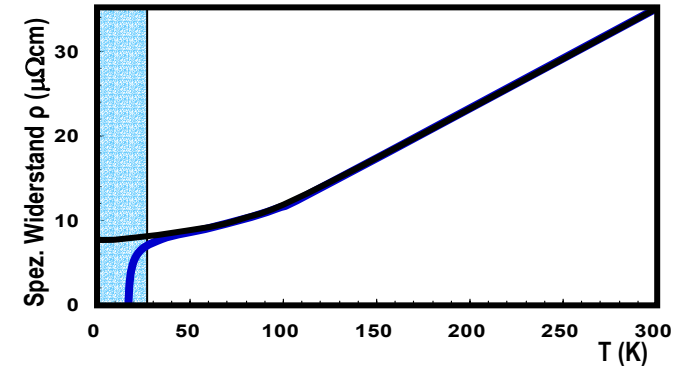


Supraleitung -- von der Entdeckung zur Zukunftstechnologie

Supraleitung -- was ist das ?

Mit Supraleitung bezeichnet man die „unendlich hohe“ elektrische Leitfähigkeit bestimmter Materialien unterhalb einer „kritischen Temperatur“ T_c



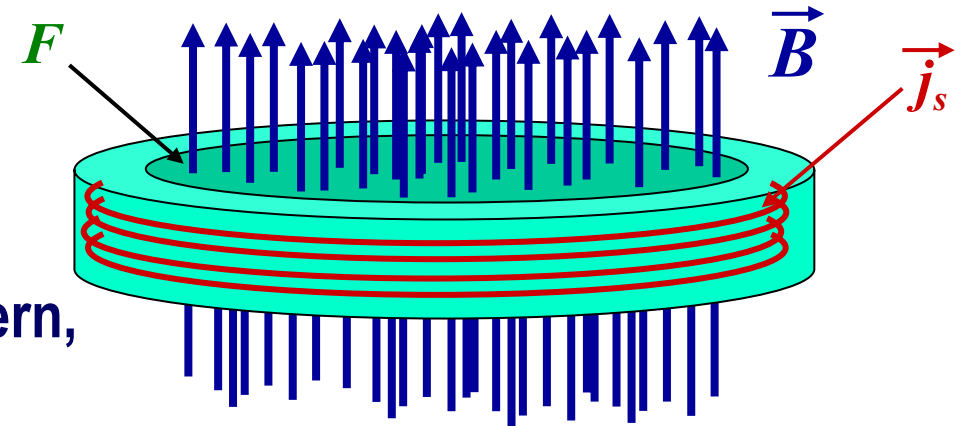
Supraleiter haben aber noch andere ungewöhnliche Eigenschaften:

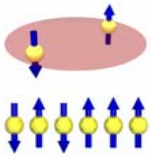
- Bringt man sie in ein Magnetfeld, so fließen an ihrer Oberfläche spontan Ströme, die das äußere Magnetfeld abschirmen (Meissner-Ochsenfeld-Effekt).
- Der Magnetische Fluss in supraleitenden Ringen ist quantisiert:

$$\Phi_B = B \cdot F = n \cdot \Phi_0 = n \cdot \frac{h}{2e} \quad \text{mit}$$

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Tesla} \cdot \text{m}^2$$

Bevor wir die Supraleitung diskutieren können, müssen wir uns erst daran erinnern, was normale elektrische Leitfähigkeit ist !





Ein kurzer historischer Überblick – 5 Nobelpreise!

- **1911** Entdeckung der Supraleitung in Hg unterhalb 4,2 K durch Heike K. Onnes (NP 1913)



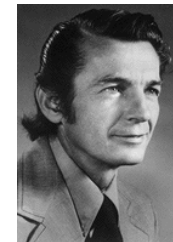
H. K. Onnes

- **1957** Theoretische Erklärung durch J. Bardeen, L.N. Cooper & J.R. Schrieffer (NP 1972)



Bardeen Cooper Schrieffer

- **1961** Supraleitende Tunnelexperimente I. Giaever & B.D. Josephson (NP 1973)



Giaever Josephson



Müller Bednorz

- **1986** Entdeckung der Hoch- T_c -Supraleiter J.G. Bednorz & K.A. Müller (NP 1987)

- **2003** Nobelpreis für Alexei A. Abrikosov, Vitaly L. Ginzburg und Anthony J. Leggett (für theor. Arbeiten zur SL in den 1950-er Jahren bzw. Theorie zu ^3He in 1960-er Jahren)



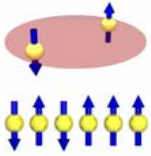
Abrikosov Ginzburg Leggett

seit **1960** Supraleitende Hochfeld-Magnete → 20 T

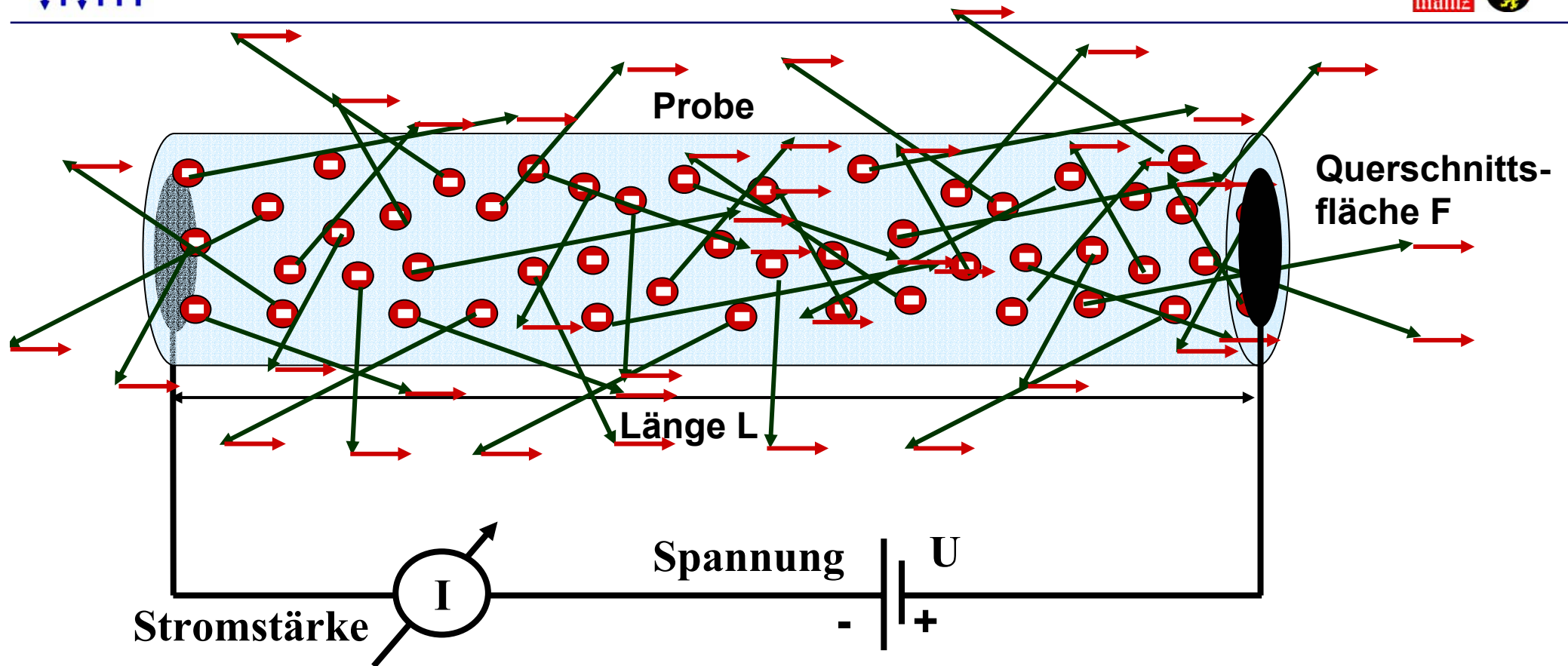
seit **1970** SL Hochfrequenzresonatoren → Breschleunigertechnologie

seit **1970** SL SQUID → ultrasensitive Messgeräte z.B. für Magnetoenzephalographie

seit **1985** Kernspintomographie mit supraleitenden Magnetspulen (für jeden von uns)

