mit  $h = 0,4\text{m}$  und  $b = 0,8\text{ m}$  folgt:

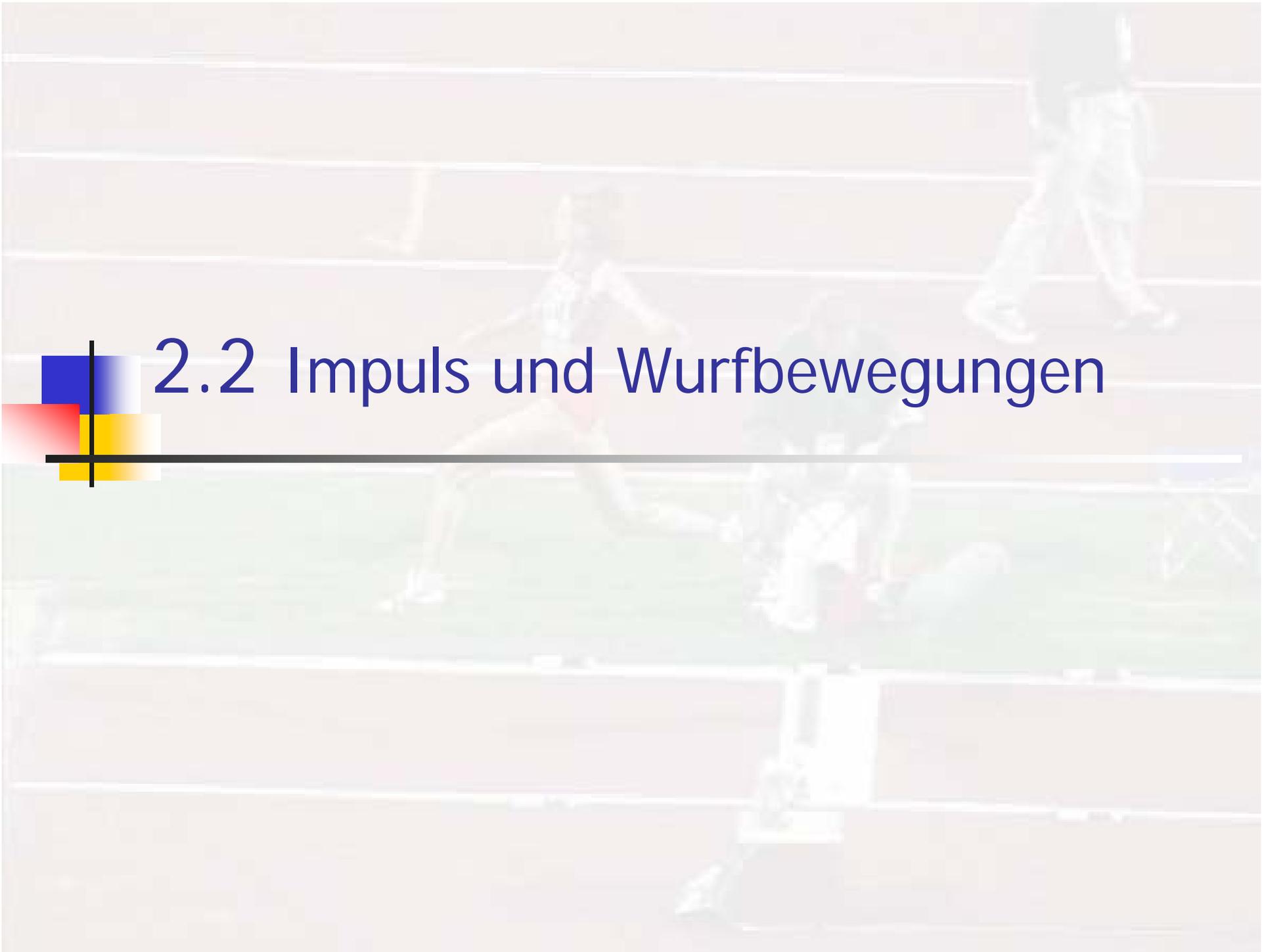
$$F_B = 1,7 \cdot F_G$$





## 2.2 Impuls und Wurfbewegungen

---





# Impuls als gerichtete Größe

- Definition:  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$
- Anwendung: Eisstockschießen
- Beispiel: Wassersprünge
- Alternative Kraftdefinition:

$$\vec{F} = \frac{\vec{\Delta p}}{\Delta t}$$



# Der Impulserhaltungssatz

- In einem kräftemäßig abgeschlossenen System aus zwei Körpern ist die Summe der Impulse vor der Wechselwirkung gleich der Summe der Impulse nach der Wechselwirkung.
- Beispiele
- Impulsisolatoren (?)



# Analyse von Wurfbewegungen

- Einsatz von Videomesssystemen
- KSP als Messpunkt

The screenshot shows the ViMPS software interface. The main window displays a video of a swimmer in a pool. Below the video are control buttons: Zurück, Weiter, Bild zurück, Bild vor, and Zeitupe. A progress bar is also visible. To the right of the video, there are input fields for X (3,534 m) and Y (0,330 m). Below these are buttons for Speichern, Messwerte neu, Kalibrierung neu, and Diagramm. A table on the right side of the interface displays the following data:

Nr.	X [m]	Y [m]	dt [s]
1	2,893	2,718	0,08
2	2,990	2,932	0,08
3	3,107	3,146	0,08
4	3,204	3,243	0,08

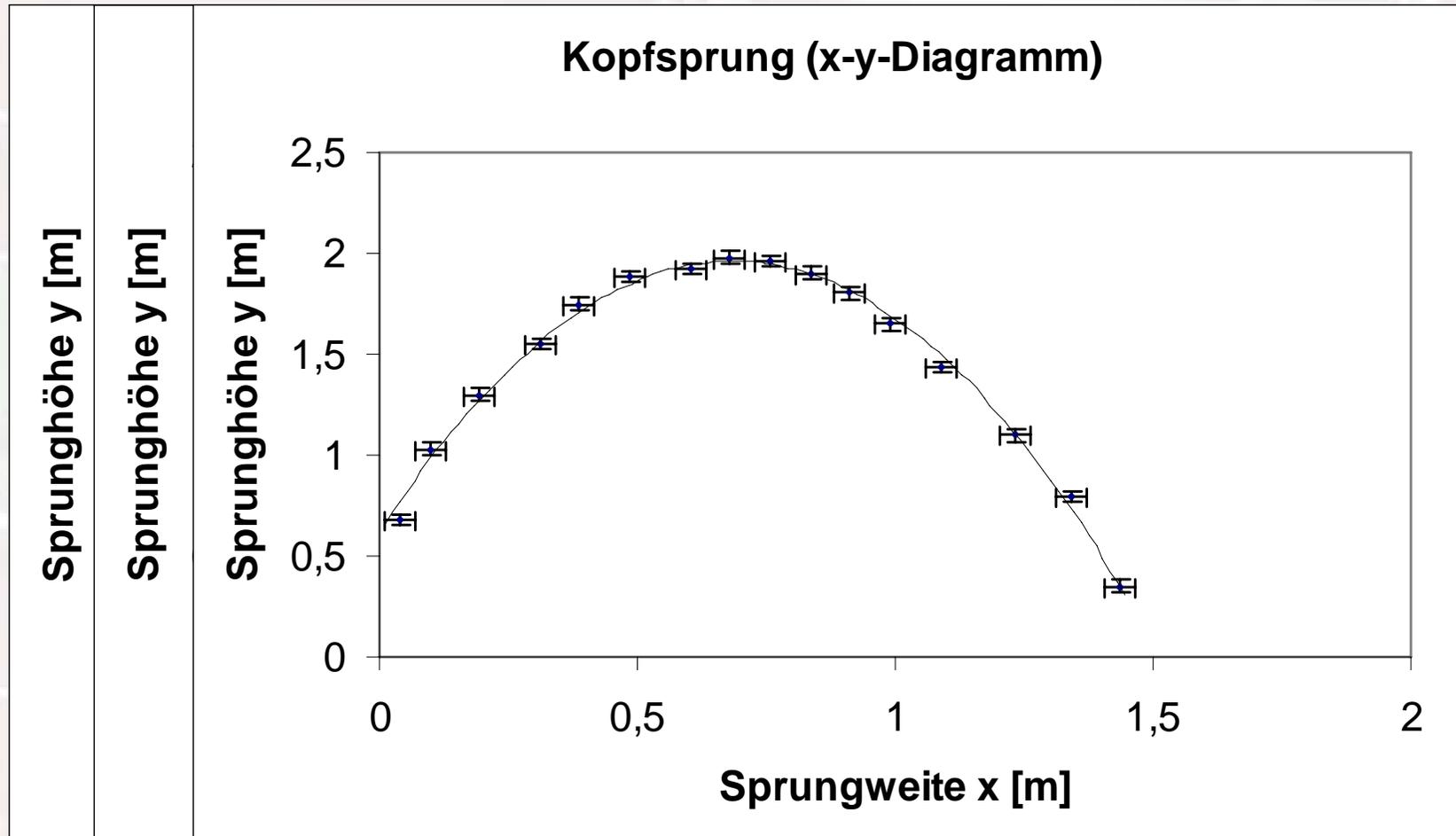
At the bottom of the interface, there are buttons for Öffnen and Schließen. The taskbar at the bottom shows the Start button, Microsoft Word - Staatse..., and Vimps 1. The system clock shows 15:53.

Bezugsquelle:

[www.physik.uni-mainz.de/lehramt/ViMPS](http://www.physik.uni-mainz.de/lehramt/ViMPS)

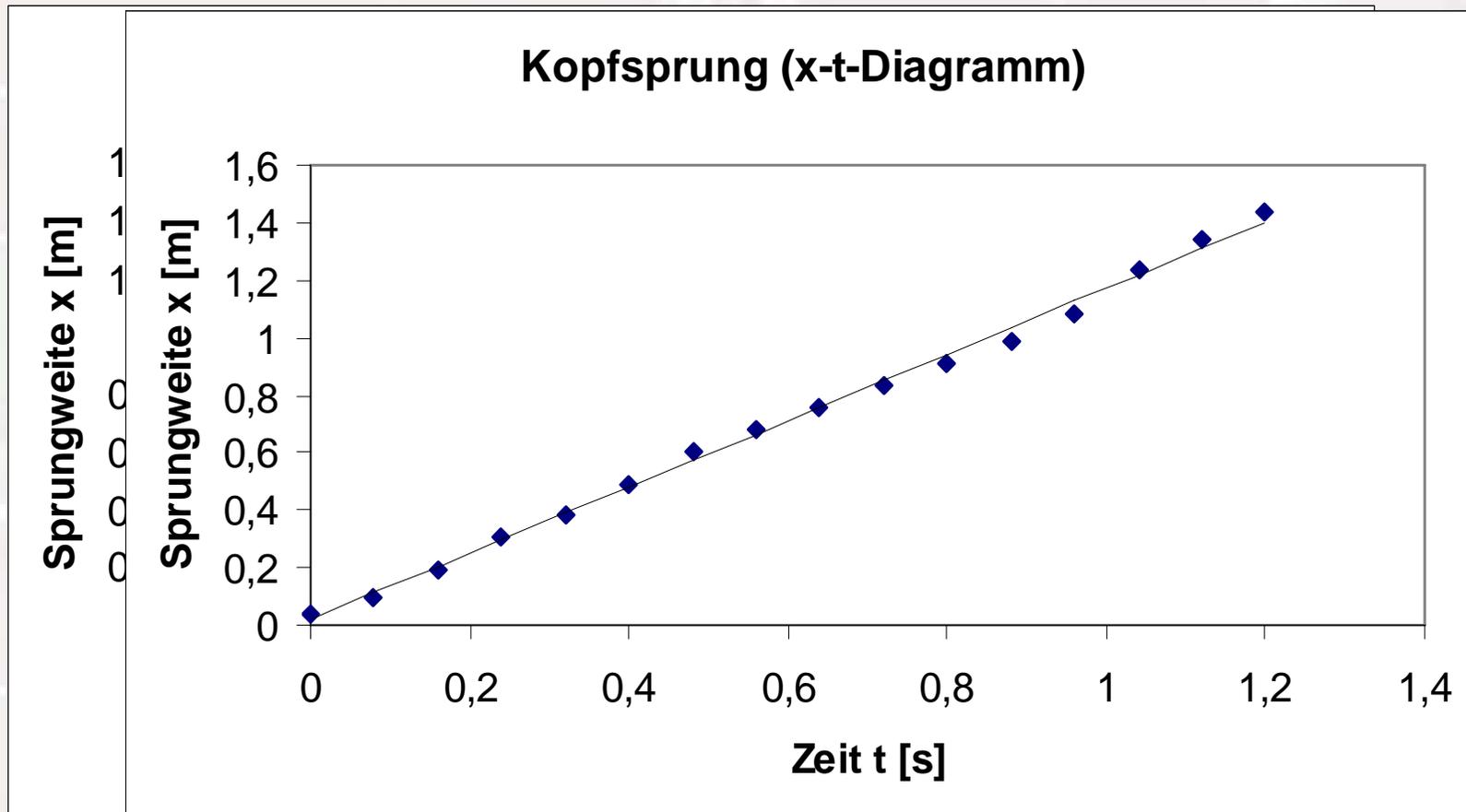


# Analyse von Wurfbewegungen



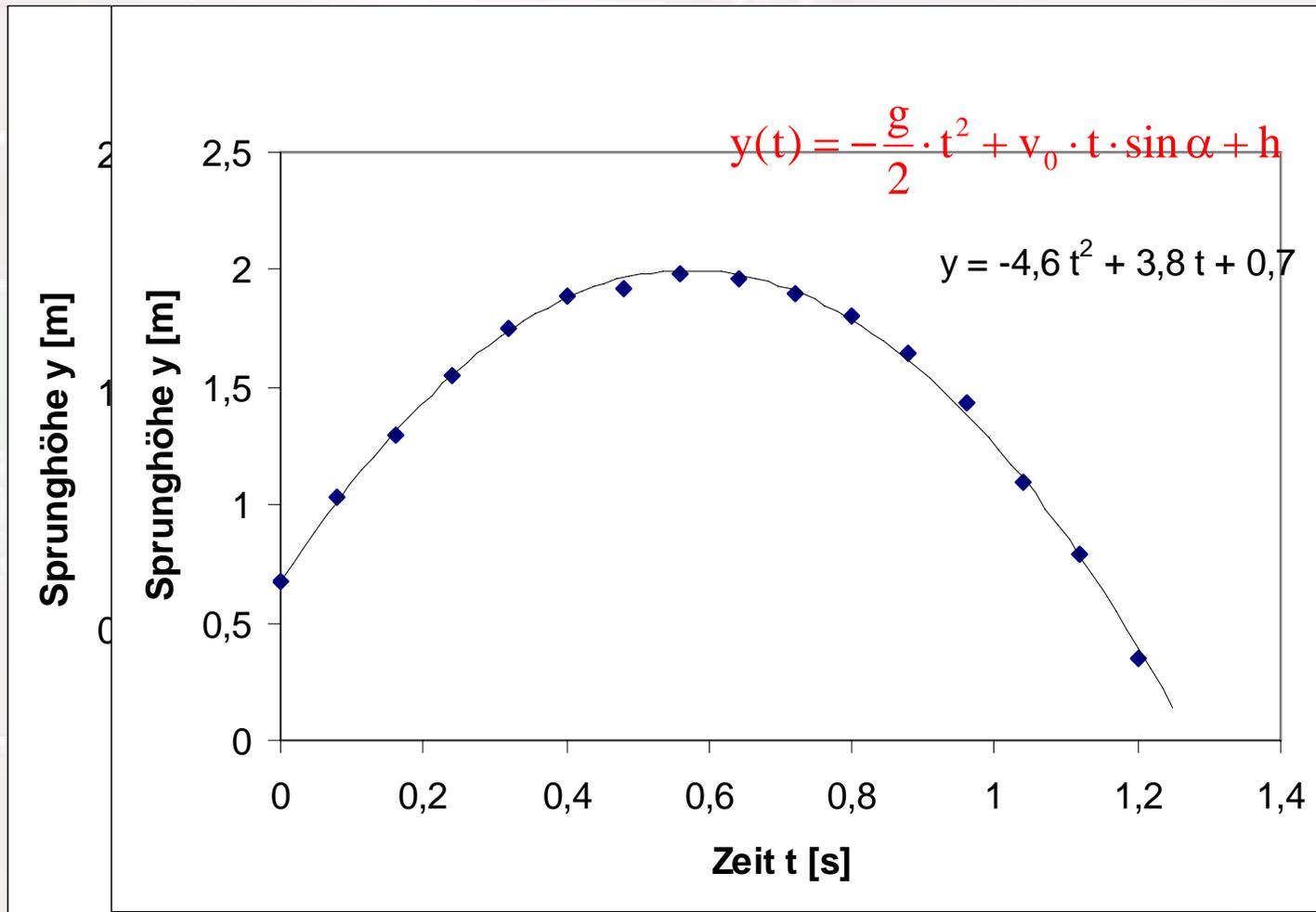


# Analyse von Wurfbewegungen





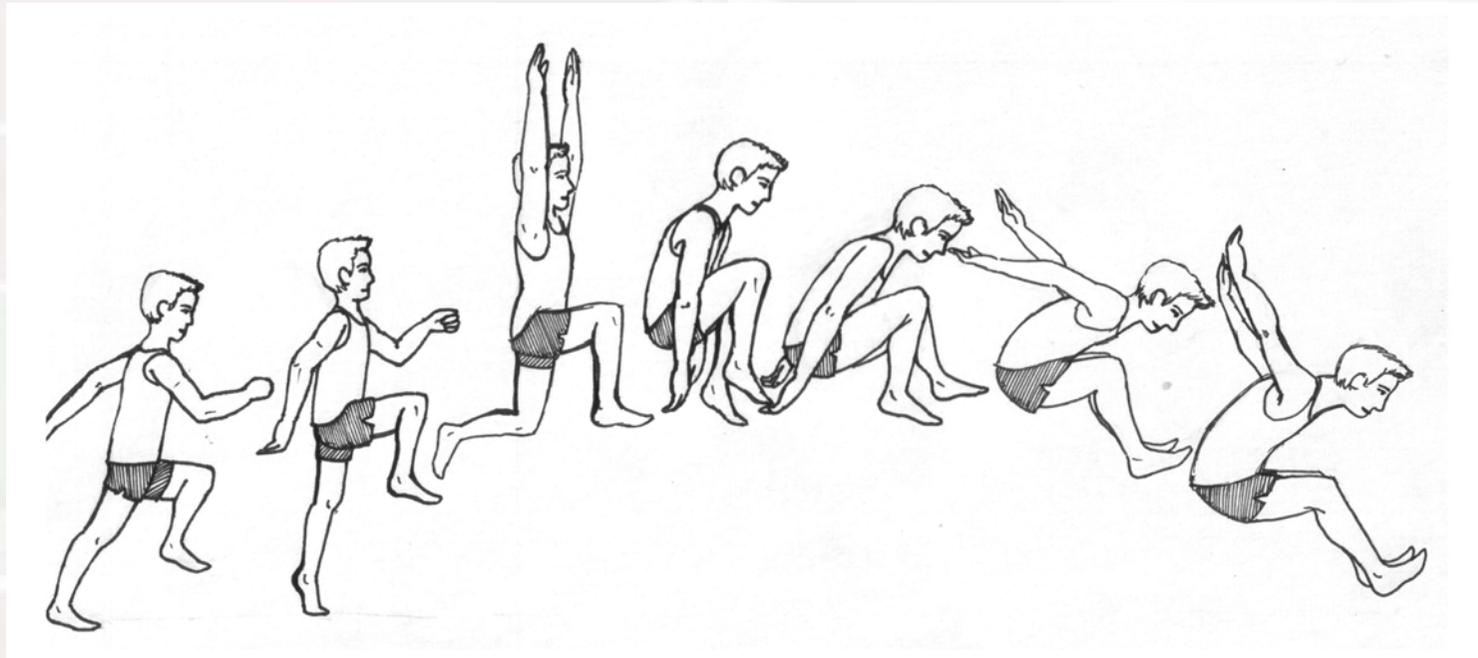
# Analyse von Wurfbewegungen



Gleichung  
der  
Bahnkurve



# Analyse des Weitsprungs

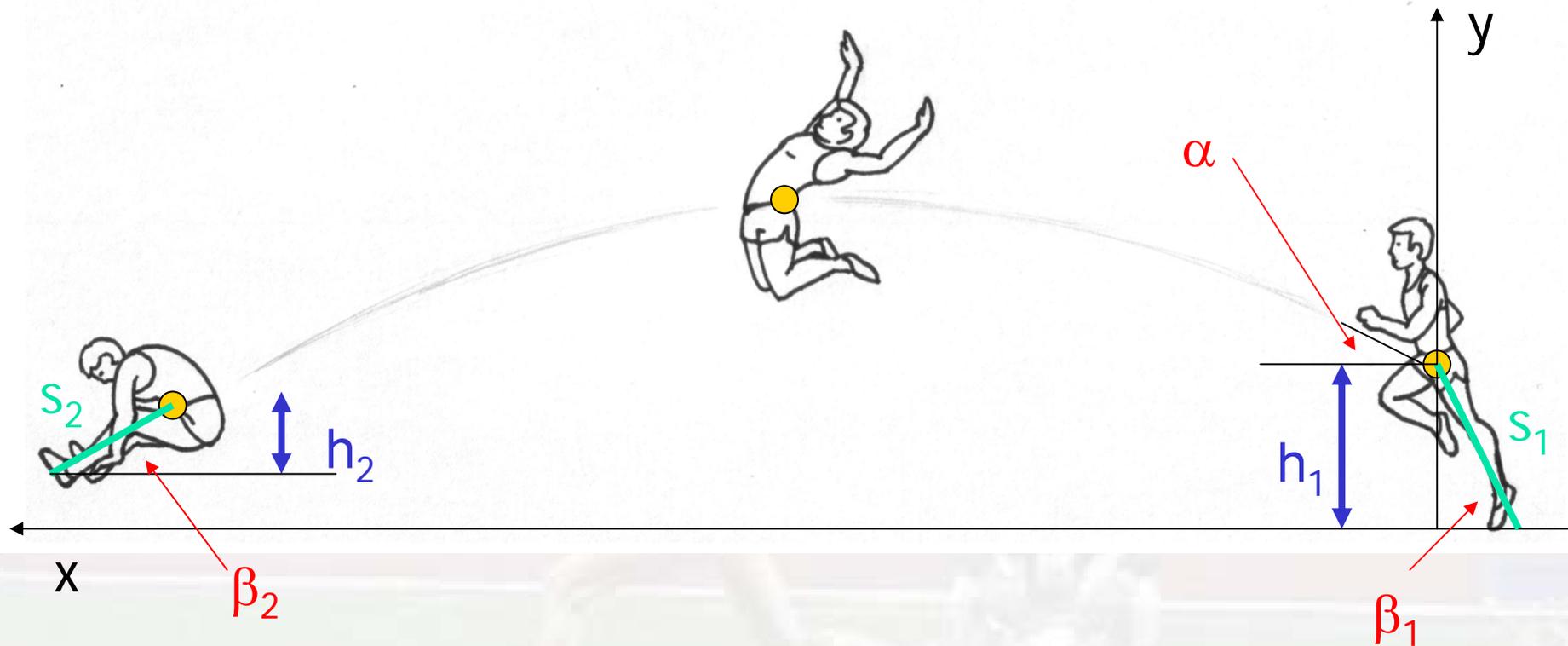


**Frage: Was sind maximale Sprungweiten?**



# Einflussfaktoren

- Gleichung der Bahnkurve
- $y(x) = h + x \cdot \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2$
- Anlauf
- Absprung
- Landung
- „Biologische Daten“



- Absprunghöhe (KSP) über Landehöhe
- Winkel bei Absprung und Landung
- Beine werden nach vorne geworfen
- $v_{\text{Anlauf}} = 10 \text{ m/s}$
- $v_{0x} = 9 \text{ m/s}; v_{0y} = 3 \text{ m/s}$



# Modellvorgaben

## Weitsprungmodell

$V_0$	10	
$g$	9,81	
Beta1	1,05	60
Beta2	0,44	25
$s_1$	1,1	
$s_2$	1	
Höhe $h_1$	0,95	
Höhe $h_2$	0,42	
Masse	85	

# Sprungweite für verschiedene Absprungwinkel (KSP)



Winkel $\alpha$	Bogenmaß	Weite KSP
5	0,09	3,75
10	0,17	4,65
15	0,26	5,59
20	0,35	6,50
25	0,44	7,31
30	0,52	7,97
35	0,61	8,45
40	0,70	8,72
45	0,79	8,76
50	0,87	8,55
55	0,96	8,11
60	1,05	7,44

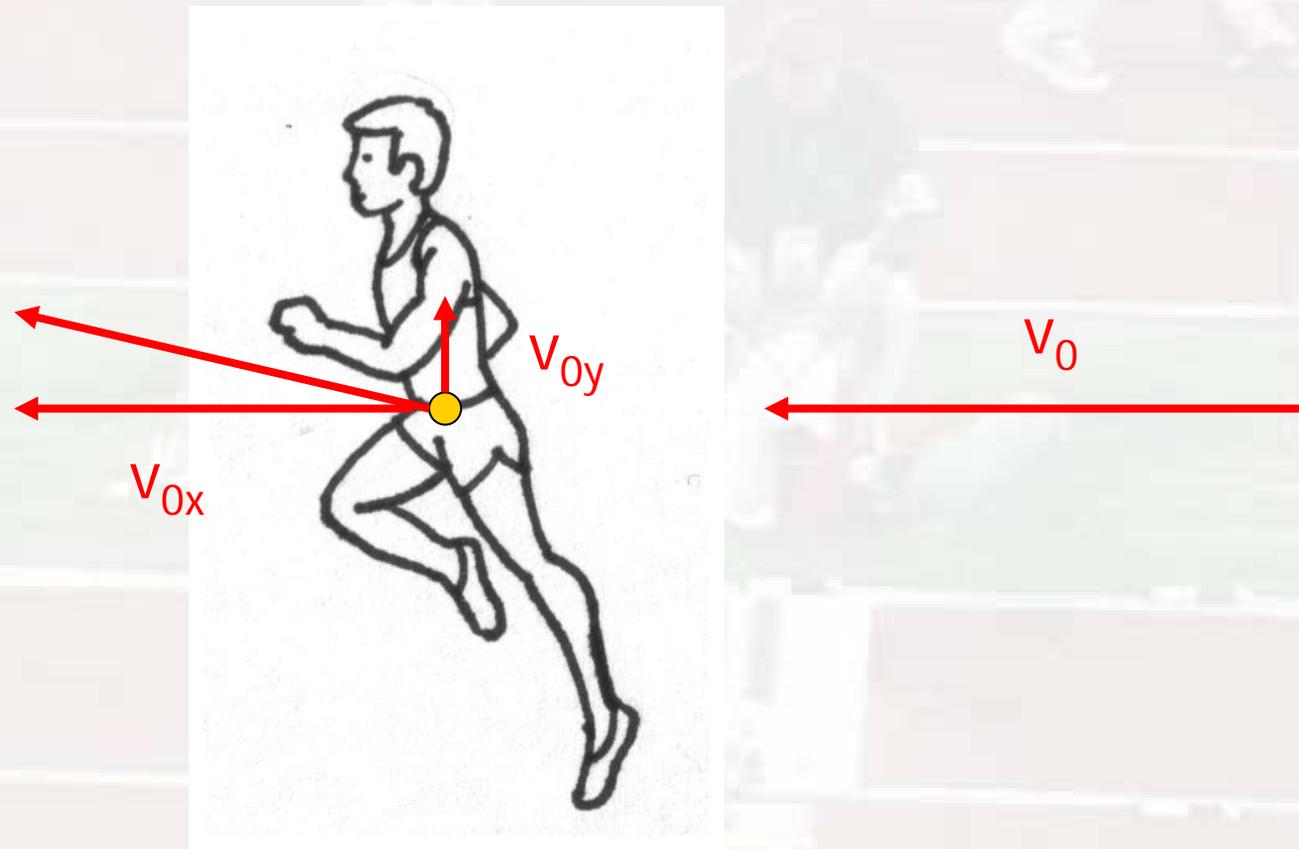
# Sprungweite für verschiedene Absprungwinkel



Winkel $\alpha$	Bogenmaß	Weite KSP	Sprungweite
5	0,09	3,75	5,21
10	0,17	4,65	6,11
15	0,26	5,59	7,05
20	0,35	6,50	7,95
25	0,44	7,31	8,77
30	0,52	7,97	9,43
35	0,61	8,45	9,91
40	0,70	8,72	10,18
45	0,79	8,76	10,21
50	0,87	8,55	10,01
55	0,96	8,11	9,57
60	1,05	7,44	8,90



# Problem: Bremskraftstoß



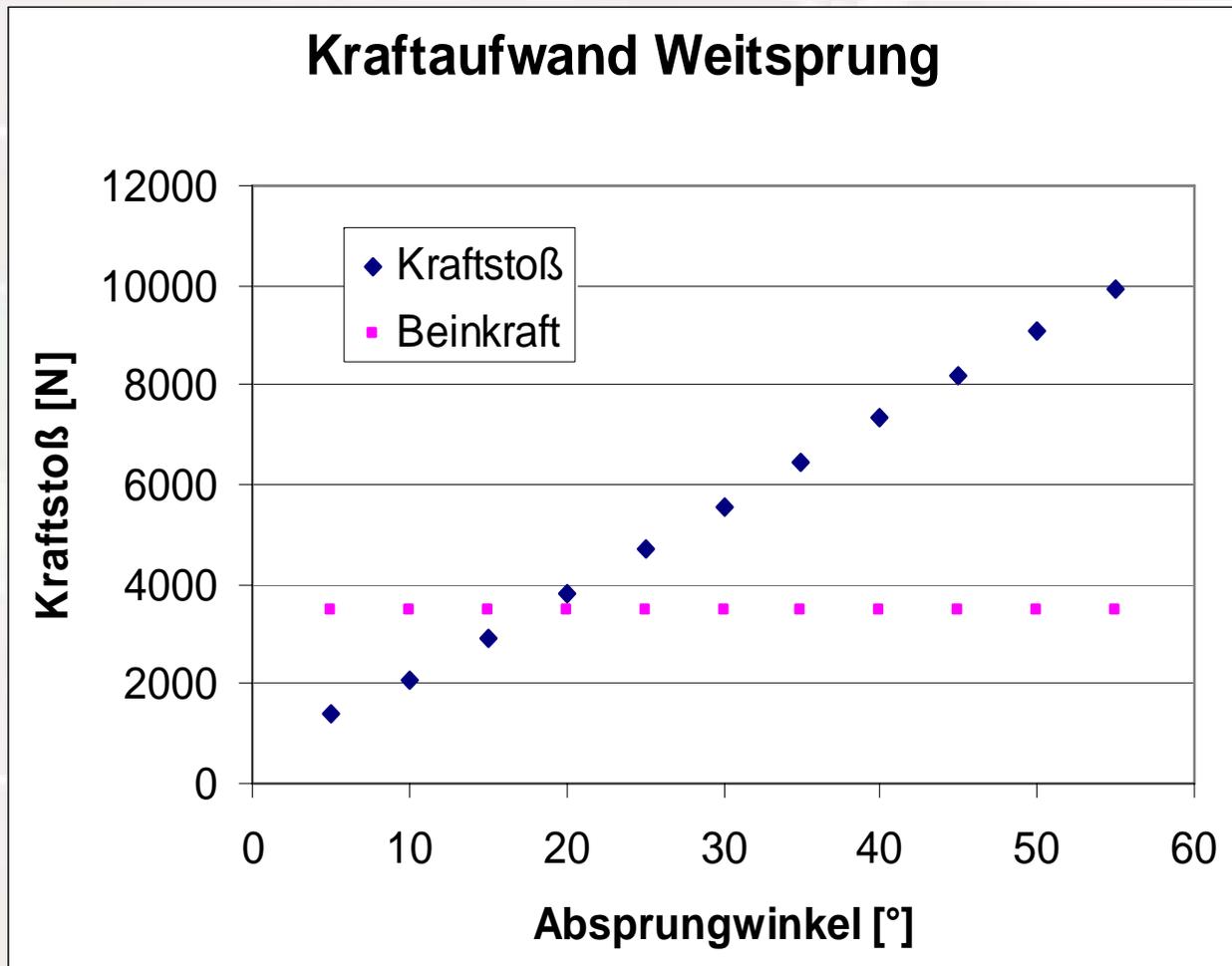


# Absprunganalyse

- Bestimmung der Kontaktzeit auf dem Brett
- Berechnung der Impulsänderung und des Kraftstoßes
- Vergleich mit der zur Verfügung stehenden Beinkraft (Strecksprungmodell)



# Datenauswertung

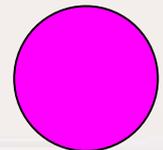


Strecksprungmodell:  
Maximale Beinkraft  
für

$h = 1,1 \text{ m}$  und

$b = 0,9 \text{ m}$ :

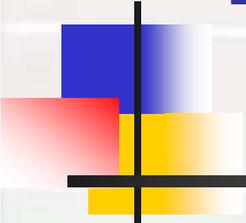
$$F_{\max} = 3480 \text{ N}$$





# Exkurs: Hochsprung





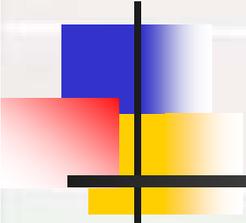
Thema 3:

# Kreisbewegungen

**LOOOS . . . LAAASSEN!**



Wie du willst!



## 3.1 Elementare Bewegungsgrößen

---





# Elementare Größen

- Winkel  $\varphi$
- Frequenz  $f$
- Geschwindigkeit ?

Winkelgeschwindigkeit  $\omega$

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

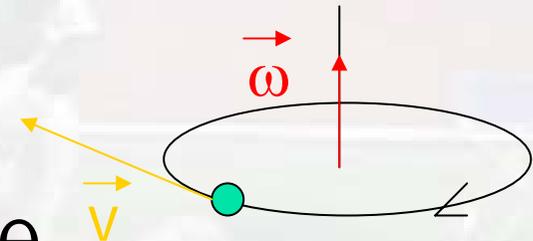
Bahngeschwindigkeit  $v$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = \omega \cdot r$$



## Hinweis: Vektorcharakter

- Die genannten Geschwindigkeiten sind Vektorgrößen!
- Winkelgeschwindigkeit:  
In Richtung der Drehachse
- Bahngeschwindigkeit:  
Tangential in Bewegungsrichtung
- Bahngeschwindigkeit als Vektorprodukt:



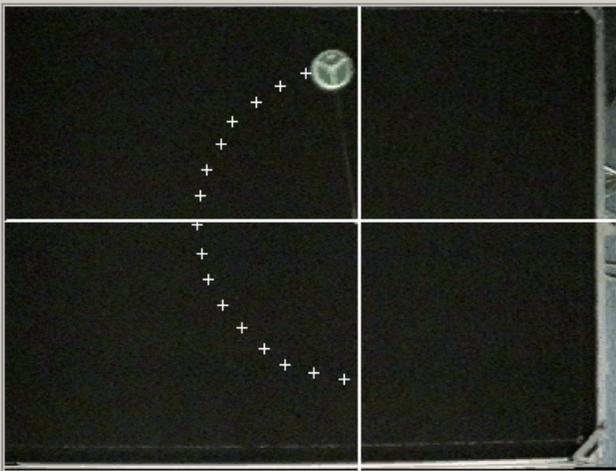
$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

# Datenaufnahme am Luftkissentisch



VIMPS "Video abspielen" - Fenster

Datei Einstellungen Datenaufnahme Datenauswertung Beenden



Zurück Weiter Bild zurück **Bild vor** Zeitlupe

Gesamt: 6,000 sec  
Zeit: 4,160 sec

Frame: 150  
Frame Nr.: 104

Öffnen

X: 0,231 m Y: -0,581 m

Speichern Messwerte neu alibrierung neu Diagramm aus

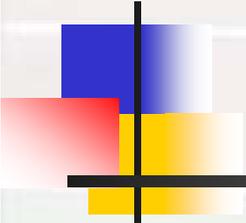
Nr.	X [m]	Y [m]	dt [s]
1	-0,035	-0,377	0,08
2	-0,108	-0,362	0,08
3	-0,177	-0,342	0,08
4	-0,227	-0,304	0,08
5	-0,281	-0,254	0,08
6	-0,327	-0,200	0,08
7	-0,362	-0,138	0,08
8	-0,377	-0,077	0,08

Schließen



# Datenauswertung

- Umdrehungsdauer  $T = 2,56 \text{ s}$
- Radius  $r = 0,375 \text{ m}$
- Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2,45 \text{ s}^{-1}$
- Bahngeschwindigkeit  $v = 0,92 \text{ m/s}$