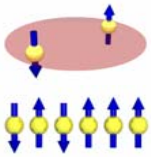


Elektrische Leitfähigkeit in Festkörpern (1)

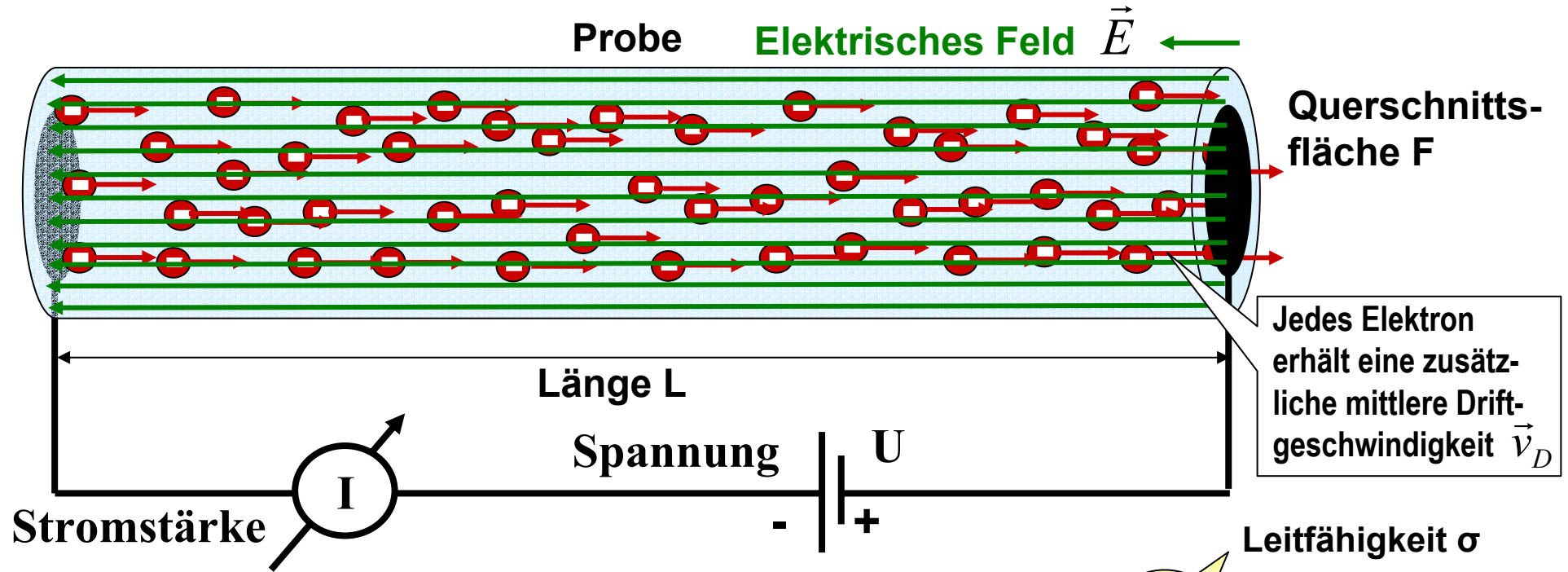


Die Leitungselektronen bewegen sich mit großen regellosen Geschwindigkeiten $\vec{v}_i$

allerdings gilt $\langle \vec{v} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{v}_i = 0$ und damit Stromdichte $\vec{j} = \frac{N}{V} q \langle \vec{v} \rangle = 0$



Elektrischer Leitfähigkeit in Festkörpern (2)

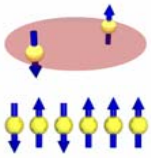


Die Driftgeschwindigkeit $\vec{v}_D = \vec{a} \tau = \frac{q \vec{E}}{m} \tau \Rightarrow \vec{j} = \frac{N}{V} q \vec{v}_D = \frac{n q^2 \tau}{m} \vec{E} = \sigma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E}$

Es gilt also $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ bzw. $\vec{E} = \rho \vec{j}$ und damit $\frac{U}{L} = \rho \frac{I}{F} \Rightarrow U = \frac{\rho L}{F} I = R I$

Dies ist das Ohm'sche Gesetz, Ihnen bekannt als

$$U = R I \quad \text{mit} \quad R = \rho \frac{L}{F} = \frac{m}{n q^2 \tau} \frac{L}{F}$$



Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands

Spezifische elektrische Leitfähigkeit

$$\sigma = \frac{n q^2 \tau}{m};$$

Spezifischer elektrischer Widerstand

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{n q^2 \tau}$$

Elektrischer Widerstand

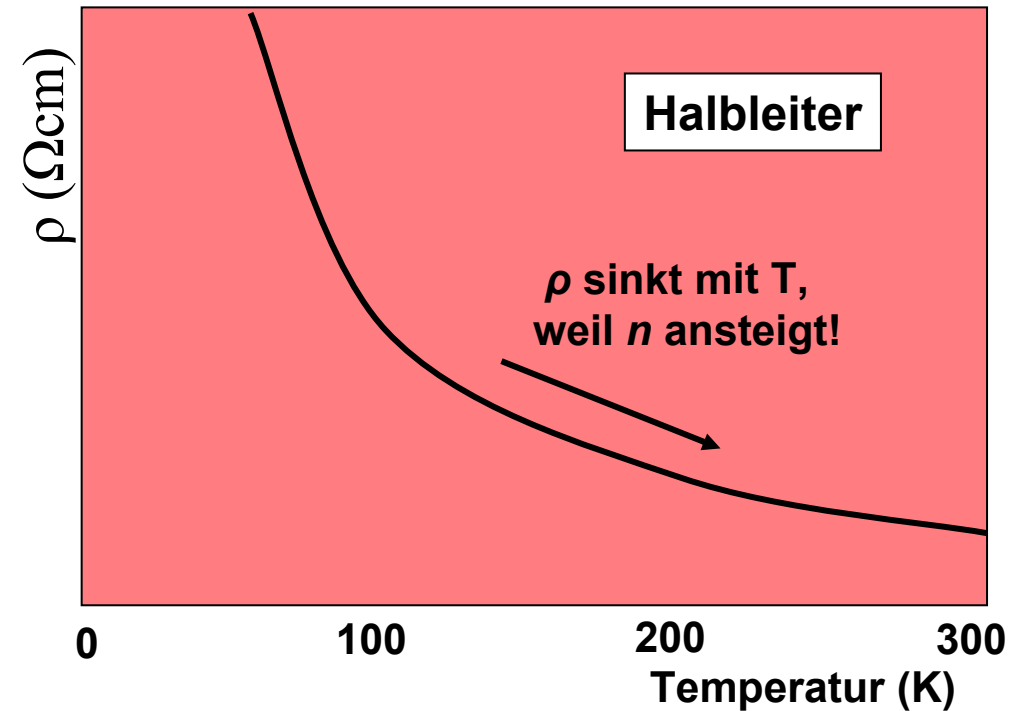
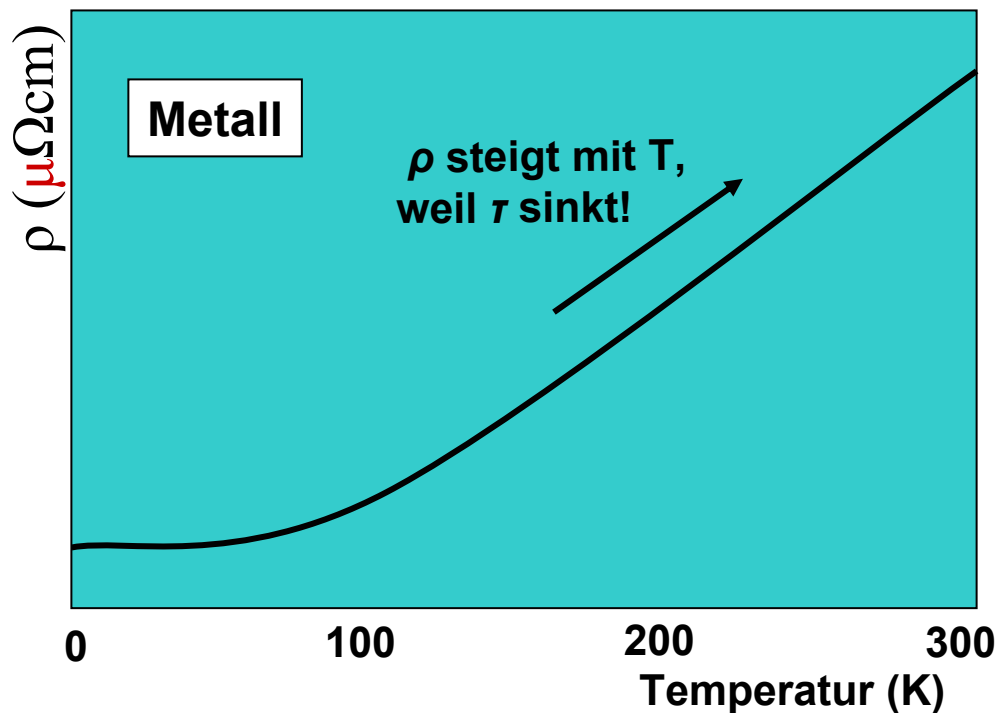
$$R = \rho \frac{L}{F} = \frac{m}{n q^2 \tau} \frac{L}{F}$$

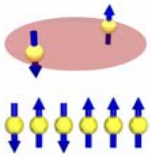
$n = N / V$ = Dichte der Elektronen

τ = Mittlere Zeit zwischen 2 Stößen eines Elektrons mit den Gitterschwingungen

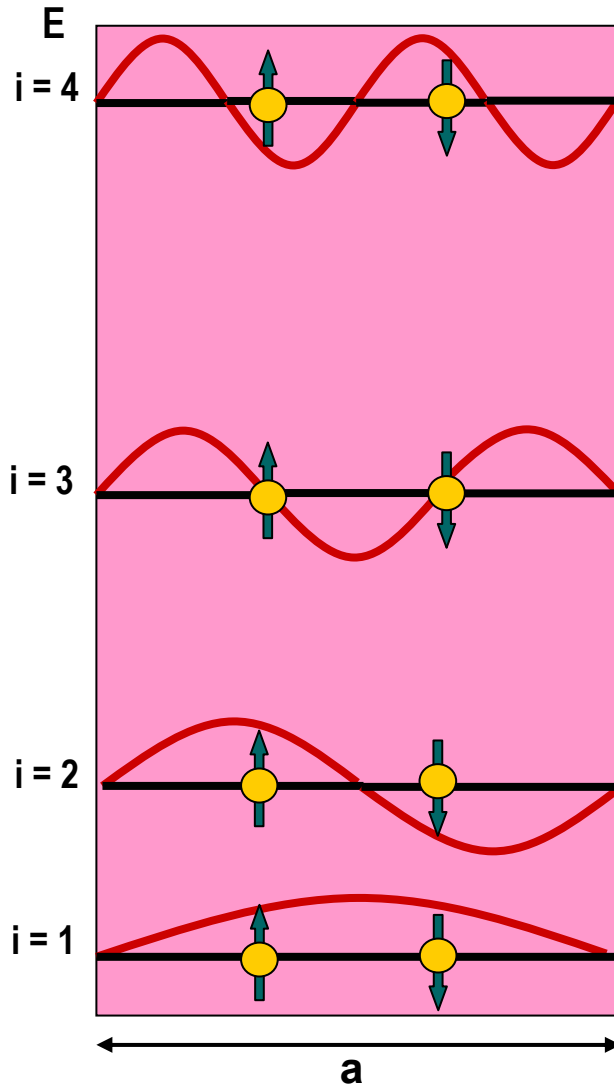
q = Ladung der Elektronen (konstant)

m = Masse der Elektronen (konstant)





Elektronen in einem Kasten (bzw. in einem Stück Metall)



Welle -- Teilchen -- Dualismus:

Elektromagn. Wellen verhalten sich auch wie Teilchen (Photonen)
und Teilchen verhalten sich auch wie Wellen (de Broglie-Wellen)

Man spricht von Wellenmechanik oder Quantenmechanik!

Die Wellenlänge ist gegeben durch $\lambda = h / p$

und damit ist die Energie $E = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{\lambda^2 2m}$

Mit $a = i \lambda / 2$ folgt $E_i = i^2 \frac{h^2}{8a^2 m} \Rightarrow \langle E \rangle \approx 100 k_B T$

Viele Elementarteilchen haben einen Spin (Eigendrehimpuls)

$$|\vec{S}| = s \hbar$$

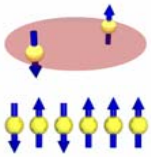
mit s halbzahlig (1/2, 3/2 Fermionen) oder ganzzahlig (0, 1, 2 Bosonen).

Teilchen mit halbzahligen Spin (wie Elektronen) gehorchen dem Pauli-Prinzip:

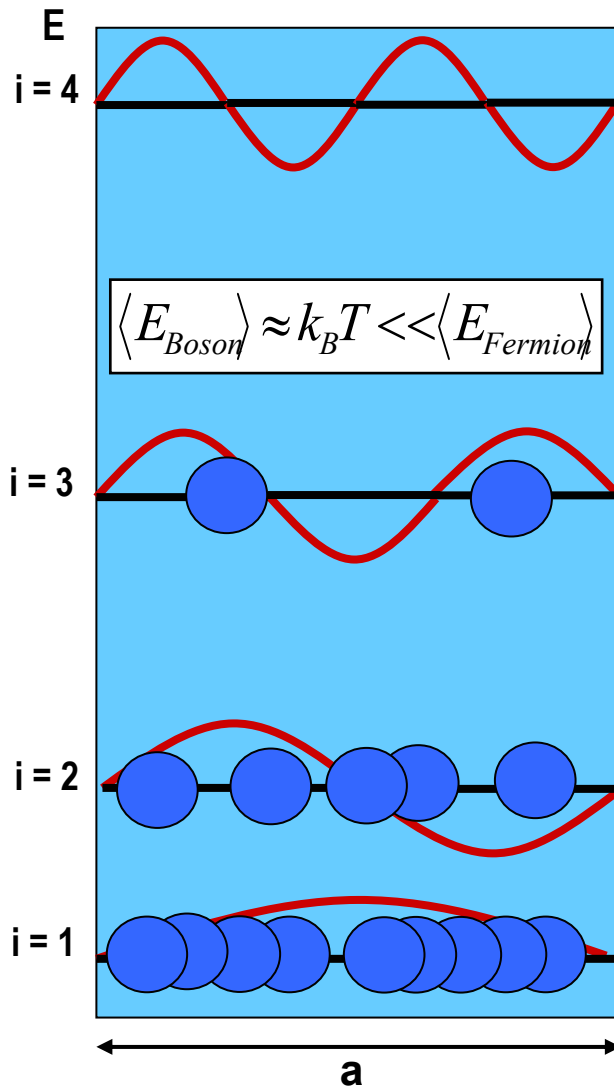
Jeder Zustand kann nur mit 2 Elektronen besetzt werden



Teilchen mit ganzzahligem Spin sind dem Pauli-Prinzip nicht unterworfen!



„Bosonen“ in einem Kasten (bzw. in einem Stück Metall)



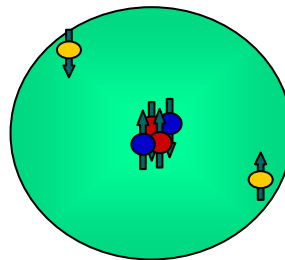
Bosonen unterliegen nicht dem Pauli-Prinzip, im Gegenteil, für sie gilt eine Art Anti-Pauli-Prinzip: 

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Boson einen Energiezustand einnimmt, ist proportional zur Zahl der in diesem Zustand bereits vorhandenen Bosonen.

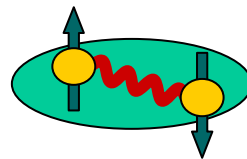
Bosonen können auch aus Fermionen zusammengesetzte Teilchen sein.

So sind z.B. Heliumatome Bosonen, obwohl sie aus 6 Fermionen zusammen-

gesetzt sind: 2 Protonen   2 Neutronen   und 2 Elektronen  

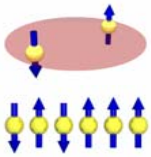


Ein Heliumatom hat Gesamtspin 0 und verhält sich bezüglich der Bewegung seines Schwerpunktes wie ein Boson



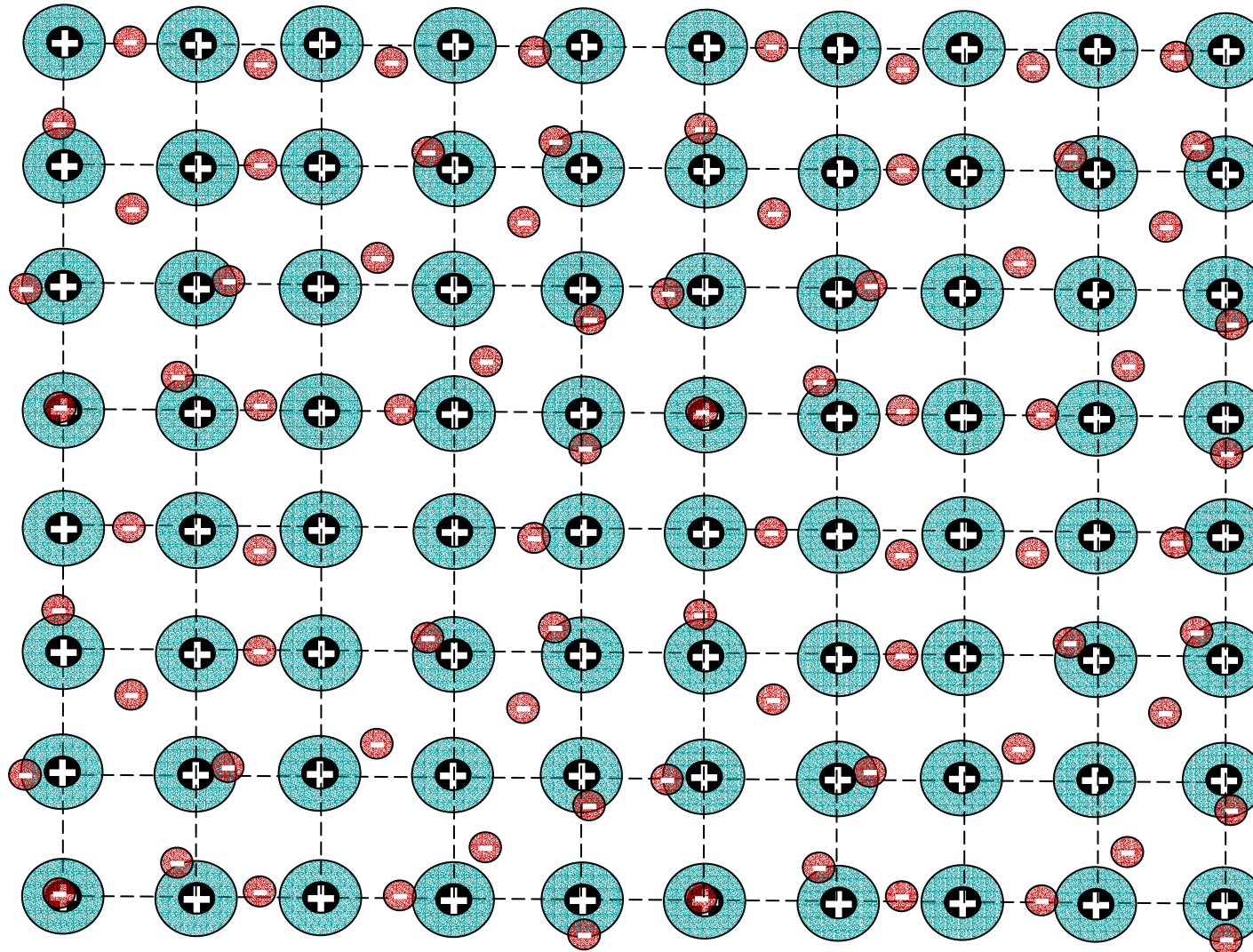
Ein gebundenes Elektronenpaar hat ebenfalls Gesamtspin 0 und verhält sich bezüglich seiner Schwerpunktsbewegung wie ein Boson

Um gebundene Elektronenpaare zu erreichen, benötigen wir eine anziehende Wechselwirkung zwischen den Elektronen im Metall!



1-0 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

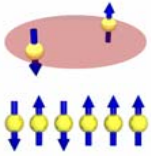


Der Raum ist erfüllt durch eine periodische Anordnung von Ionenrümpfen zwischen denen sich die Leitungselektronen frei bewegen.