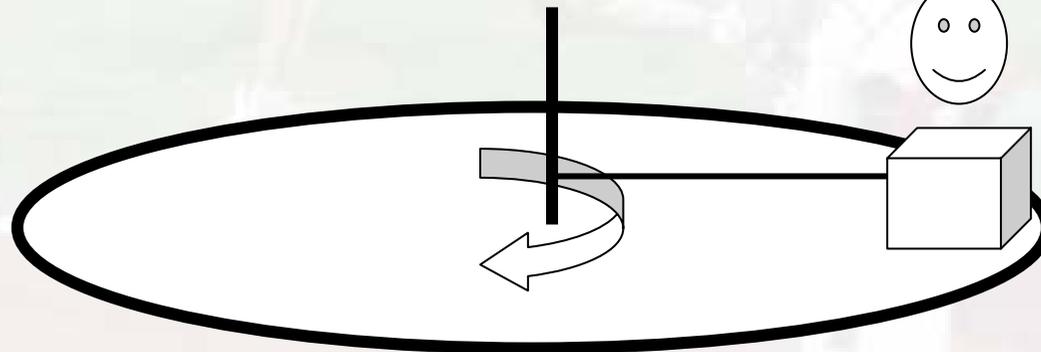


## 3.2 Die Zentripetalkraft





# In welche Richtung wirkt die Kraft?



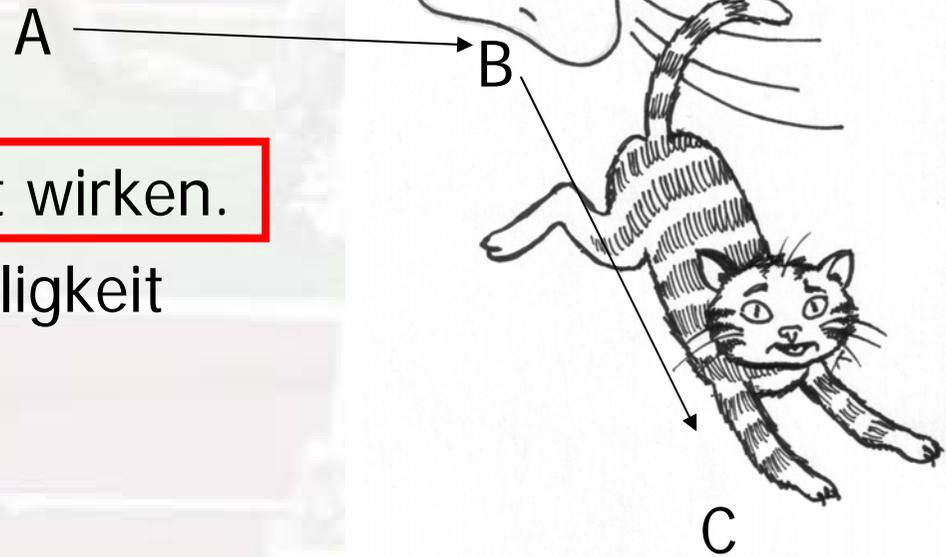


# „Katze treten“: Experiment 1

Eine Katze läuft von Punkt A über B nach C, ohne ihre Schnelligkeit zu ändern. Muss im Punkt B eine Kraft gewirkt haben?

A: Ja. Es musste eine Kraft wirken.

B: Nein, da sich die Schnelligkeit nicht geändert hat.





## „Katze treten“: Experiment 2

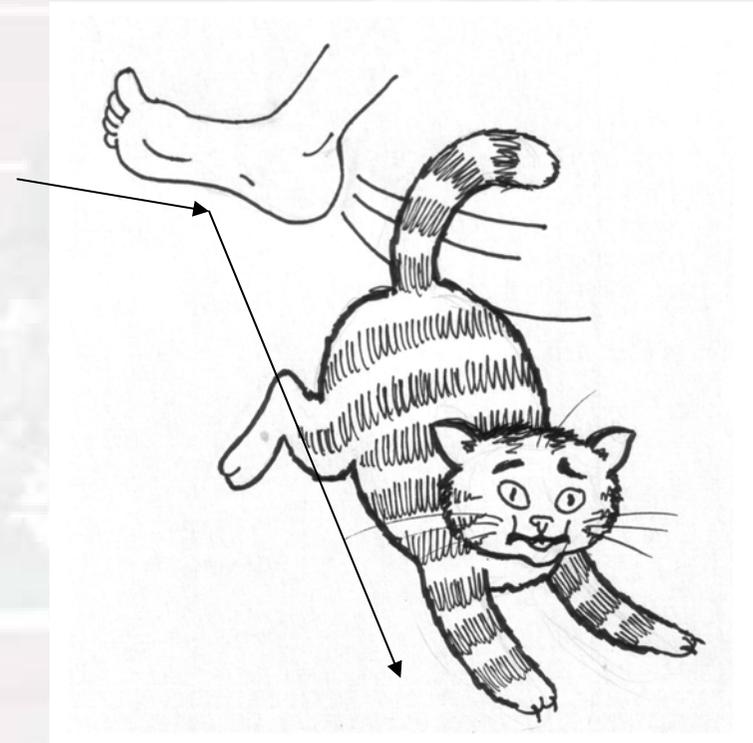
Die Katze läuft den selben Weg wie vorher, ist nun aber doppelt so schwer. Um die gleiche Richtungsänderung wie vorher zu erhalten, muss man

A: in einem anderen Winkel treten

B: doppelt so fest treten

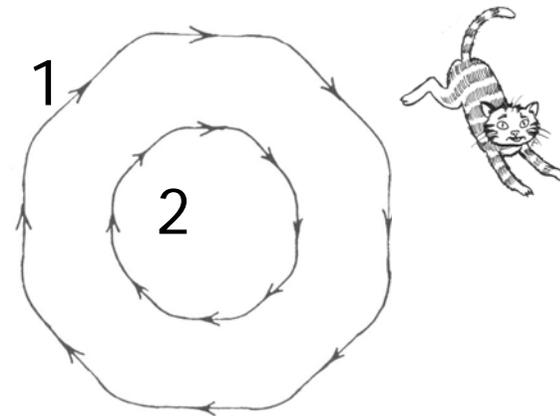
C: vier mal so fest treten

D: nichts verändern



Die Katze bewegt sich mit fester Geschwindigkeit auf Bahn 1. Eine Zwillingsskatze bewegt sich mit der selben Geschwindigkeit auf Bahn 2, deren Durchmesser nur halb so groß ist.

Die durchschnittliche Kraft, die man braucht um die innere Katze auf der Bahn zu halten, ist



A: genau so groß wie auf Bahn 1

B: halb so groß wie auf Bahn 1

C: doppelt so groß wie auf Bahn 1

D: vier mal so groß wie auf Bahn 1

E: ein Viertel so groß wie auf Bahn 1

Zwei identische Katzen bewegen sich auf Kreisen mit gleichem Durchmesser, die eine bewegt sich aber zwei mal so schnell wie die andere. Die Kraft, die erforderlich ist, um die schnellere Katze auf ihrer Bahn zu halten, ist



- A: genau so groß wie die andere
- B: ein Viertel so groß wie die andere
- C: halb so groß wie die andere
- D: doppelt so groß wie die andere
- E: vier mal so groß wie die andere**

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ cm}}{10 \text{ s}} = \frac{1 \text{ m} \cdot \pi}{10} = \frac{1}{10} \cdot \pi = 31,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$f = \frac{n}{T} \quad f = \frac{10}{10} = 1 \text{ s}^{-1}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10} \text{ s}$$

$$v = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot r = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2 \pi \cdot r}{T} = 2 \pi \cdot f \cdot r$$

$$\alpha = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2 \pi}{T} = 2 \pi \cdot f$$

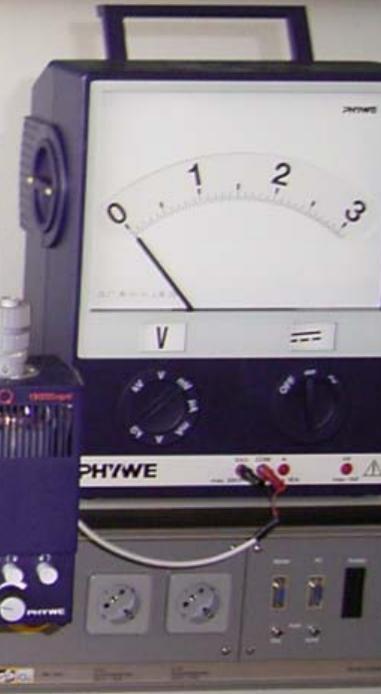
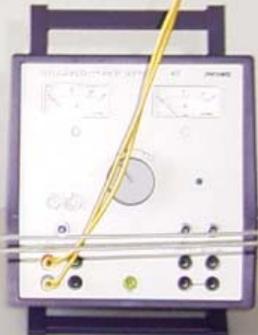
$$\alpha = 360^\circ$$

$$x = 2$$

$$x = \frac{b_2}{r_1} = \frac{b_2}{r_1} \text{ Winkel in Bogenmaß}$$

$$= \frac{2 \pi \cdot r}{T} = 2 \pi \cdot 2 \cdot 3,14159$$

PH/WE FORCE TRANSDUCER



RAHN

L-P. May





# Die Beschleunigung

- Die Kreisbewegung ist eine beschleunigte Bewegung
- Trenne:

Zentripetalbeschleunigung  $a$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

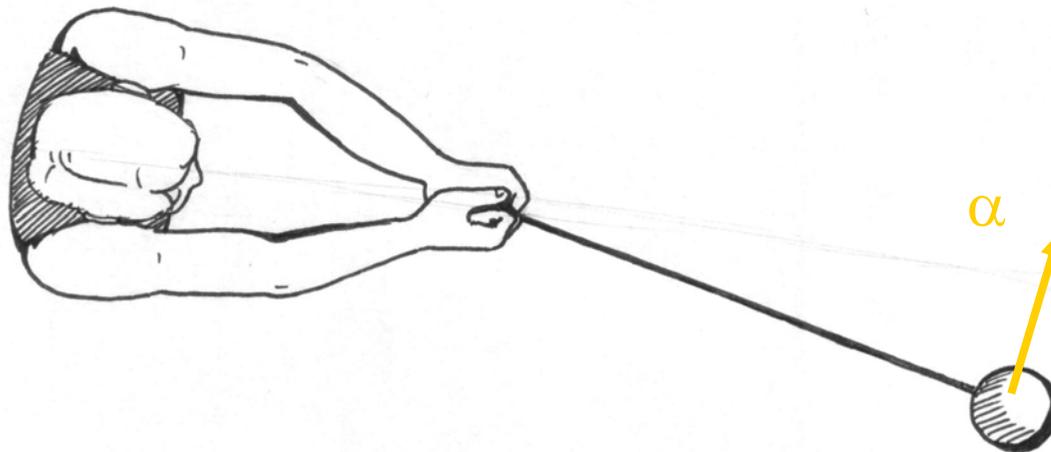
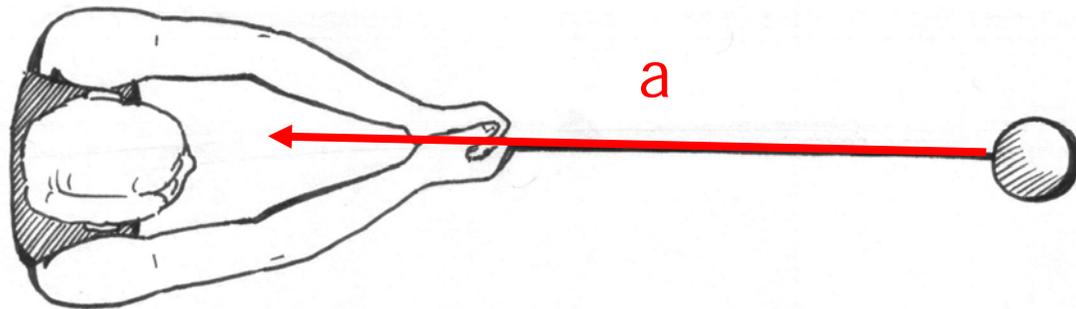
Winkelbeschleunigung  $\alpha$

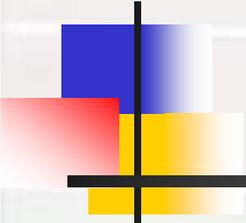
$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$



# Beispiele

- Hammerwurf
- Diskuswurf
- Riesenumschwung am Reck
- Saltoabgang vom Reck





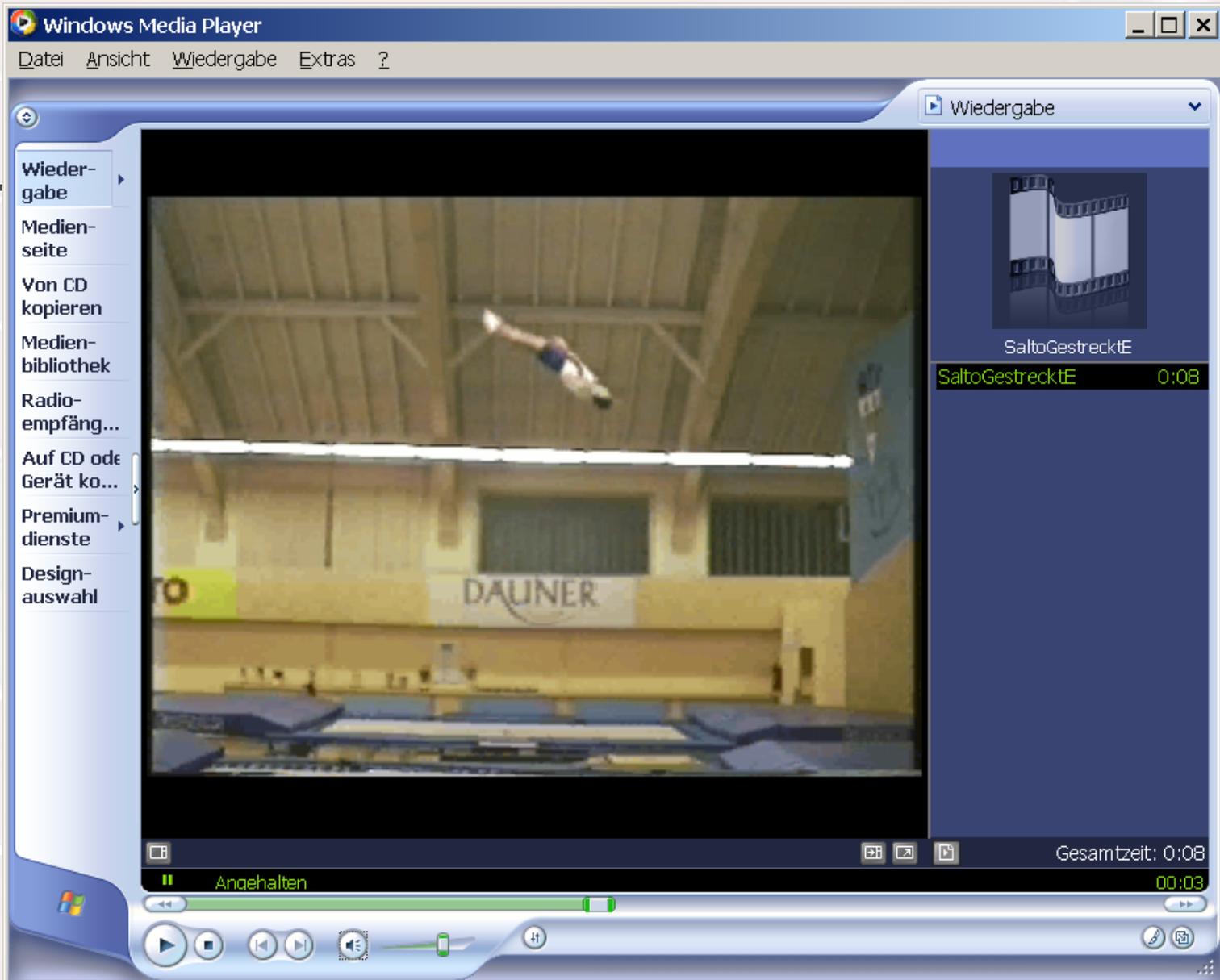
## 3.3 Die Rotationsenergie



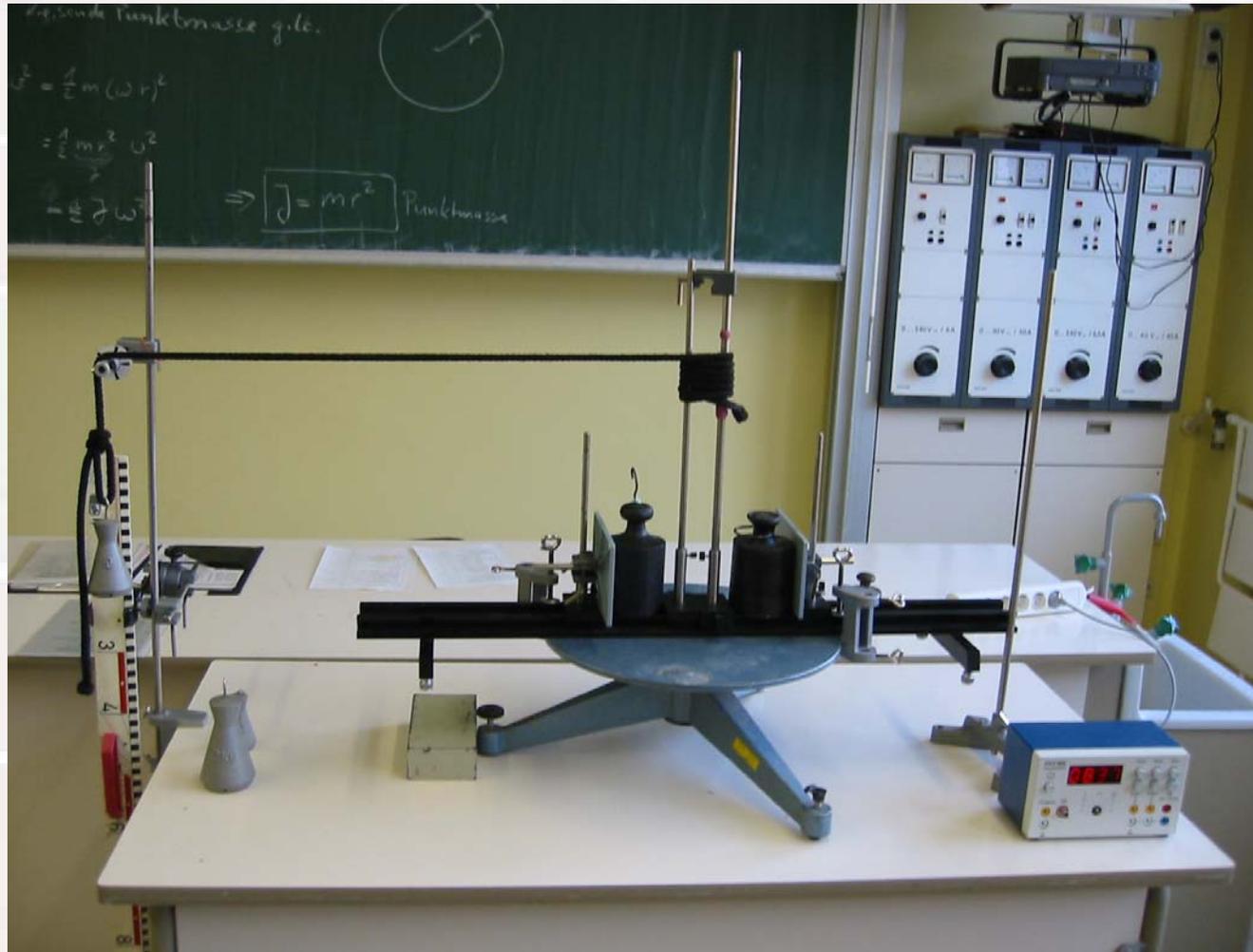


# Einführung

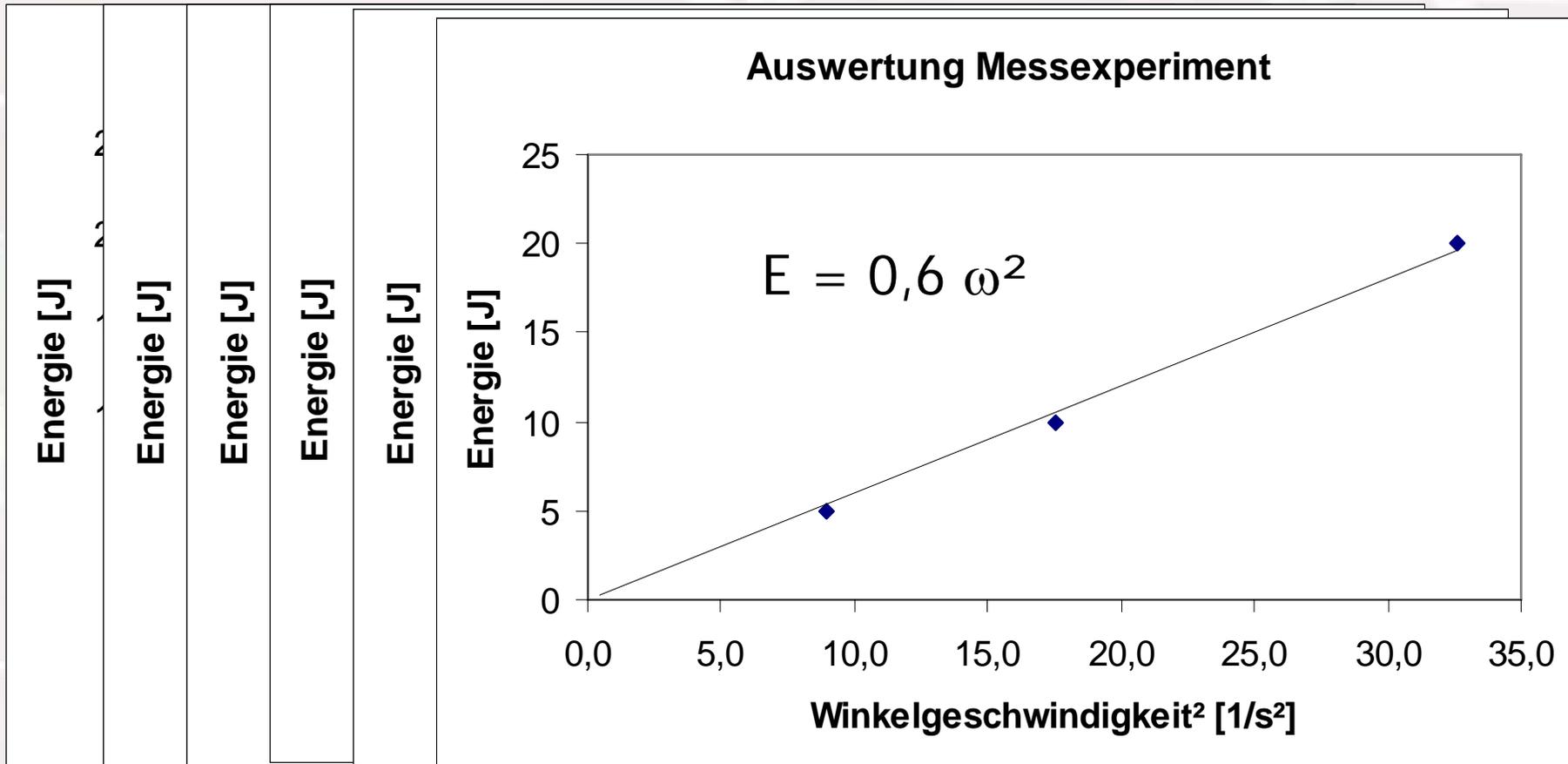




# Messexperiment zur Rotationsenergie (Aufbau)



# Messexperiment zur Rotationsenergie





# Ergebnis

- $E \sim \omega^2$  oder  $E = k \omega^2$
- Festlegung:  $k = \frac{1}{2} J$
- Damit folgt für die Rotationsenergie:

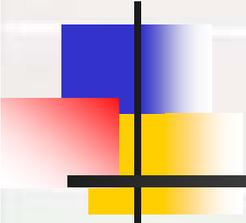
$$E_{\text{Rot}} = \frac{1}{2} J \omega^2$$

- Definition des Trägheitsmoments  $J$ :

$$J = 2 \frac{E_{\text{Rot}}}{\omega^2} \quad [J] = \text{kg m}^2$$

In unserem  
Beispiel:

$$J = 1,2 \text{ kg m}^2$$



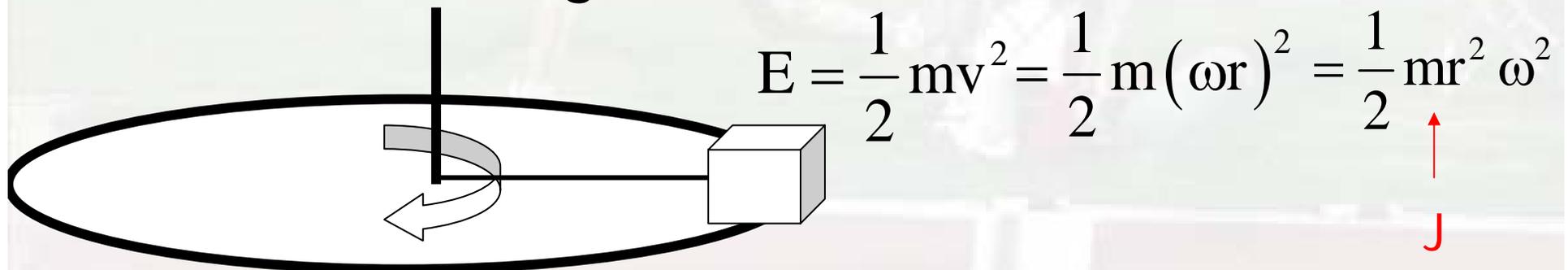
## 3.4 Das Trägheitsmoment





# Das Trägheitsmoment

- Vermutlich abhängig von Masse und Radius
- Herleitung für eine Punktmasse:



⇒ Trägheitsmoment einer Punktmasse

$$J = mr^2$$

# Trägheitsmoment- bestimmung allgemein



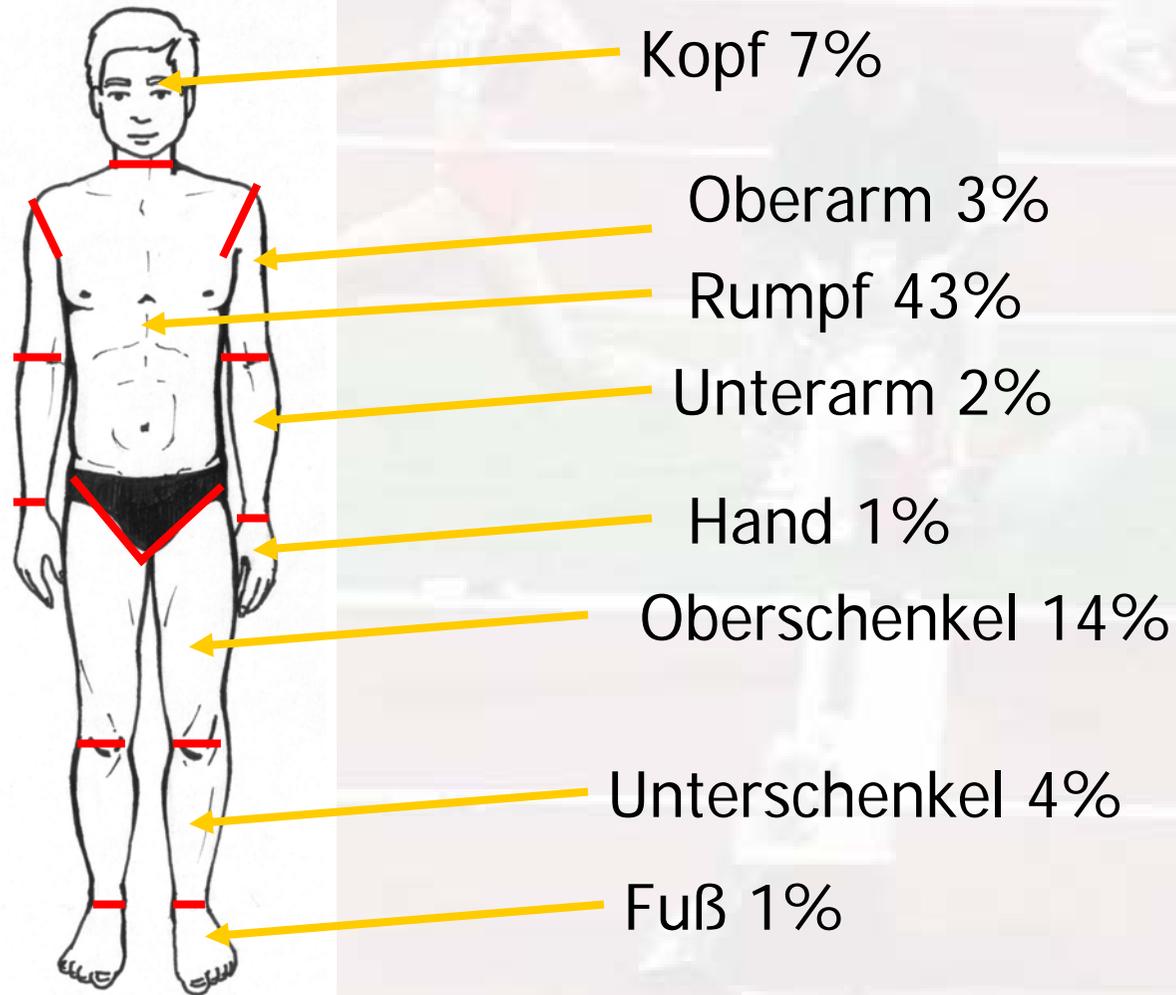
- Problem:  
Menschlicher Körper  $\neq$  Massenpunkt
- Idee:  
Zerlegung in viele kleine Massestücke
- Ziel:

Aufsummieren aller Einzel-  
Trägheitsmomente

$$\Rightarrow J = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2 = \int r^2 dm$$



# Teilkörpermassen



Nach:

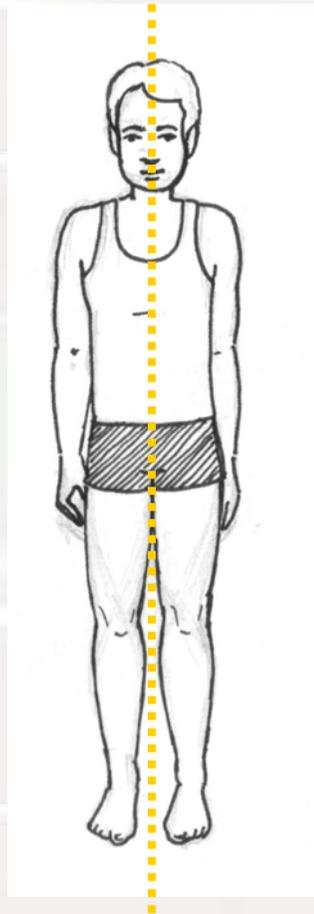
Kassat, G.:  
biomechanik für  
nicht-biomechaniker.  
Rödinghausen 1993.



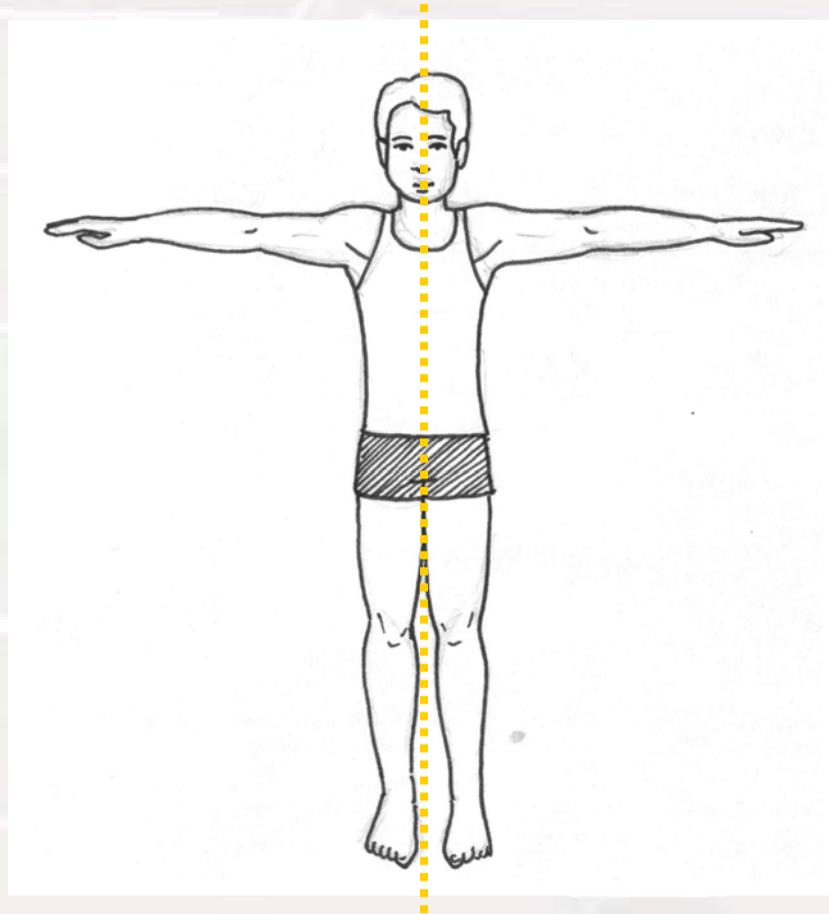
# Folgerungen

- Trägheitsmomente zu berechnen ist beinahe unmöglich!
- Für den menschlichen Körper wurden sie experimentell bestimmt.
- Sie können immer nur in Bezug auf definierte Achsen angegeben werden.

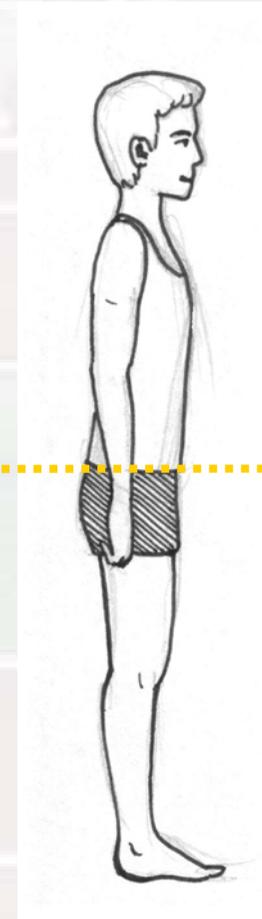
# Trägheitsmomente in der Praxis (1)



$$J = 1,1 \text{ kg m}^2$$

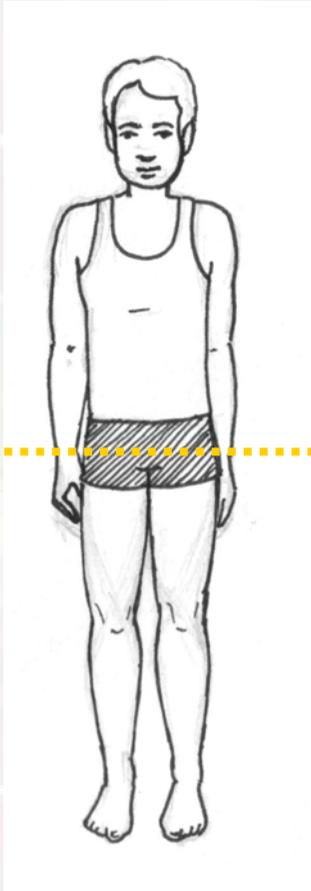
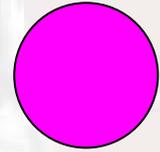


$$J = 2,3 \text{ kg m}^2$$

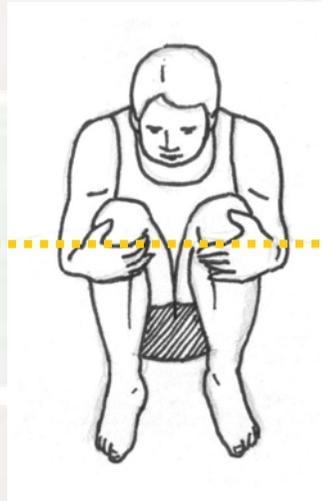


$$J = 14,5 \text{ kg m}^2$$

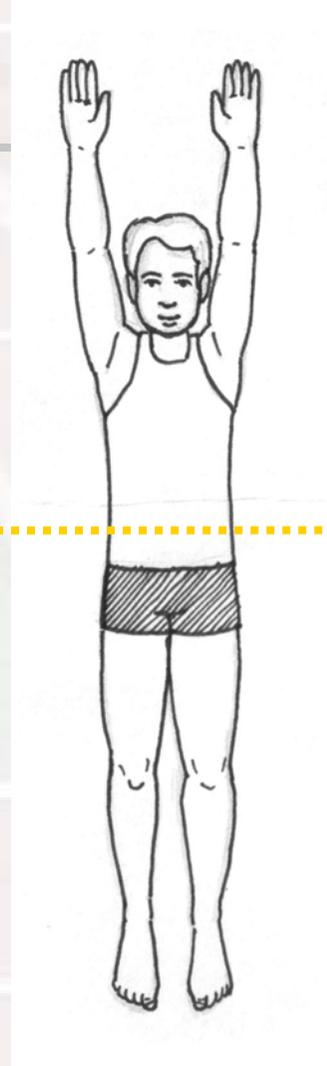
# Trägheitsmomente in der Praxis



$$J = 12 \text{ kg m}^2$$



$$J = 4 \text{ kg m}^2$$



$$J = 18 \text{ kg m}^2$$



$$J = 120 \text{ kg m}^2$$



# Exkurs: Der Trägheitstensor

- Ziel:  
mathematische Erfassung und  
Berechnung der Trägheitsmomente  
allgemeiner Körper
- Handwerkszeug:  
Vektoralgebra