Die Summe der Raumladungen

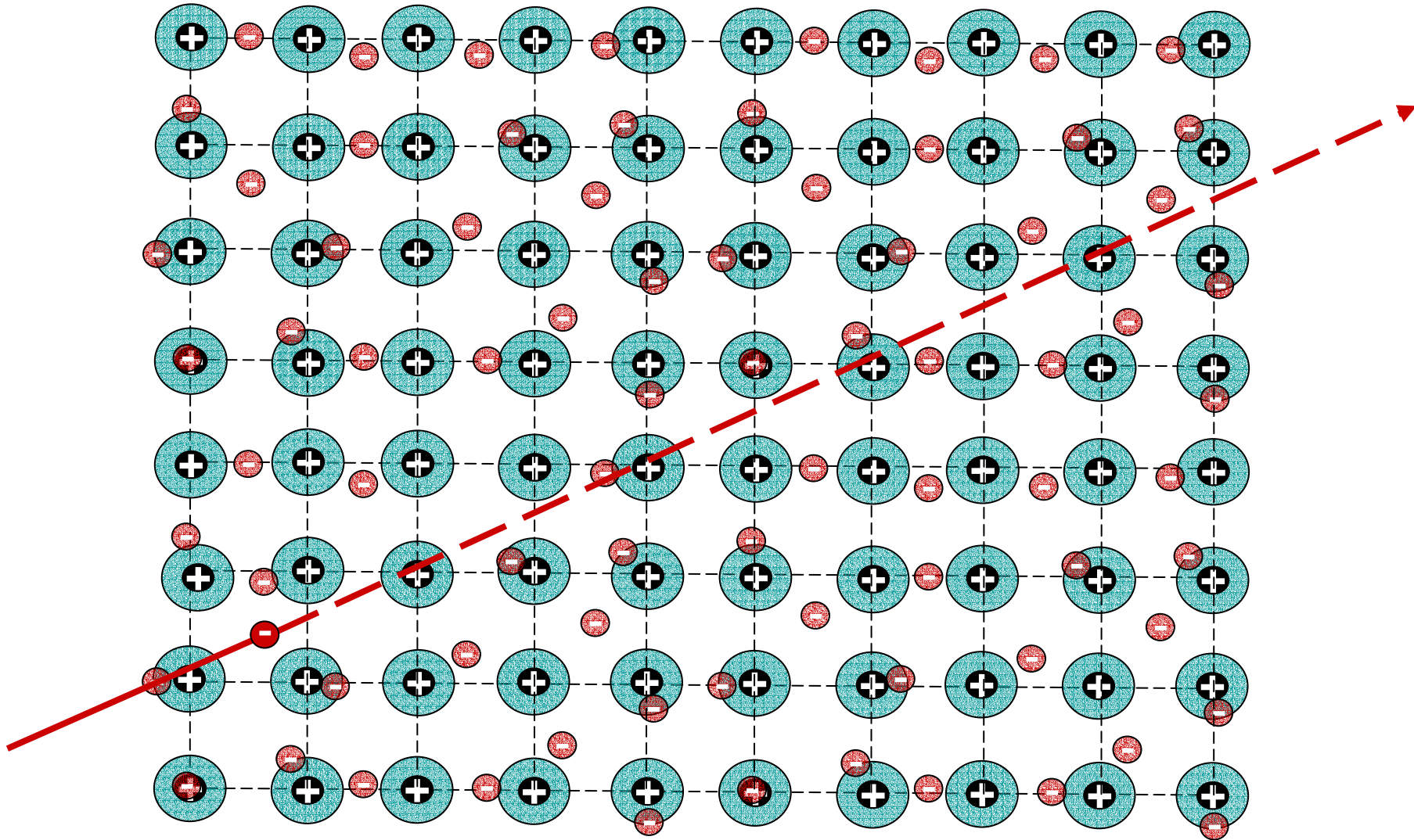
$$\rho_+ + \rho_- = 0,$$

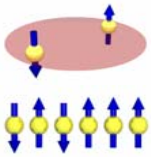
d.h. die Ladungen kompensieren sich.



1-1 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

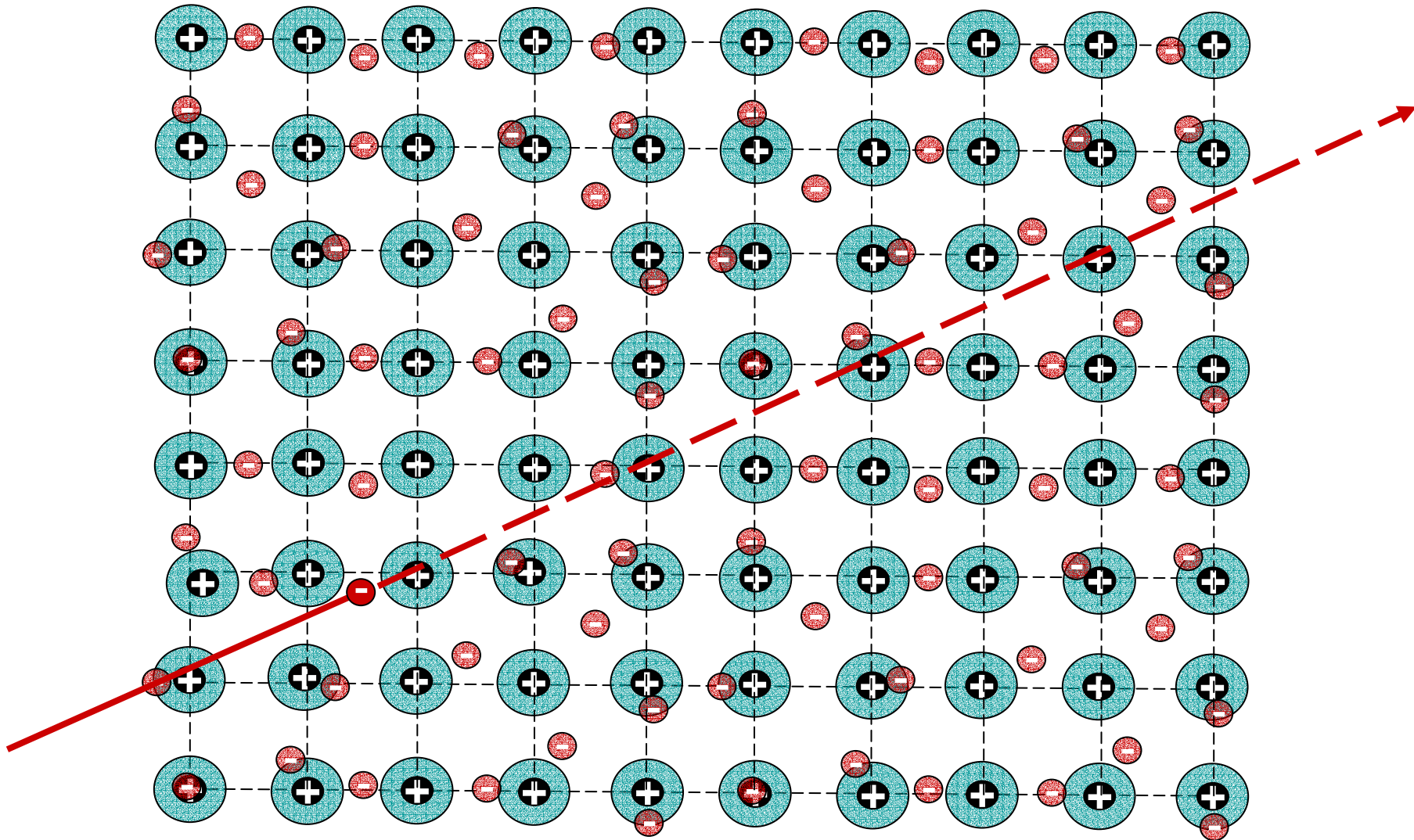
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