# 1. Schritt

Ausgangspunkt:  $E = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

$$E = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i \cdot v_i^2$$

$$E = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i \left( \left( \vec{\omega} \times \vec{r}_i \right) \cdot \left( \vec{\omega} \times \vec{r}_i \right) \right)$$

Betrachte im Folgenden zunächst die hintere Klammer



## 2. Schritt

$$\begin{aligned}(\vec{\omega} \times \vec{r}) \cdot (\vec{\omega} \times \vec{r}) &= \left( \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right) \cdot \left( \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} \omega_y z - \omega_z y \\ \omega_z x - \omega_x z \\ \omega_x y - \omega_y x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_y z - \omega_z y \\ \omega_z x - \omega_x z \\ \omega_x y - \omega_y x \end{pmatrix} \\ &= (\omega_y z - \omega_z y)^2 + (\omega_z x - \omega_x z)^2 + (\omega_x y - \omega_y x)^2 \\ &= \omega_x^2 (y^2 + z^2) + \omega_y^2 (x^2 + z^2) + \omega_z^2 (x^2 + y^2) - 2\omega_x \omega_y xy - 2\omega_x \omega_z xz - 2\omega_y \omega_z yz \\ &= \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y^2 + z^2 & -xy & -xz \\ -xy & x^2 + z^2 & -yz \\ -xz & -yz & x^2 + y^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \boxed{\vec{\omega} \cdot \mathbf{M} \cdot \vec{\omega}}\end{aligned}$$



## 3. Schritt

Somit folgt aus Schritt 1 und 2:

$$\begin{aligned} E &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i \left( \left( \vec{\omega} \times \vec{r}_i \right) \cdot \left( \vec{\omega} \times \vec{r}_i \right) \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i \left( \vec{\omega} \cdot \mathbf{M} \cdot \vec{\omega} \right) \end{aligned}$$

Nun multipliziert man die Summe über die Punktmassen  $m_i$  in die Matrix  $\mathbf{M}$  und definiert:



## Letzter Schritt

$$J = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n m_i (y_i^2 + z_i^2) & -\sum_{i=1}^n m_i x_i y_i & -\sum_{i=1}^n m_i x_i z_i \\ -\sum_{i=1}^n m_i x_i y_i & \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + z_i^2) & -\sum_{i=1}^n m_i y_i z_i \\ -\sum_{i=1}^n m_i x_i z_i & -\sum_{i=1}^n m_i y_i z_i & \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + y_i^2) \end{pmatrix}$$

Allgemeiner Trägheitstensor

Damit gilt allgemein:  $E = \frac{1}{2} \vec{\omega} J \vec{\omega}$

Spezialfall:  $E = \frac{1}{2} J \omega^2$



# Ausblick

Im „Hauptachsensystem“ hat der Trägheitstensor eine besonders einfache Form:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n m_i (y_i^2 + z_i^2) & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + z_i^2) & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + y_i^2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{pmatrix}$$

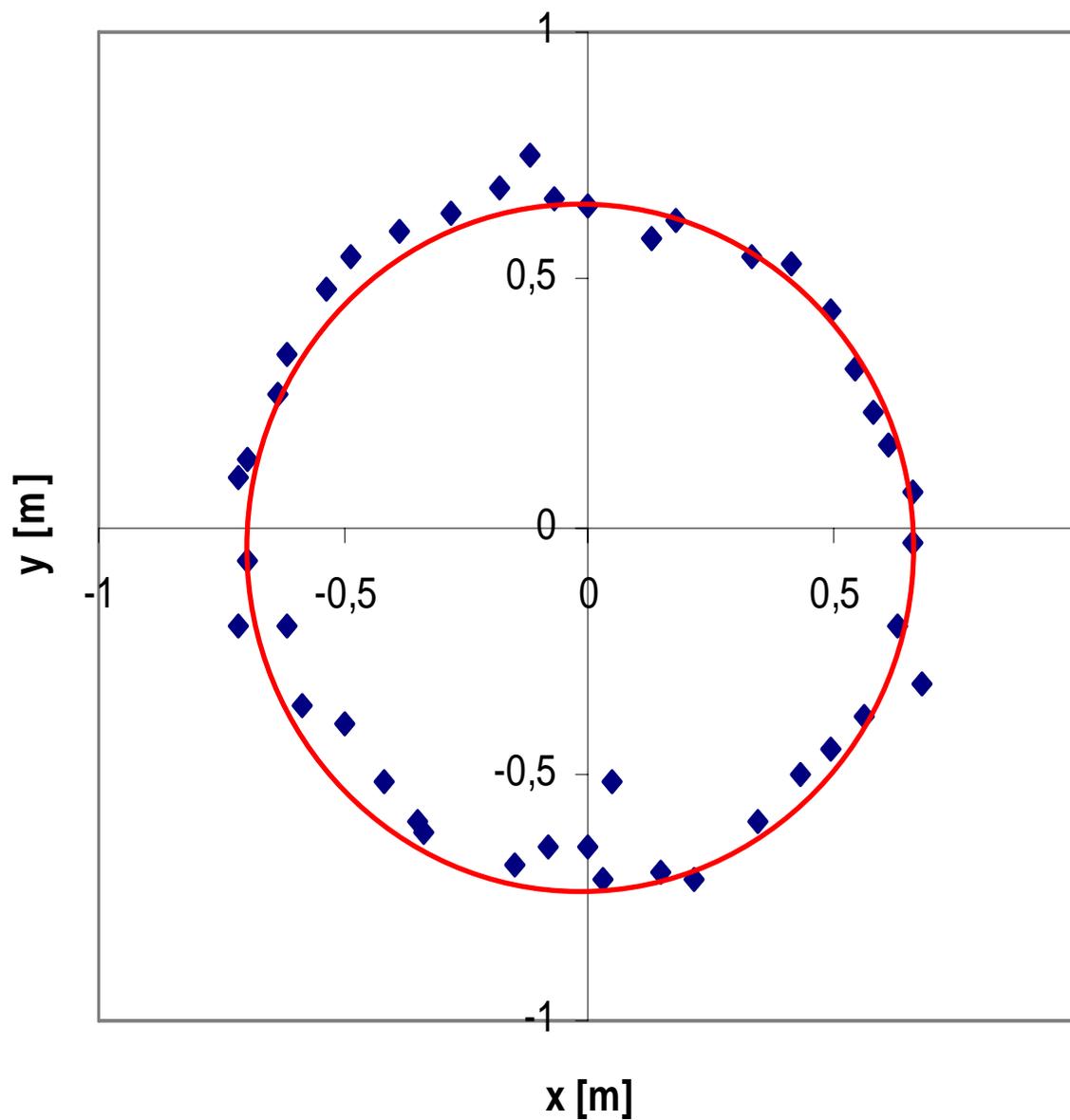
Bei symmetrischen Körpern sind die Hauptachsen gerade die Symmetrieachsen!



## Wo stehen wir nun?

- Ausgangspunkt war der Versuch, die Bewegung des Trampolinspringers zu beschreiben.
- Dies ist mit den Begriffen Winkelgeschwindigkeit, Rotationsenergie und Trägheitsmoment nun möglich!

# Trampolin ohne Translation



# Qualitative Auswertung Trampolinspringen 2



- Umdrehungsdauer  $T = 1,6 \text{ s}$
- Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 3,9 \text{ s}^{-1}$
- [Bahngeschwindigkeit  $v = 2,5 \text{ m/s}$ ]
- Rotationsenergie

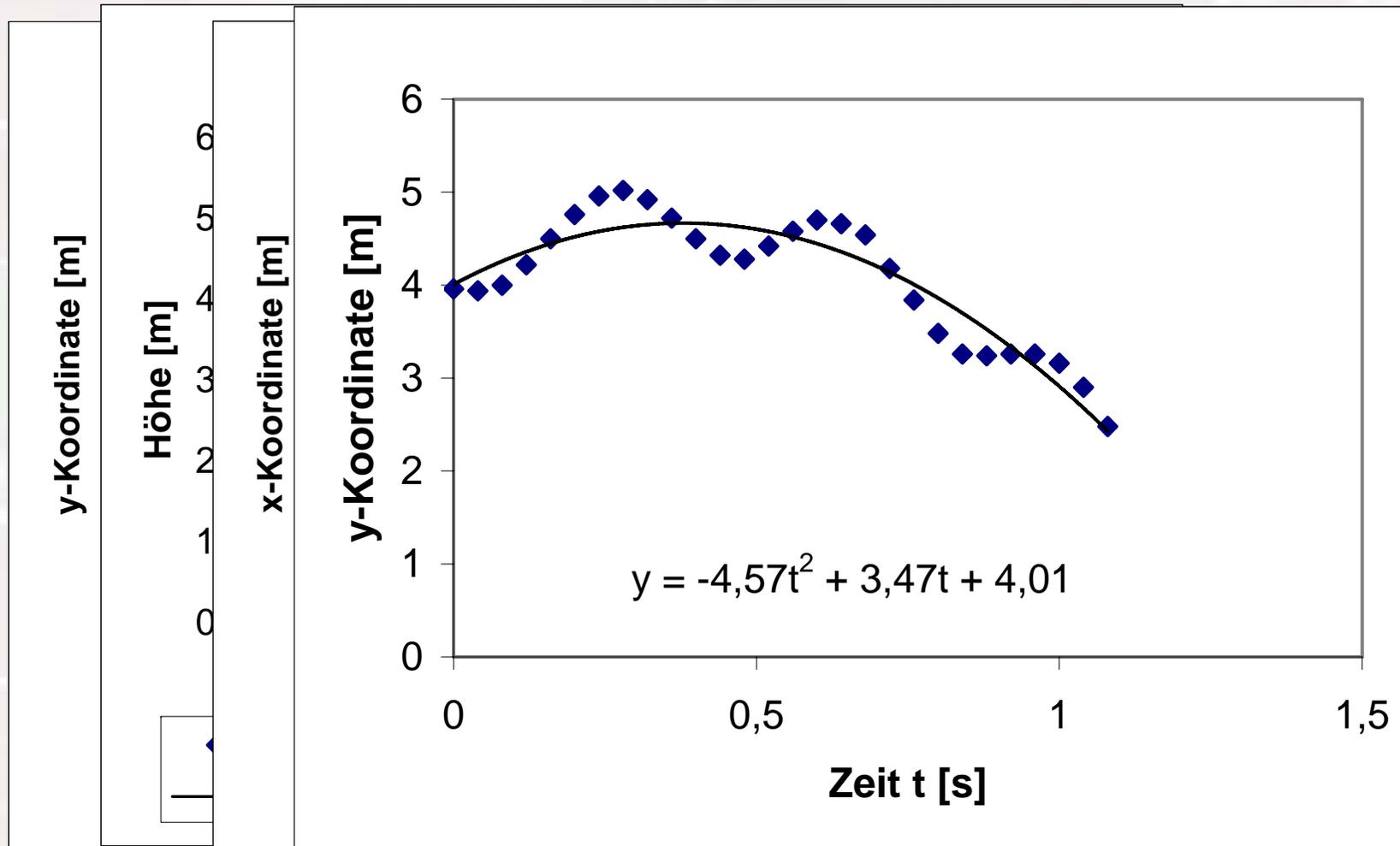
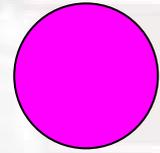
$$E = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 12 \text{ kg m}^2 \cdot \left( 3,9 \frac{1}{\text{s}} \right)^2 = 91,3 \text{ J}$$



# Salto im Wasserspringen

- Umdrehungsdauer  $T = 0,36 \text{ s}$
- Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 17,5 \text{ s}^{-1}$
- Rotationsenergie  $E = 690 \text{ J}$
- Bewegung in x- und y-Richtung

# Diagramme zum Wasserspringen



The background is a faded photograph of a track and field race. A runner in a red singlet and white shorts is in mid-stride on a reddish-brown track. Other runners and a person in white are visible in the background. On the left side, there is a decorative graphic consisting of a black crosshair. The top-left quadrant of the crosshair is a blue square, the bottom-left is a red square, and the bottom-right is a yellow square.

# Exkurs: Rotation um externe Achsen

# Schwerpunkt- und externe Achsen



Als Anwendungsfeld bietet sich auch das Gerättturnen an. Betrachte z.B. die Reckübungen:

- Umschwung
- Riesenumschwung





# Der Steinersche Satz

- Problem: Trägheitsmomentbestimmung bei schwerpunktparallelen Achsen
- Idee: Aufteilung der Bewegung in zwei Anteile
  - Körperdrehung um Schwerpunktachse
  - Drehung des KSP um (freie) Drehachse
- Hierfür gilt:

$$J = J_{\text{KSP}} + m \cdot r_{\text{KSP}}^2 \quad \text{Steinerscher Satz}$$



# Beispiel 1: Riesenumschwung

- Mit  $m = 70 \text{ kg}$  und  $r_{\text{KSP}} = 1,2 \text{ m}$  folgt:

$$J = J_{\text{KSP}} + m \cdot r_{\text{KSP}}^2$$

$$= 19 \text{ kg m}^2 + 70 \text{ kg} \cdot (1,2 \text{ m})^2 = \underline{119,8 \text{ kg m}^2}$$

- Beachte: Beim Saltoabgang sinkt das Trägheitsmoment beim Loslassen der Stange auf  $1/6$  des Vorwertes!



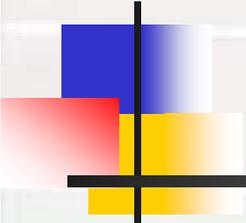


## Beispiel 2: Kippe am Reck

- Bei der Kippe müssen (theoretisch) die Trägheitsmomente der einzelnen Körperteile betrachtet werden!
- Hier gilt:

$$J = \left( J_{\text{Arme}} + m_{\text{Arme}} \cdot r_{\text{Arme}}^2 \right) + \left( J_{\text{Rumpf}} + m_{\text{Rumpf}} \cdot r_{\text{Rumpf}}^2 \right) + \left( J_{\text{Beine}} + m_{\text{Beine}} \cdot r_{\text{Beine}}^2 \right)$$

- Zum Glück muss man beim Turnen darüber nicht nachdenken!



## 3.5 Analogien Translation-Rotation

---





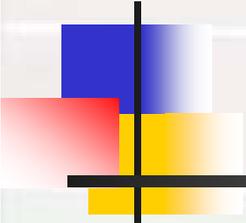
# Analogien (1)

<b>Größen und Gesetze</b>	<b>Translation</b>	<b>Rotation</b>
Ort	Länge $s$	Winkel $\varphi$
Bewegungszustand	Geschwindigkeit $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$
Bewegungsänderung	Beschleunigung $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	Winkelbeschleunigung $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$



## Analogien (2)

Größen und Gesetze	Translation	Rotation
Trägheit	Masse $m$ $m = \sum_i m_i$	Trägheitsmoment $J$ $J = \sum_i m_i r_i^2$
Bewegungsenergie	$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$	$E_{Rot} = \frac{1}{2} J \omega^2$
Impuls/Energieträger	Impuls $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	Drehimpuls $\vec{L} = J \cdot \vec{\omega} \quad \left[ = \vec{r} \times \vec{p} \right]$



## 3.6 Drehimpuls





# Experimente zum Drehimpuls

- Drehschemelversuch mit Hanteln
- „Fahrradreifen“

Der Drehimpuls  $L$  ist in einem abgeschlossenen System eine Erhaltungsgröße.





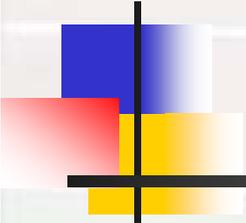
## Sportliche Werte

- Gestreckter Salto im Trampolinspringen

$$L = J \cdot \omega = 12 \text{ kg m}^2 \cdot 3,9 \frac{1}{\text{s}} = 46,8 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$$

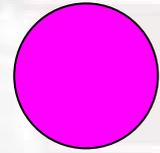
- Gehockter Salto im Wasserspringen

$$L = 79 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$



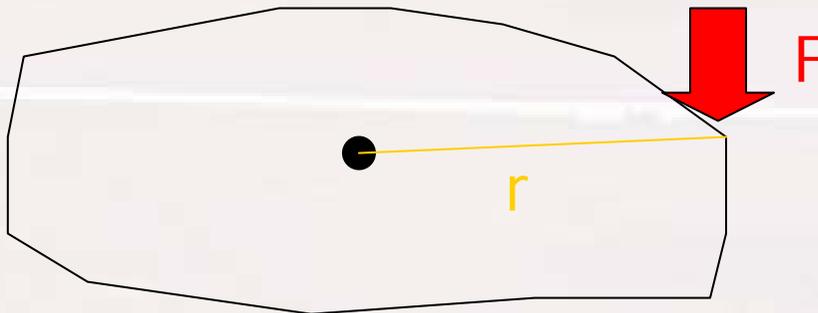
## 3.7 Drehmomente





# Das Drehmoment

- Unter einem Drehmoment versteht man das Produkt aus angreifender Kraft  $F$  und der Länge  $r$  des Hebelarms zum Drehzentrum.
- Analog zu einer Kraft (Translation) kann es einen Körper in Drehung versetzen.



Definition:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \cdot \vec{F} \cdot \sin \varphi$$



## Analogien (3)

Größen und Gesetze	Translation	Rotation
Einwirkende Größe	Kraft $F$ $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$	Drehmoment $M$ $\vec{M} = \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t}$
Grundgleichung	$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$	$\vec{M} = \vec{J} \times \vec{\alpha}$

Hinweis:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{r} \times \Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{J} \omega}{\Delta t} = \vec{J} \times \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \vec{J} \times \vec{\alpha}$$



# Drehmomente im Sport

- (zentrale) Kraftstöße in Richtung des KSP  
⇒ Translationen
- Dezentrale Kraftstöße  
⇒ Rotationen
- Beispiel: Trampolinabsprung





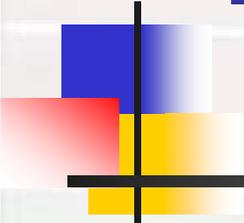
## Newton's 3. Gesetz

- Wir kennen das dritte Newtonsche Gesetz in der Kurzformulierung:

Actio = Reactio

- Rotationsversion:

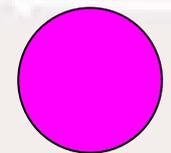
Für jedes von einem Körper auf einen anderen wirkende Drehmoment gibt es ein gleich großes, entgegen gerichtetes Drehmoment, welches der zweite auf den ersten Körper ausübt.



## Thema 4:

# Sport unter der Lupe

# 4.1 Gerätturnen





# Strukturgruppen nach Rieling

Unterscheidung von Gerätturnübungen in:

- Statische Kraftübungen
- Dynamische Schwungübungen

Letztere werden in 8 Strukturgruppen unterteilt:

- Überschlagbewegungen
- Rollbewegungen
- Kippbewegungen
- Stembewegungen
- Felgbewegungen
- Auf- und Umschwungbewegungen
- Beinschwungbewegungen
- Sprungbewegungen



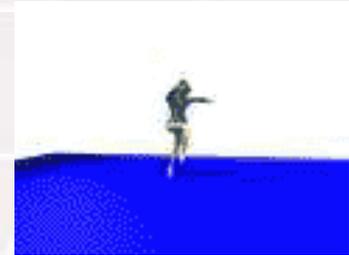
# Bedeutung der Strukturgruppen



- Differenzierung nach „Kern der Bewegung“ (Hauptfunktionsphase)
- „Prototypen“ für die jeweilige Bewegungsart
- Fehlererkennung
- Optimierung der Bewegung



# Überschlagbewegungen



<http://gymnet.org/>

- Freie Rotationen und Teilrotationen mit schräger Translation
- Eine Stützphase kann die Flugphase in zwei Abschnitte unterteilen
- Schrauben sind den Überschlägen beigefügte Längsachsendrehungen





[http://perso.wanadoo.fr/  
bernard.lefort/gym/  
imagegym.htm](http://perso.wanadoo.fr/bernard.lefort/gym/imagegym.htm)



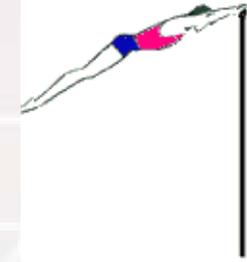
# Rollbewegungen

- Drehungserhaltende Operationen um sich bewegende Drehachsen
- Eine mit einer Translation verbundene Rotation
- Die Auflagefläche „wandert am Körper entlang“



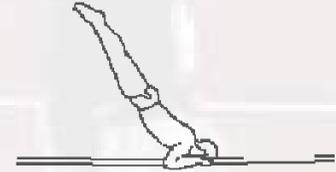


# Kippbewegungen



- Drehimpulsübertragung von Beinen auf Rumpf und Trägheitsmomentverringerung
- Ziel in der Regel: Aufschwung
- Impulsübertragung in Drehrichtung
- Teilrotationen um feste Drehachsen
- Anhebung des KSP; Pendelverkürzung



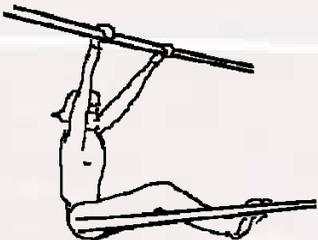


<http://perso.wanadoo.fr/bernard.lefort/gym/imagegym.htm>



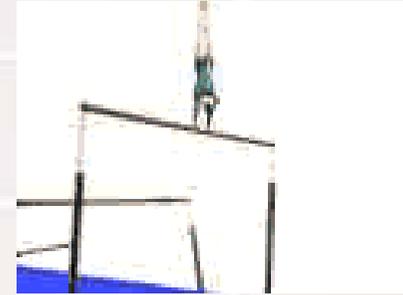
# Stemmbewegungen

- Aufschwünge unter Steigerung des Drehimpulses bei vergrößertem Trägheitsmoment
- Rotationsbewegungen um annähernd feste Drehachsen
- Impulsübertrag von Beinen auf Oberkörper zur Entlastung der Arme





# Felgbewegungen



<http://gymnet.org/>

- Auf- oder Überschwünge mit erzeugter Gegenrotation der Beine
- Impulsübertragung entgegen der Drehrichtung von den Beinen auf den Rumpf
- Streckung des Hüftgelenks  
⇒ Vergrößerung des Trägheitsmoments



# Auf- und Umschwungbewegungen



<http://perso.wanadoo.fr/bernard.lefort/gym/imagegym.htm>

- Drehungserhaltende Operationen an festen Drehachsen
- Teil- und Ganzrotationen
- Aufschwung: Erhöhung der Lage des KSP
- Umschwung: Rotation um  $360^\circ$





# Beinschwungbewegungen

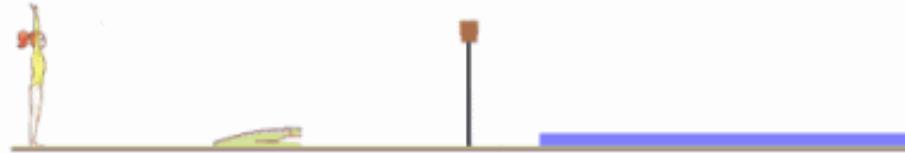


<http://gymnet.org/>

- Schwungvolle Bewegung der Beine
- Ermöglichen Lagewechsel auf/zum Gerät
- Beispiele: spreizen, hocken, grätschen, flanken, wenden, kehren



# Sprung- bewegungen

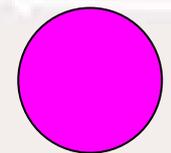


<http://gymnet.org/>

- Übersprünge eines Geräts mit Anlauf und Absprung
- In der Regel mindestens eine Breitachsendrehung
- Stützfremde (Flug-)Phasen



## 4.2 Biomechanische Prinzipien





# Biomechanische Prinzipien

- Entwickelt von Hochmuth 1967/1981 in Folge von Untersuchungen sportlicher Bewegungen
- Die Kenntnis der biomechanischen Prinzipien soll helfen, sportliche Bewegungen zu trainieren bzw. zu optimieren

# Prinzip 1: Maximale Anfangskraft

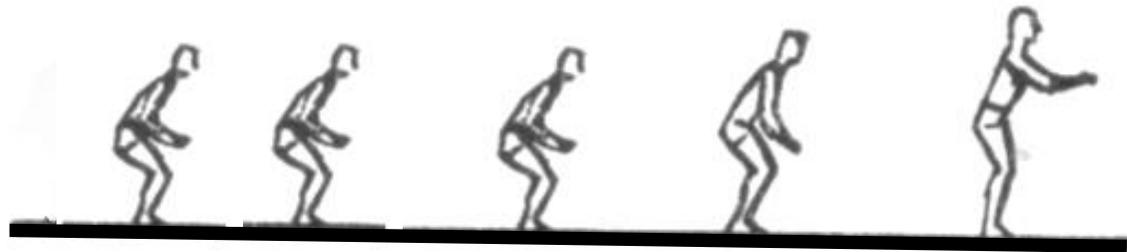


- Ziel: Maximale Kraft möglichst rechtzeitig zur Verfügung stellen
- Beispiel: Streck sprung
- Für den Kraftstoß gilt:

$$\int_{t_1}^{t_2} F dt = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

- Merke:  
Ausholbewegung optimieren!

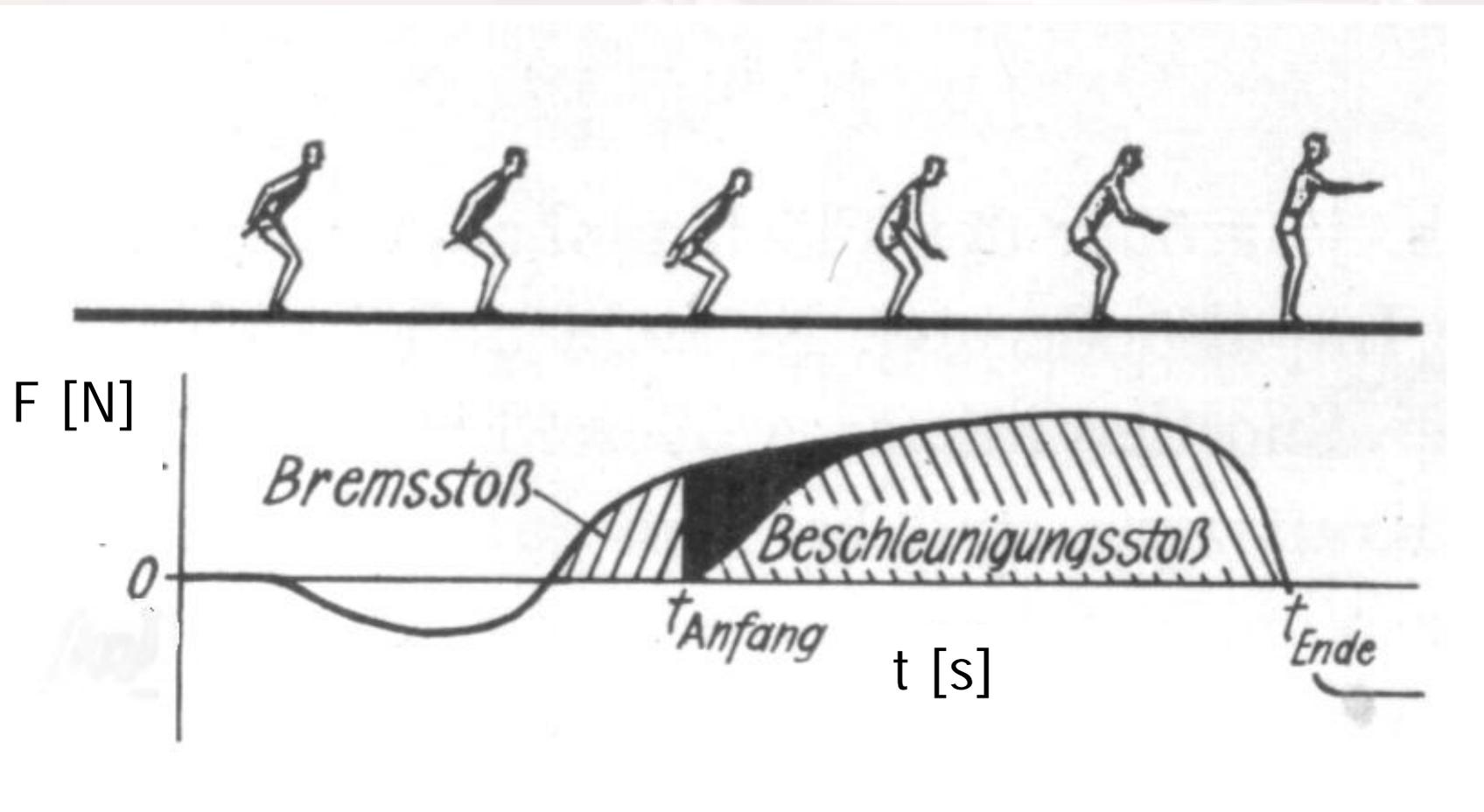
# Absprung ohne Schwungeinleitung



F [N]



# Absprung mit Schwungeinleitung



# Prinzip 2:

## Optimaler Beschleunigungsweg



- Ziel: hohe Endgeschwindigkeit
- Daher wichtig: Beschleunigungsweg möglichst optimal wählen
- Beispiele:
  - Kugelstoßen
  - Speerwerfen
  - Hammerwurf

# Prinzip 3:

## Koordination von Teilimpulsen



- Heute auch: Stop-and-Go-Prinzip
- Unterscheide zwei Fälle:

Ein Gegenstand wird geschlagen/geworfen

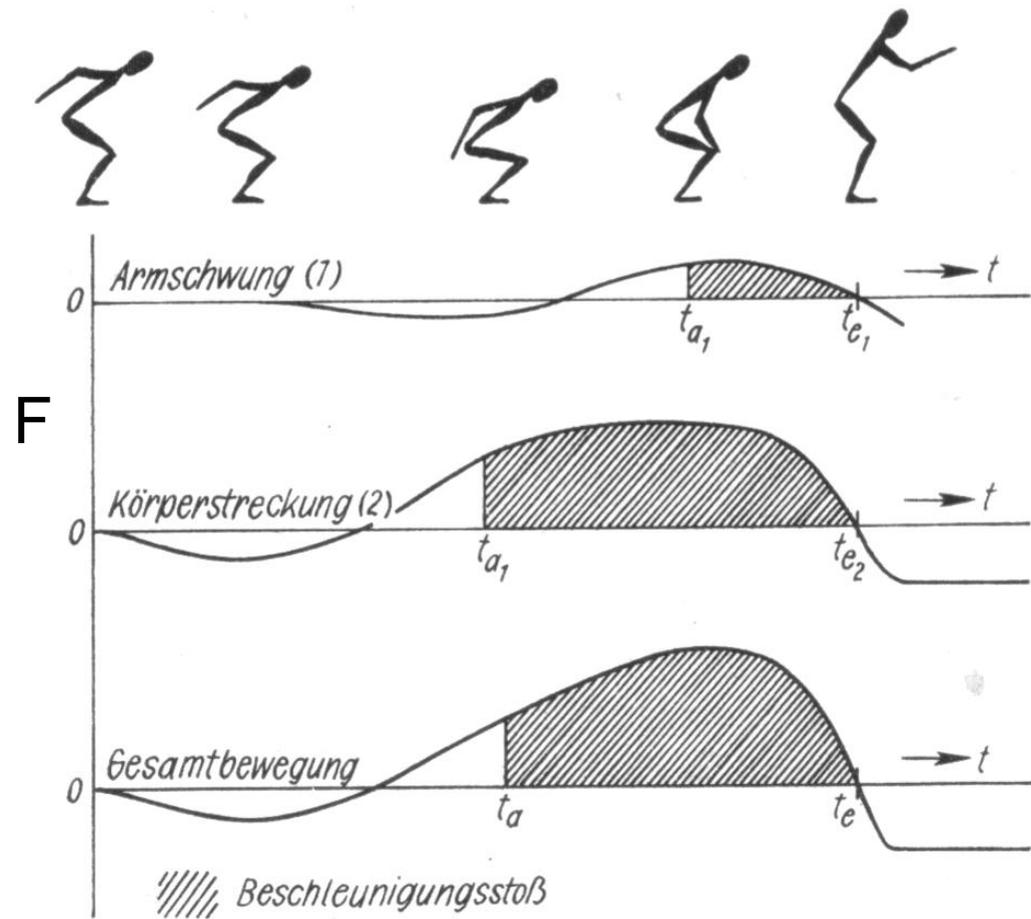
- Die Muskelgruppen müssen im Kontaktfall maximal wirken
- Bsp: Speerwurf

Man „wirft“ sich selbst

- Die Muskelgruppen müssen optimal zusammenwirken
- Bsp: Streck sprung



# Beispiel



Die Muskelgruppen müssen so koordiniert werden, dass die maximalen Kraftstöße zum gleichen Zeitpunkt beendet sind und die Impulse in die selbe Richtung weisen

# Prinzip 4: Gegenwirkung

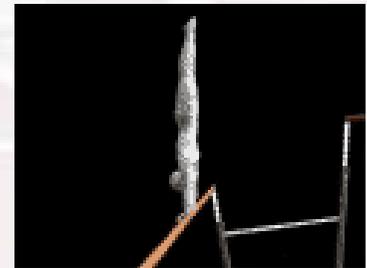


- 3. Newtonsches Gesetz
- Beispiele
  - Laufen
  - Schwimmen
  - „Klappmesser“
  - Weitsprung

# Prinzip 5: (Dreh-) Impulserhaltung



- Unterscheide zwei Fälle:



- Freie Systeme

- Steuerung der Flugphase durch Variation des Trägheitsmoments
- Bsp: Wasserspringen

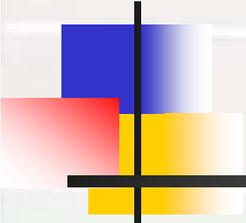
- Feste Systeme

- Ändern des Trägheitsmoments zum Bremsen/ Beschleunigen
- Bsp: Freie Felge am Reck

# Prinzip 6: Optimale Tendenz im Beschleunigungsverlauf



- Auch: Prinzip von Kinetion und Modulation
- Abstimmung und Auswahl der beteiligten Muskulatur nach ihrer Eignung
- Beispiele:
  - Hochwerfen eines Balles
  - Basketballwurf



## 4.3 Spezielle Sportarten

---

Stabhochsprung





# Stabhochsprung

- Ziel: maximale Sprunghöhe
- Abhängig von:
  - Höhe des KSP beim Absprung
  - Anlaufgeschwindigkeit
  - Absprung
  - Stabmaterial
  - Timing