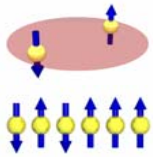




1-2 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

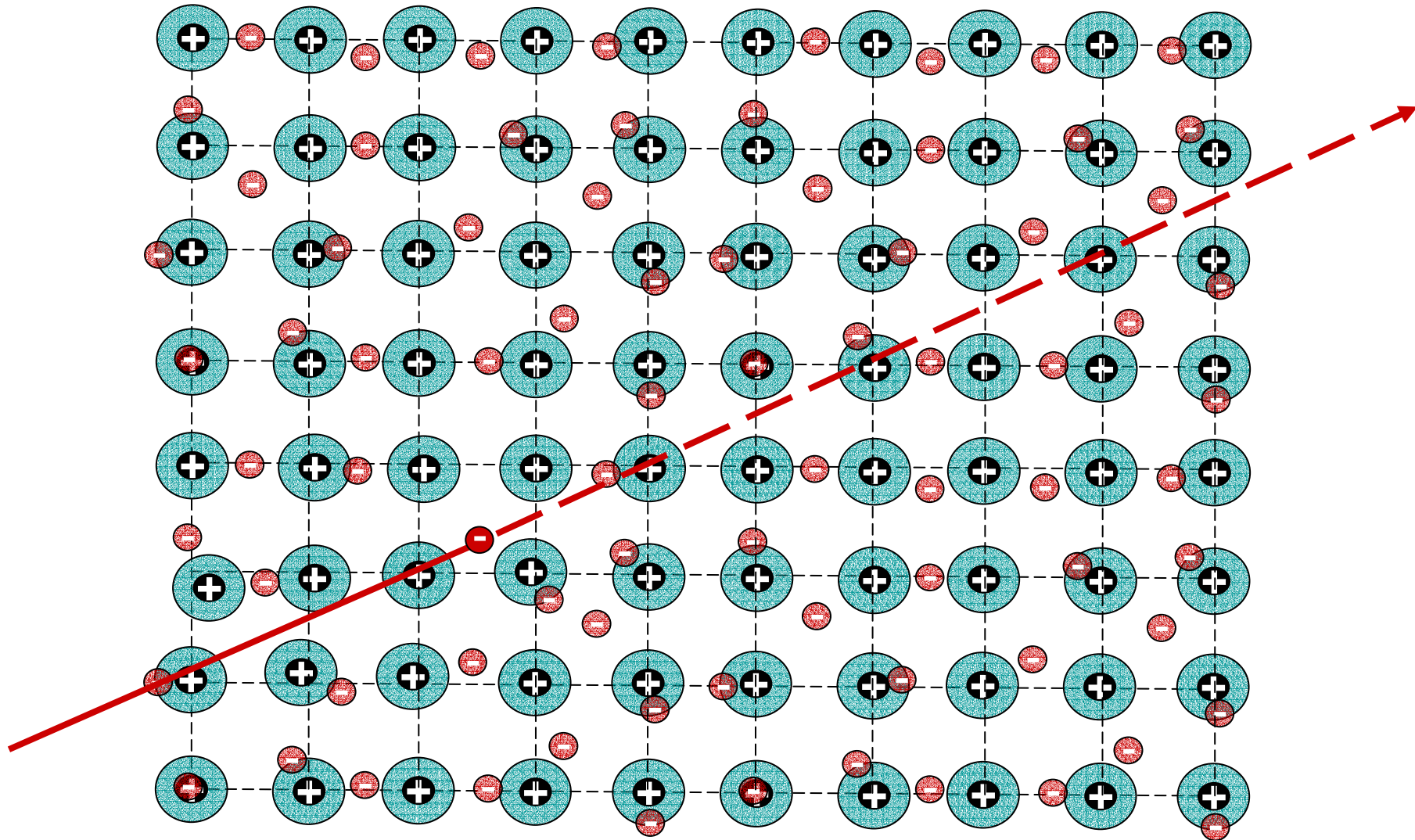
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

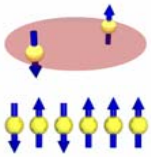




1-3 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

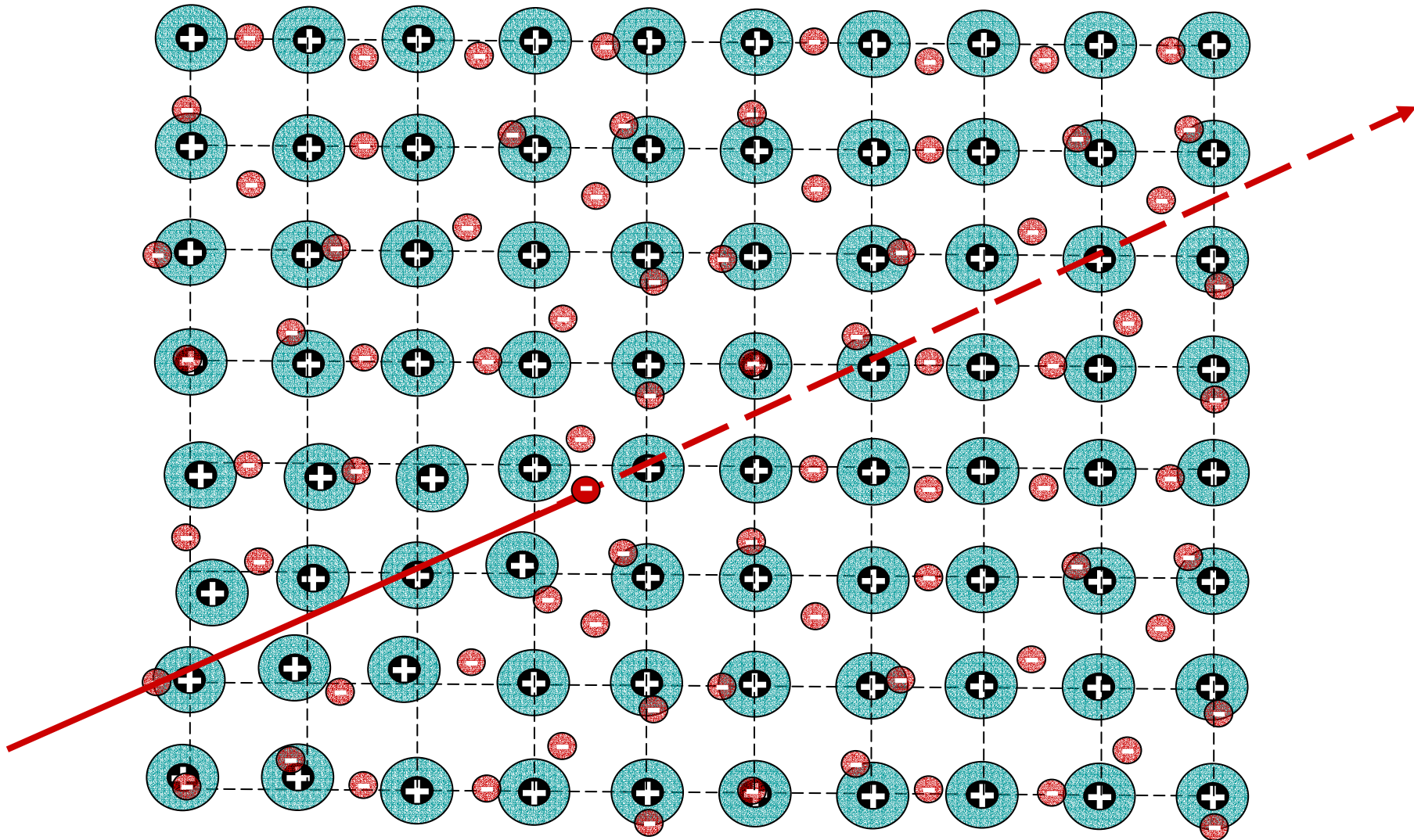
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

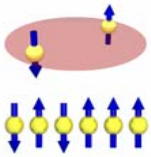




1-4 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

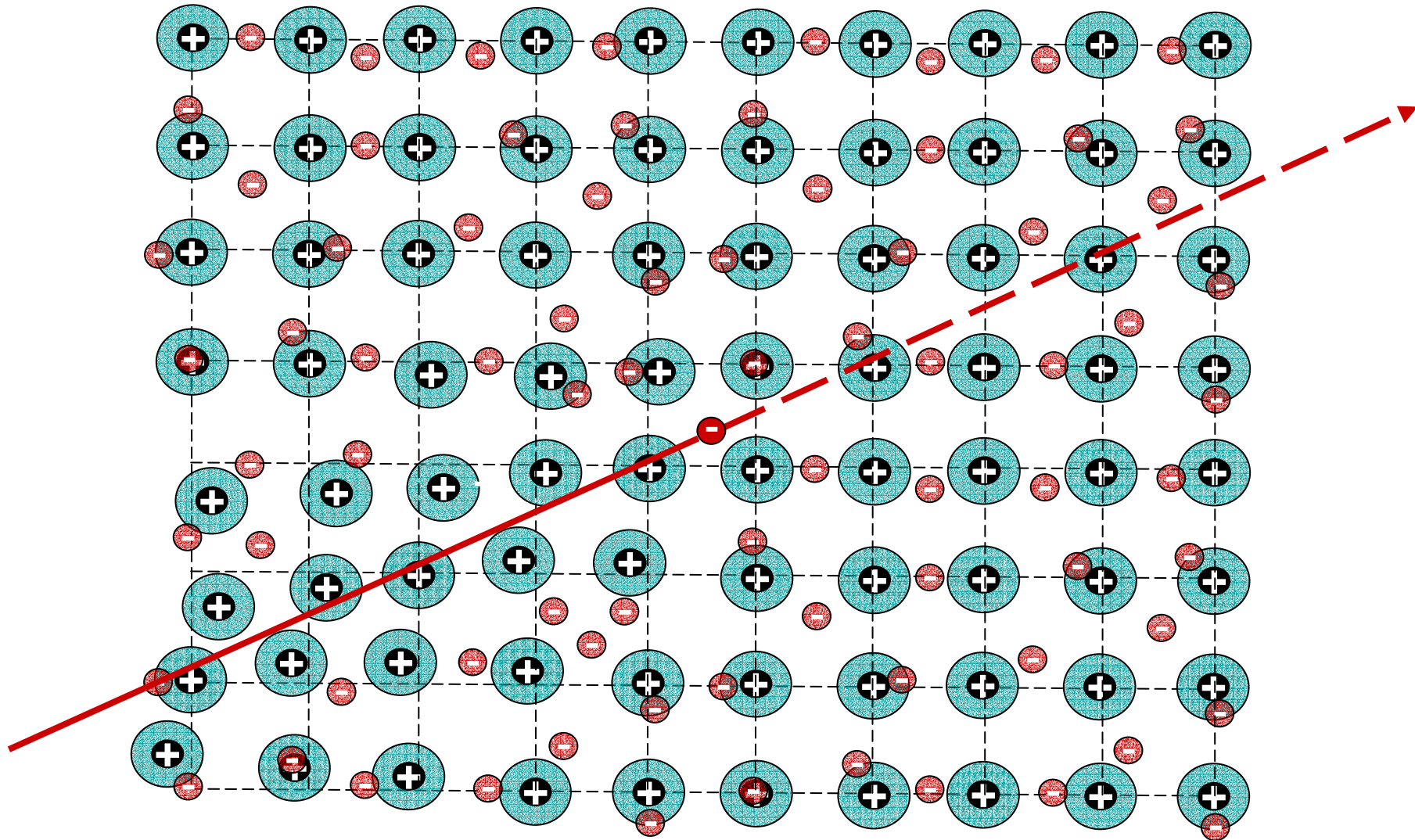
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

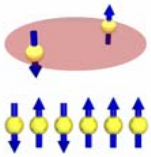




1-5 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

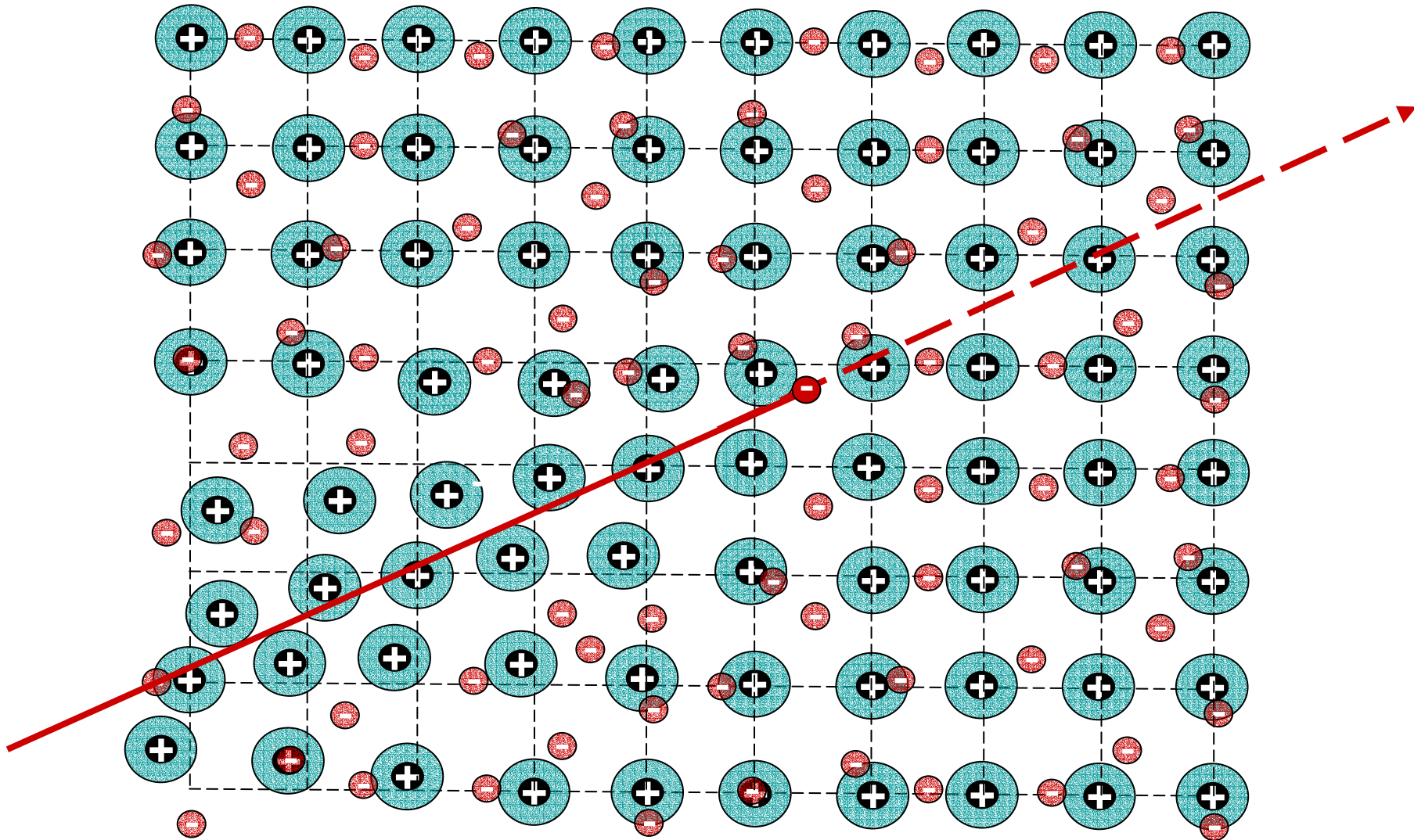
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