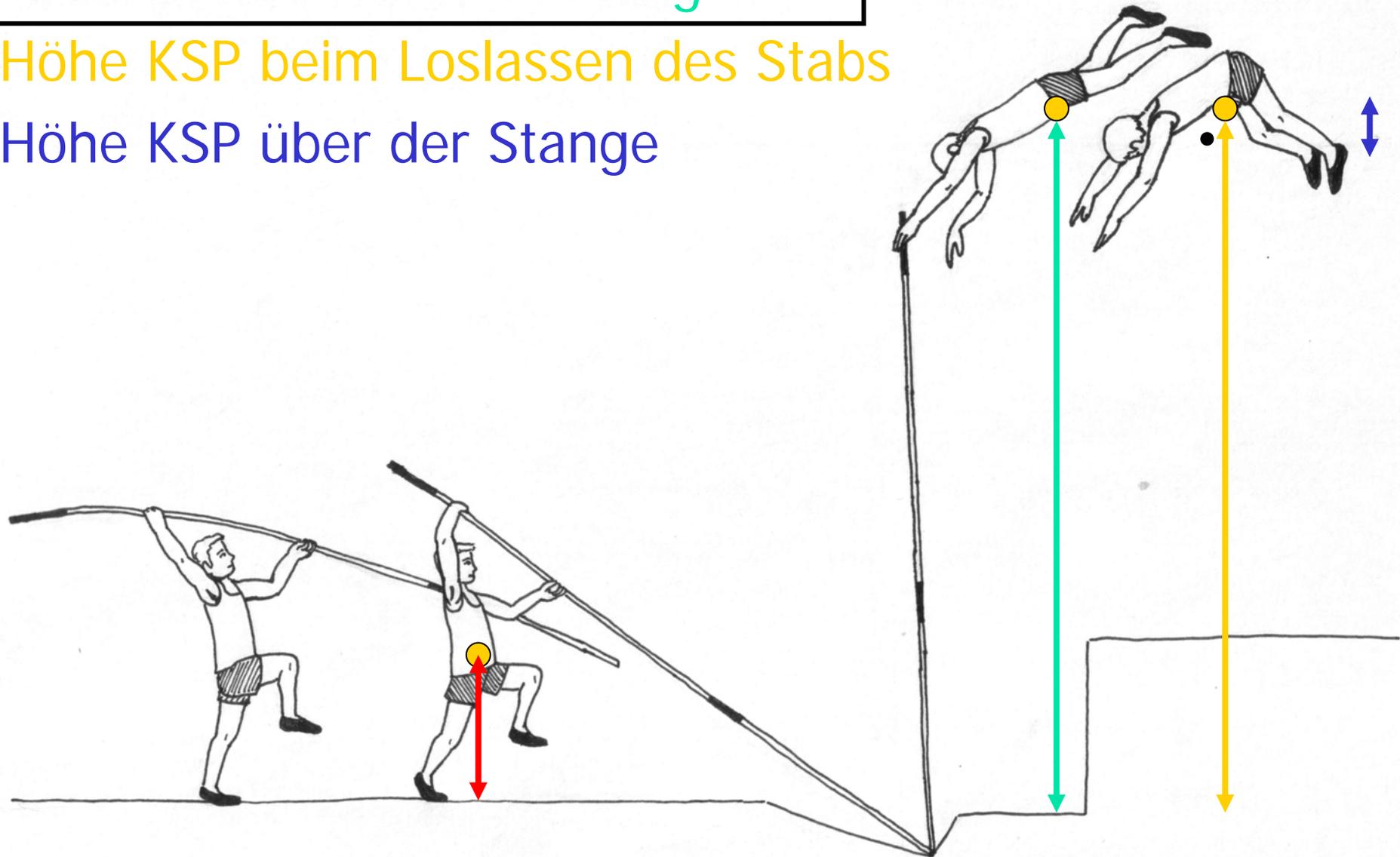


Höhe KSP beim Absprung

Höhe KSP bei Stabstreckung

Höhe KSP beim Loslassen des Stabs

Höhe KSP über der Stange



# Energiebetrachtung Stabhochsprung



Nach dem Energieerhaltungssatz muss gelten:

$$E_{\text{pot,vor}} + E_{\text{kin,vor}} = E_{\text{pot,Luft}} + E_{\text{kin,Luft}} + E_{\text{Stab}} + E_{\text{Muskelarbeit}} - E_{\text{Verluste}}$$

Umgestellt nach dem potenziellen  
Energiegewinn:

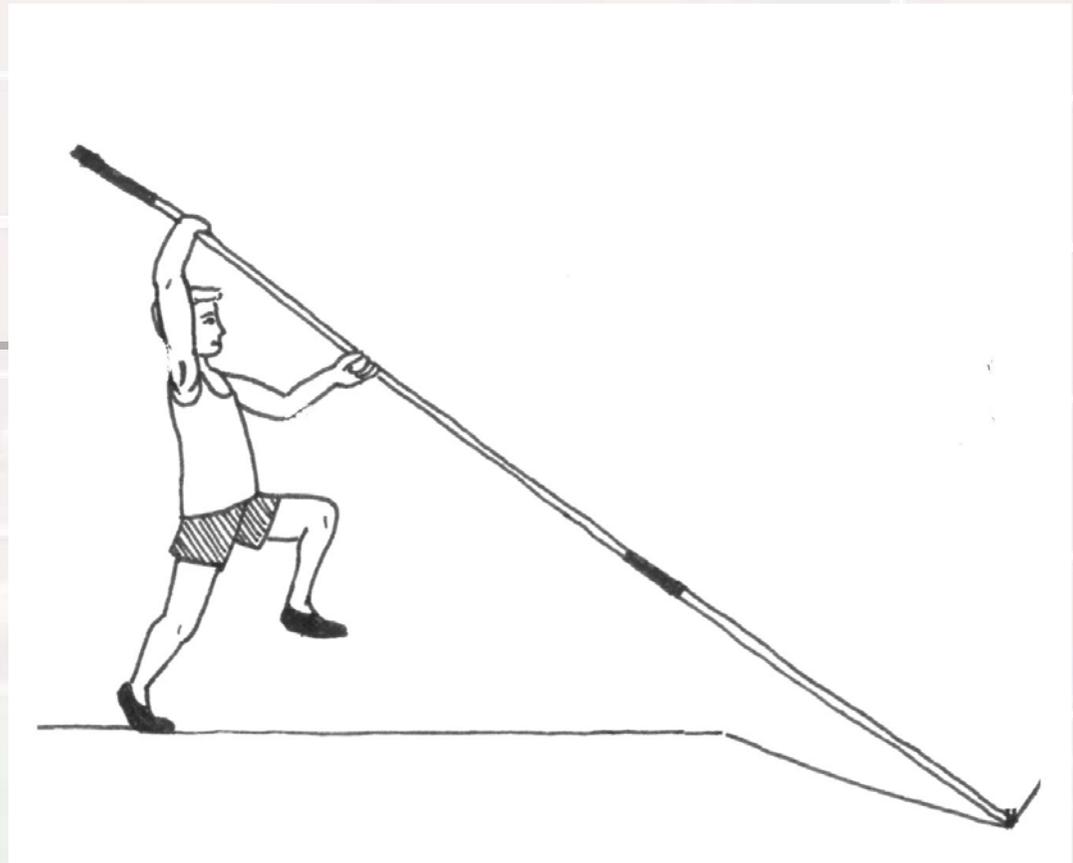
$$\Delta E_{\text{pot}} = E_{\text{kin,Luft}} + E_{\text{Stab}} + E_{\text{Muskelarbeit}} - E_{\text{Verluste}} - E_{\text{kin,vor}}$$



Diese Energien werden nun im  
Folgenden untersucht!



$E_{\text{kin,vor}}$

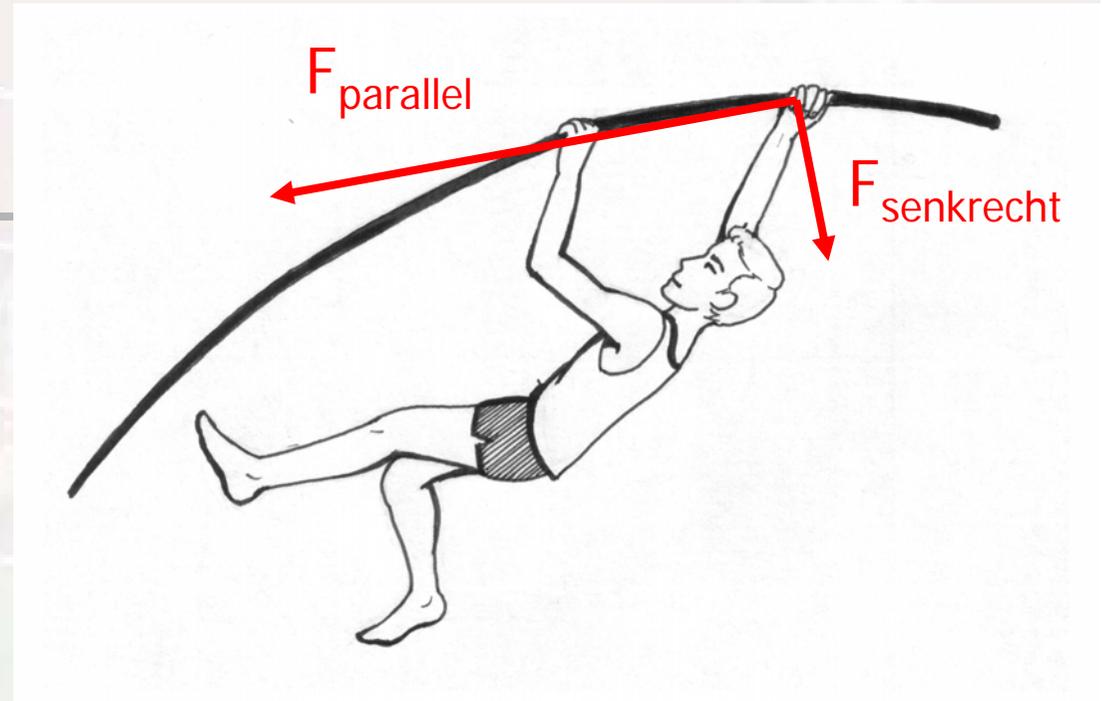


Abhängig von

- Anlaufgeschwindigkeit
- Absprunggeschwindigkeit
- Richtung



## E<sub>Stab</sub>



- Materialeigenschaft
- Kraftübertragung über Hände
- „Speichern“ von Energie im Stab



## E Muskelarbeit



- Unterscheide zwei Rotationen
  - Stab um Aufsatzzpunkt
  - Sportler um Hände
- Der Körper „pumpt“ Energie in das System *Mensch-Stab*
- Die Aufschwungbewegung wird durch die Stabstreckung unterstützt



## $E_{\text{Verluste}}$

- Luftwiderstand
- Verluste im Stab

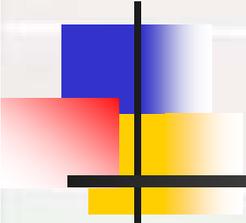




$E_{\text{kin, Luft}}$



- Umgreifen und Abdruck vom Stab
- Ziel: möglichst große Vertikalgeschwindigkeit
- Kleine Horizontalgeschwindigkeit ebenso nötig



# Spezielle Sportarten (2)

Schaukelringe

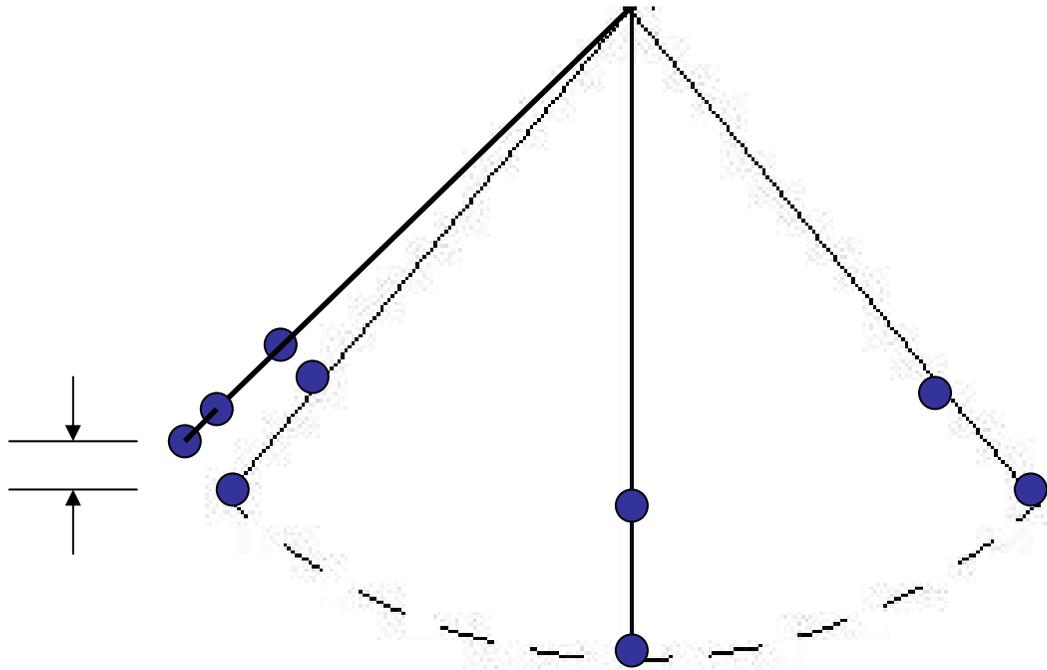


# Schaukelringe

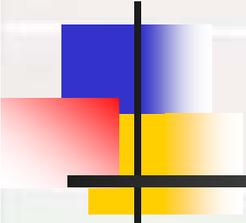
Ist es möglich, aus dem ruhigen Hang in der Gleichgewichtslage in eine gleichmäßige Schwingung zu kommen?

Prinzipiell **JA!**





- Pendelverkürzung in Ruhelage
- Streckung im Wendepunkt  
⇒ Die Energie im schwingfähigen System hat zugenommen!
- Anwendung: Kippe in Handstand



# Spezielle Sportarten (3)

Snowboardfahren

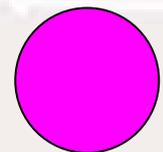


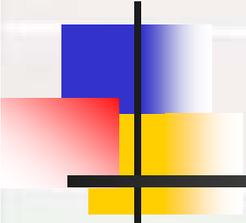
# Steuermechanismen beim Snowboardfahren



Es gibt 4 „Tools“:

- Hoch-Tief-Bewegung
- Bewegung entlang der Bordlängsachse
- Rotationen
- Kantbewegung





# Spezielle Sportarten (4)

Diskuswerfen



# Diskuswerfen

- Einflussgrößen:
  - Abwurfgeschwindigkeit
  - Abwurfhöhe
  - Abwurfwinkel
  - Aerodynamische Faktoren in der Flugzeit
- Im Folgenden:  
Untersuchung der aerodynamischen Faktoren

# Aerodynamische Faktoren im Diskuswerfen



- Windgeschwindigkeit
- Rotationsgeschwindigkeit des Diskus
- Anstellwinkel



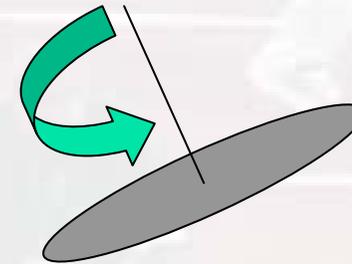
# Windgeschwindigkeit

Hieran können wir nichts ändern!

Aber interessant zu wissen: bei Gegenwind werden größere Wurfweiten erzielt.



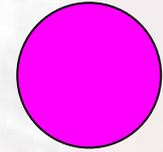
# Rotationsgeschwindigkeit



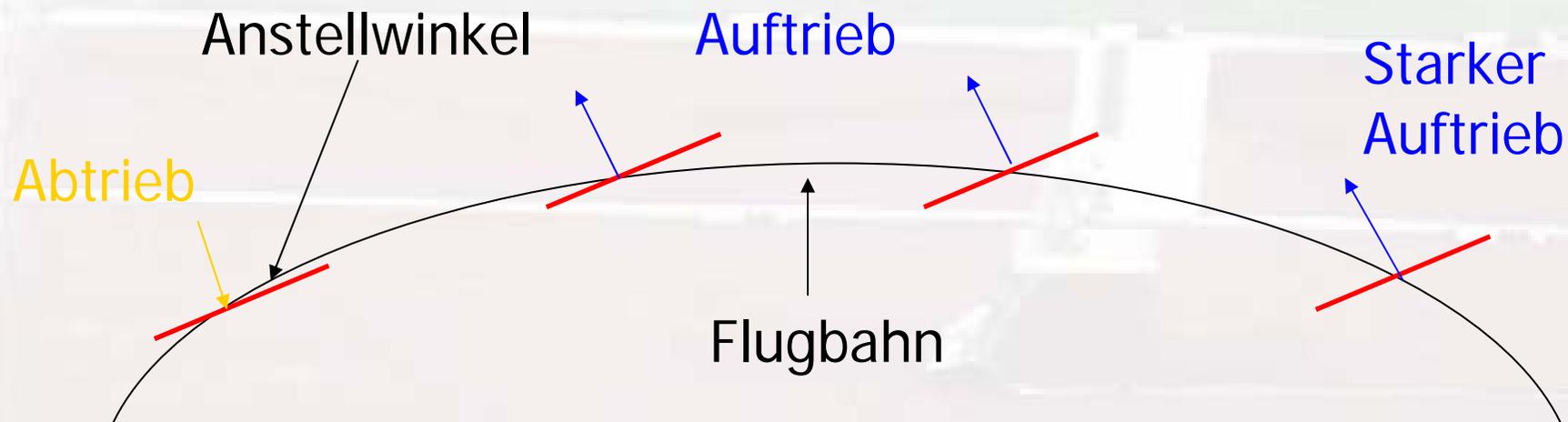
- Stabile Flugbahn (vgl. auch Gewehr)
- Kreiseleffekt
- Ursache: das Verlassen der Hand

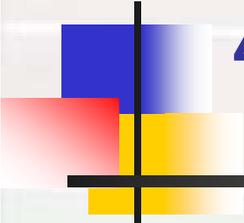


# Anstellwinkel $\alpha$



- Anstellwinkel abhängig von relativer Windrichtung
- Leistungssport:  $\alpha = -10^\circ$
- Auftrieb führt zu größerer Weite





## 4.4 Scheindrehungen





# Begriffsklärung

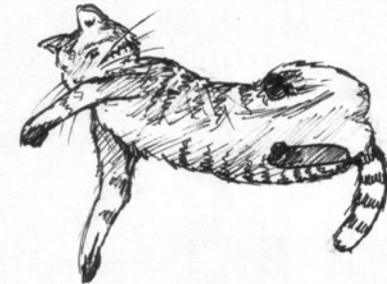
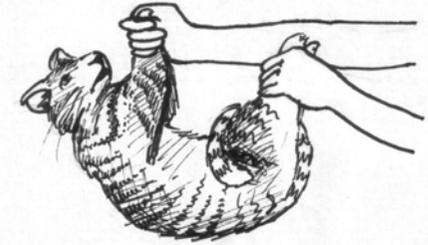
Man nennt Drehungen eines Körpersystems Scheindrehungen, wenn dabei die Summe der Drehimpulse aller Körperteile Null ist.

Scheindrehungen entstehen somit nur aus einem Gegeneinanderdrehen von Körperteilen.



# Problemstellung

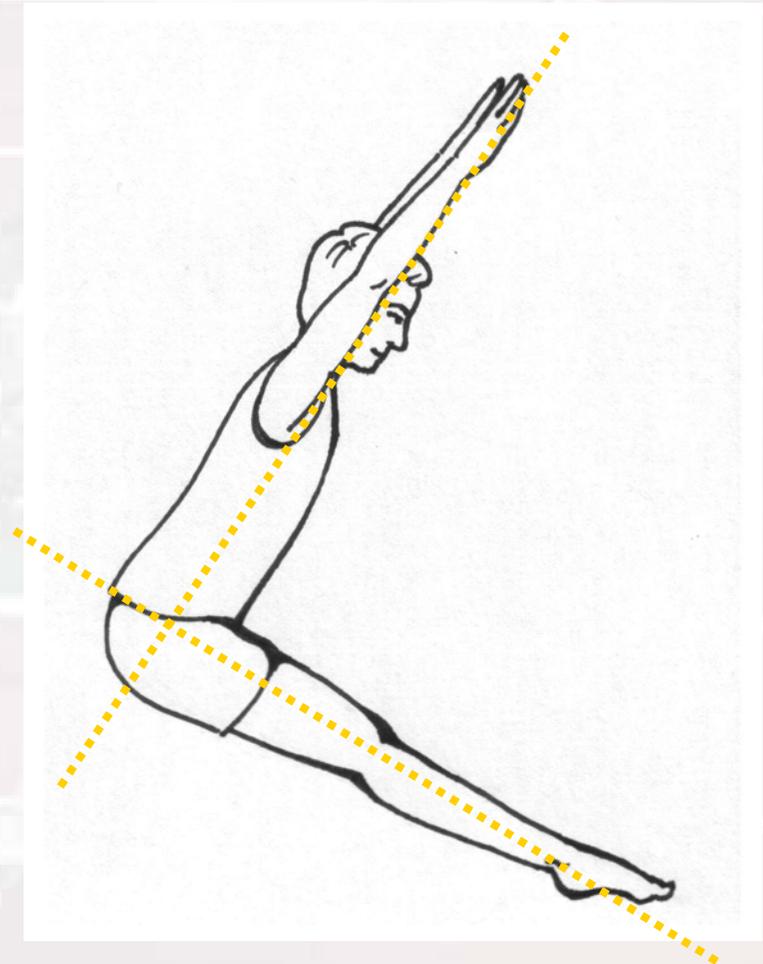
- Wirft man eine Katze aus dem Fenster und befindet sich dabei mindestens im 2. Stock, landet sie immer auf ihren Beinen!
- Experimentelle Untersuchung des Problems am Großtrampolin





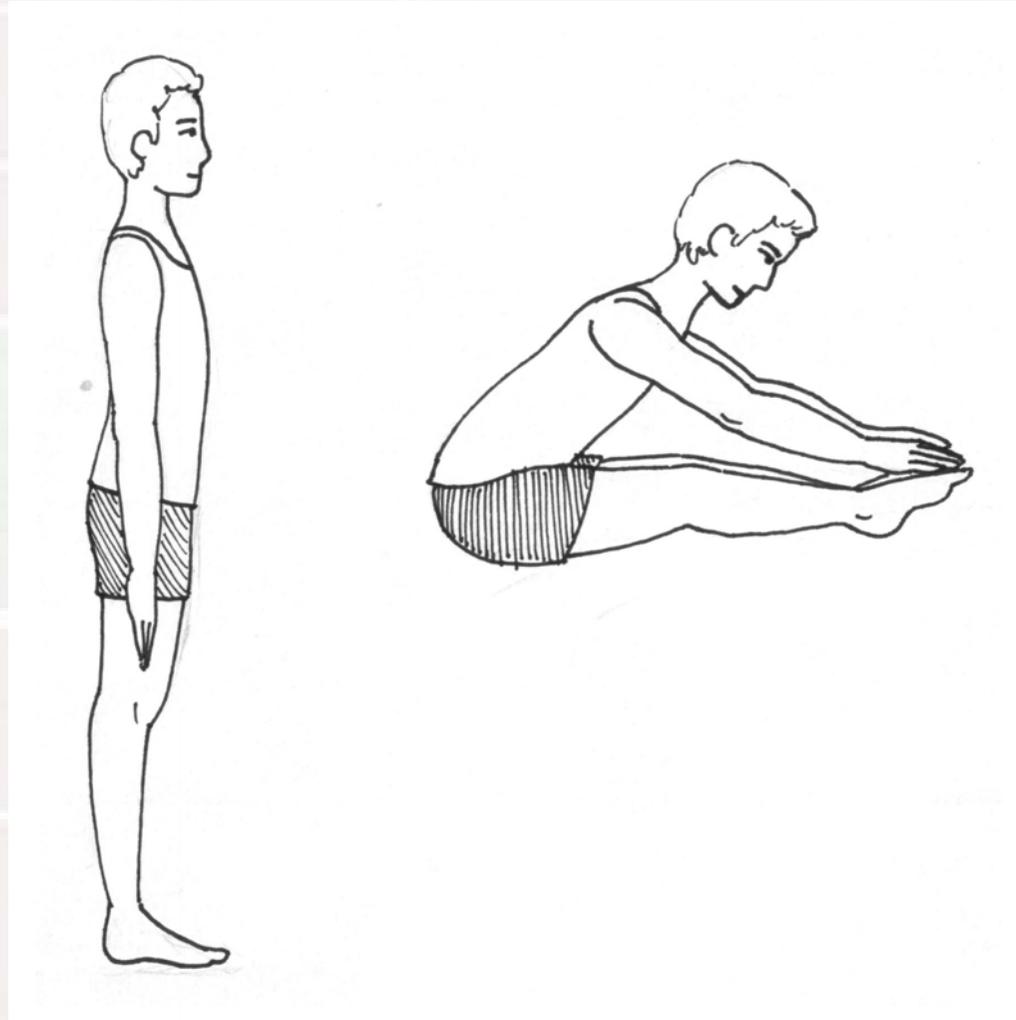
# Erklärungsversuche

- „Katzenschwanz“
- Zwei-Achsen-Theorie
- Hula Hoop



Lösung:

# Die Drehmomentreaktion (1)

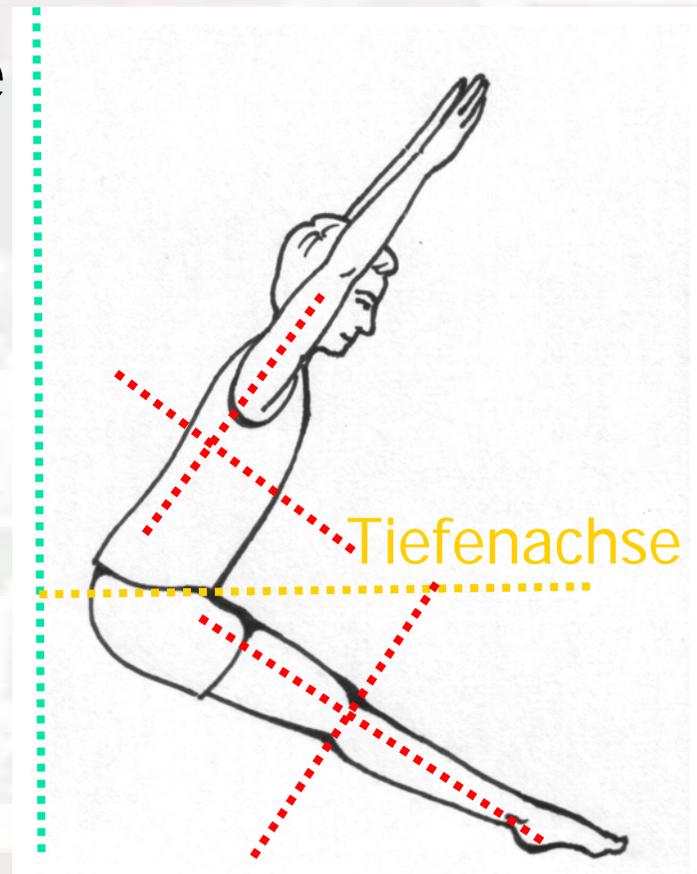


# Lösung:

## Die Drehmomentreaktion (2)



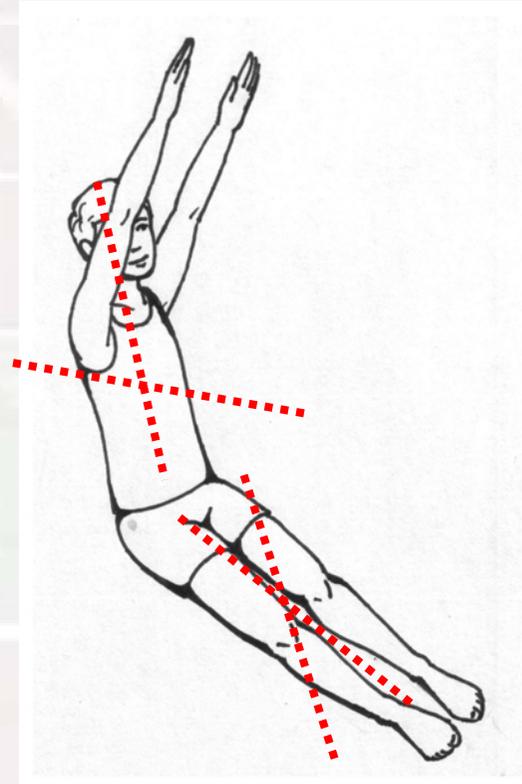
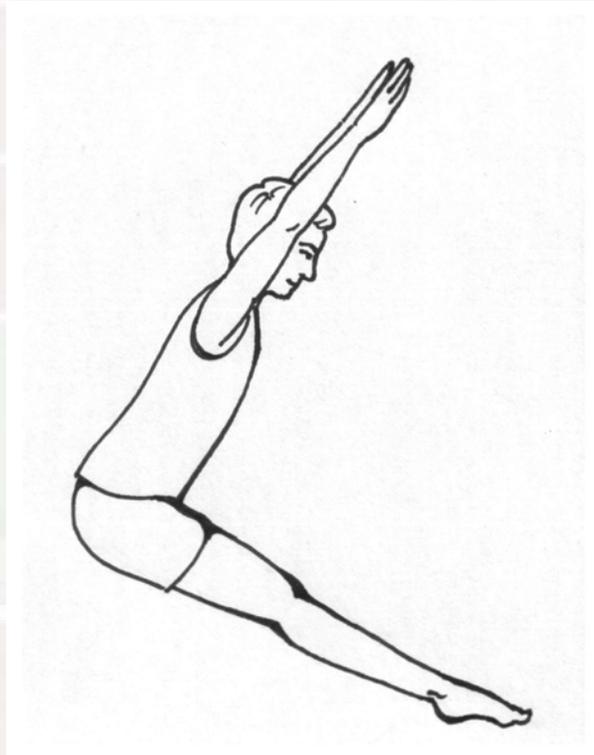
- Zerlegung der Drehmomente der Körperteile in Anteile um die Längs- bzw. Tiefenachse
- Folge: die gleichsinnige Drehung der Körperteile um ihre Längsachsen bewirken, dass der Körper insgesamt dreht



Längsachse

# Lösung:

## Die Drehmomentreaktion (3)



- Während der Rotation ändern sich die Drehachsen fortlaufend  
⇒ Der Körper dreht immer weiter!

# Lösung:

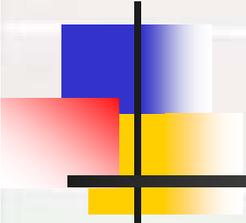


## Die Drehmomentreaktion (4)

- Zusammenfassung:

Die Scheindrehung besteht aus einem gleichzeitigen Wenden beider Körperteile zur gleichen Seite. Sie kommt dadurch zustande, dass man fortlaufend Drehmoment-Reaktionen bzgl. sich ständig um die Hüftmitte drehender Achsen ausführt.

Kassat, G.: biomechanik für nicht-biomechaniker. FCV-Verlag. Rödinghausen 1993.



# Das große Physik-und-Sport-Quiz

Wer wird  
Physik-und-Sport-Experte?



# Physikkenntnisse

1. Klasse

2. Klasse

3. Klasse

4. Klasse

5. Klasse

6. Klasse

7. Klasse

8. Klasse

9. Klasse

10. Klasse

11. Klasse

12. Klasse

Abitur

Physik-Student

Physik-Lehrer



Frage 5:

Surfbrett

Was wird passieren, wenn die Surferin zur Brettspitze losläuft?

A: Das ist physikalisch nicht möglich

B: Das Brett bewegt sich nach vorne

C: Das Brett bewegt sich nach hinten

D: Eine Schwalbe fliegt ins Bild



# Physikkenntnisse

1. Klasse

2. Klasse

3. Klasse

4. Klasse

5. Klasse

6. Klasse

7. Klasse

8. Klasse

9. Klasse

10. Klasse

11. Klasse

12. Klasse

Abitur

Physik-Student

Physik-Lehrer



Frage 6:

Stufenbarren

Was wird bei dieser Kippe passieren?

A: Die Turnerin kommt mühelos in den Stütz

B: Die Turnerin erreicht nur mit viel Kraft den Stütz

C: Der Barrenholm bricht

D: Die Turnerin erreicht den Stütz nicht



# Physikkenntnisse

1. Klasse

2. Klasse

3. Klasse

4. Klasse

5. Klasse

6. Klasse

7. Klasse

8. Klasse

9. Klasse

10. Klasse

11. Klasse

12. Klasse

Abitur

Physik-Student

Physik-Lehrer



Frage 7:

Besenwurf

Was wird passieren?

A: Der Besen wird wie der Speer fliegen

B: Der Besen wird in der Luft anfangen zu rotieren

C: Der Besen wird mit dem Stiel zuerst landen

D: Der Besen wird „platt“ auf den Sand fallen



# Physikkenntnisse

1. Klasse

2. Klasse

3. Klasse

4. Klasse

5. Klasse

6. Klasse

7. Klasse

8. Klasse

9. Klasse

10. Klasse

11. Klasse

12. Klasse

Abitur

Physik-Student

Physik-Lehrer



Frage 8:

Bodenturnen

Was wird passieren?

A: Die Turnerin bleibt im Handstand stehen

B: Die Turnerin schwingt zurück in den Stand

C: Die Turnerin fällt über in die Brücke

D: Die Trainerin läuft ins Bild



# Physikkenntnisse

1. Klasse

2. Klasse

3. Klasse

4. Klasse

5. Klasse

6. Klasse

7. Klasse

8. Klasse

9. Klasse

10. Klasse

11. Klasse

12. Klasse

Abitur

Physik-Student

Physik-Lehrer



Frage 9:

Snowboarden

Welche Aussage trifft zu?

A: Snowboarder bremst vor einem Hindernis

B: Snowboarder fährt technisch falsch

C: Snowboarder demonstriert Fahrtechnik

D: Snowboarder probiert gleich einen Ollie



# Physikkenntnisse

1. Klasse

2. Klasse

3. Klasse

4. Klasse

5. Klasse

6. Klasse

7. Klasse

8. Klasse

9. Klasse

10. Klasse

11. Klasse

12. Klasse

Abitur

Physik-Student

Physik-Lehrer



Frage 10:

Basketball



Was wird passieren?

A: Ball ist zu lang und springt wieder raus

B: Ball ist zu kurz und springt wieder raus

C: Ball geht ohne Ringberührung in den Korb

D: Ball geht mit Ringberührung in den Korb



# Physikkenntnisse

1. Klasse

2. Klasse

3. Klasse

4. Klasse

5. Klasse

6. Klasse

7. Klasse

8. Klasse

9. Klasse

10. Klasse

11. Klasse

12. Klasse

Abitur

Physik-Student

Physik-Lehrer



Frage 11:

Wasserspringen

Was wird passieren?

A: Der Springer taucht regulär ins Wasser

B: Der Springer taucht gehockt ins Wasser

C: Der Springer kippt auf den Rücken über

D: Der Springer macht einen Bauchplatscher



# Physikkenntnisse

1. Klasse

2. Klasse

3. Klasse

4. Klasse

5. Klasse

6. Klasse

7. Klasse

8. Klasse

9. Klasse

10. Klasse

11. Klasse

12. Klasse

Abitur

Physik-Student

Physik-Lehrer



Frage 12:  
Reckturnen

Welche Übung wird hier geturnt?

A: Stemme in den Stütz

B: Hocke über die Stange

C: Umschwung

D: Freie Felge



# Physikkenntnisse

1. Klasse

2. Klasse

3. Klasse

4. Klasse

5. Klasse

6. Klasse

7. Klasse

8. Klasse

9. Klasse

10. Klasse

11. Klasse

12. Klasse

Abitur

Physik-Student

Physik-Lehrer



Frage 13:

Windsurfen

Was wird passieren?

A: Der Surfer schafft eine 360°-Drehung

B: Der Surfer fällt in das Segel

C: Der Surfer fällt neben dem Segel ins Wasser

D: Der Surfer fällt kopfüber ins Wasser



# Physikkenntnisse

1. Klasse

2. Klasse

3. Klasse

4. Klasse

5. Klasse

6. Klasse

7. Klasse

8. Klasse

9. Klasse

10. Klasse

11. Klasse

12. Klasse

Abitur

Physik-Student

Physik-Lehrer



Frage 14:

Golf

Was wird passieren?

A: Die Fahne wird vom Wind umgeblasen

B: Der Ball ist zu kurz gespielt und geht vorbei

C: Der Ball geht direkt ins Loch

D: Der Ball ist zu lang gespielt und geht vorbei



# Physikkenntnisse

1. Klasse

2. Klasse

3. Klasse

4. Klasse

5. Klasse

6. Klasse

7. Klasse

8. Klasse

9. Klasse

10. Klasse

11. Klasse

12. Klasse

Abitur

Physik-Student

Physik-Lehrer



Frage 15:  
Ringeturnen

Was wird passieren?

A: Turner turnt eine Kippe mit anschl. Stemme

B: Turner lässt sich rückwärts überfallen

C: Das Hallenlicht geht aus

D: Ein Ring reißt ab



# Physikkenntnisse

1. Klasse

2. Klasse

3. Klasse

4. Klasse

5. Klasse

6. Klasse

7. Klasse

8. Klasse

9. Klasse

10. Klasse

11. Klasse

12. Klasse

Abitur

Physik-Student

Physik-Lehrer

**Herzlichen Glückwunsch!**

Vielen Dank!