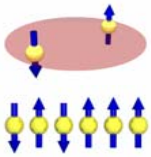




1-6 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

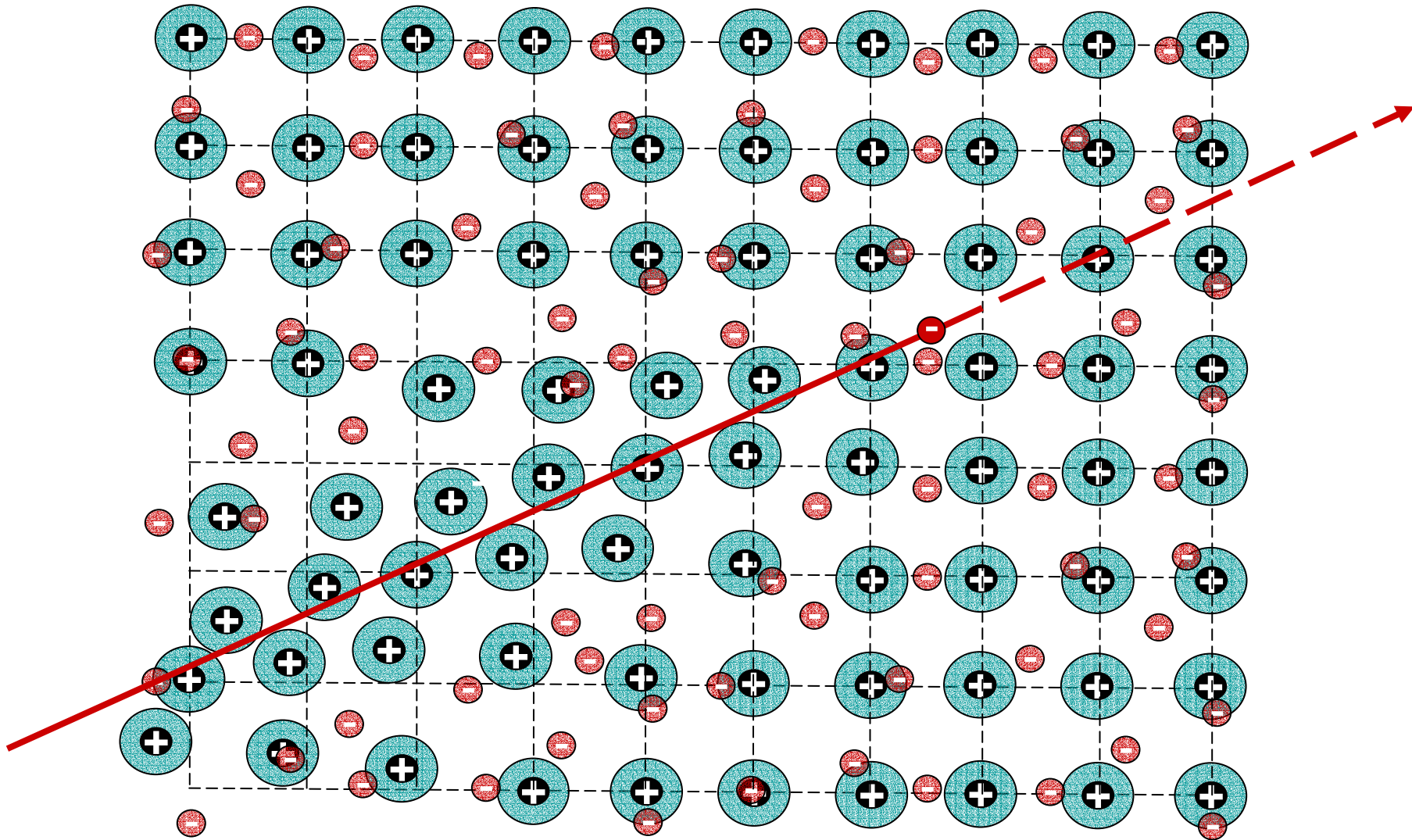
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

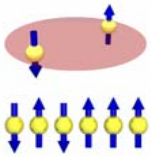




1-7 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

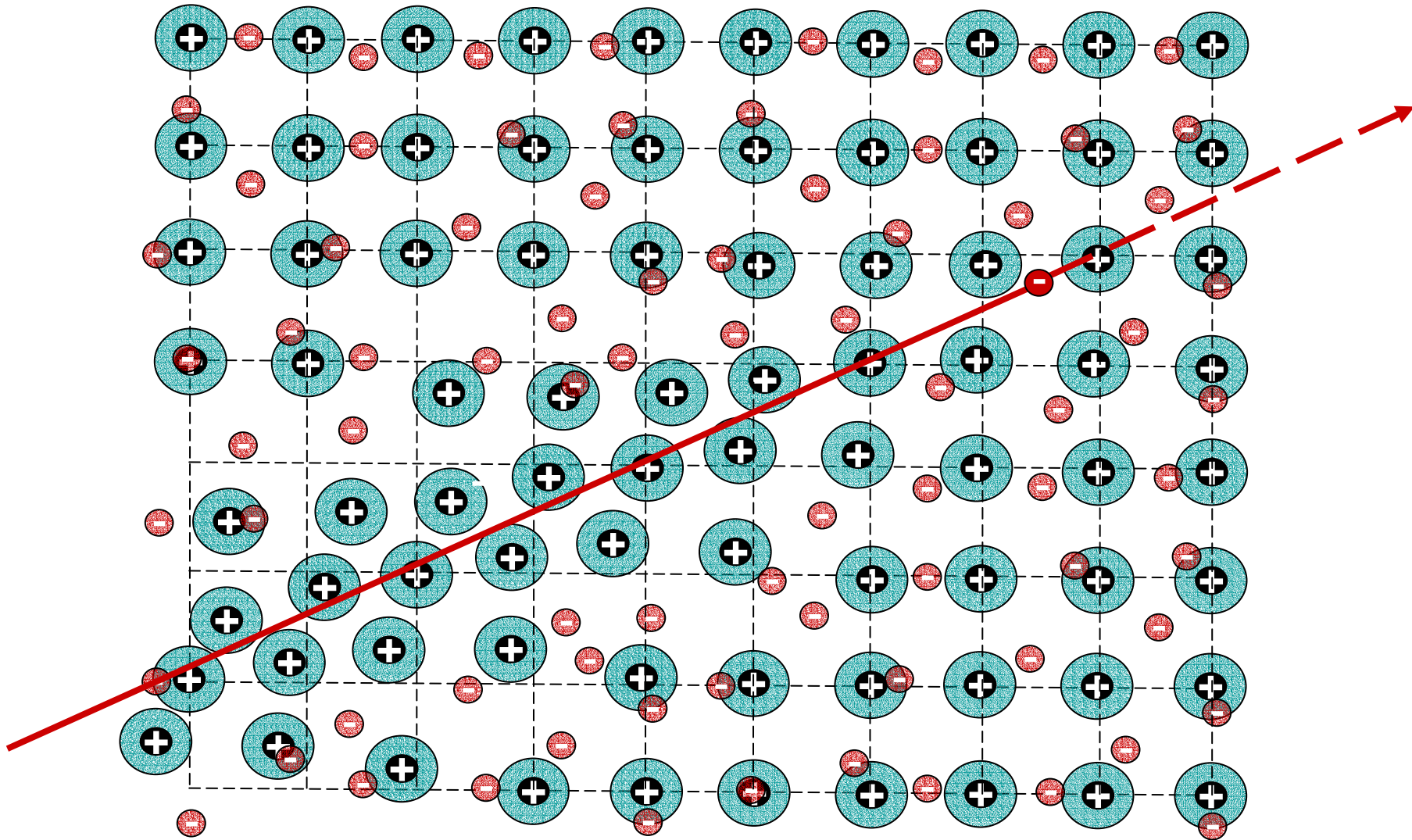
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

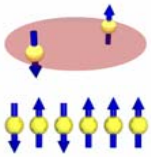




1-8 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

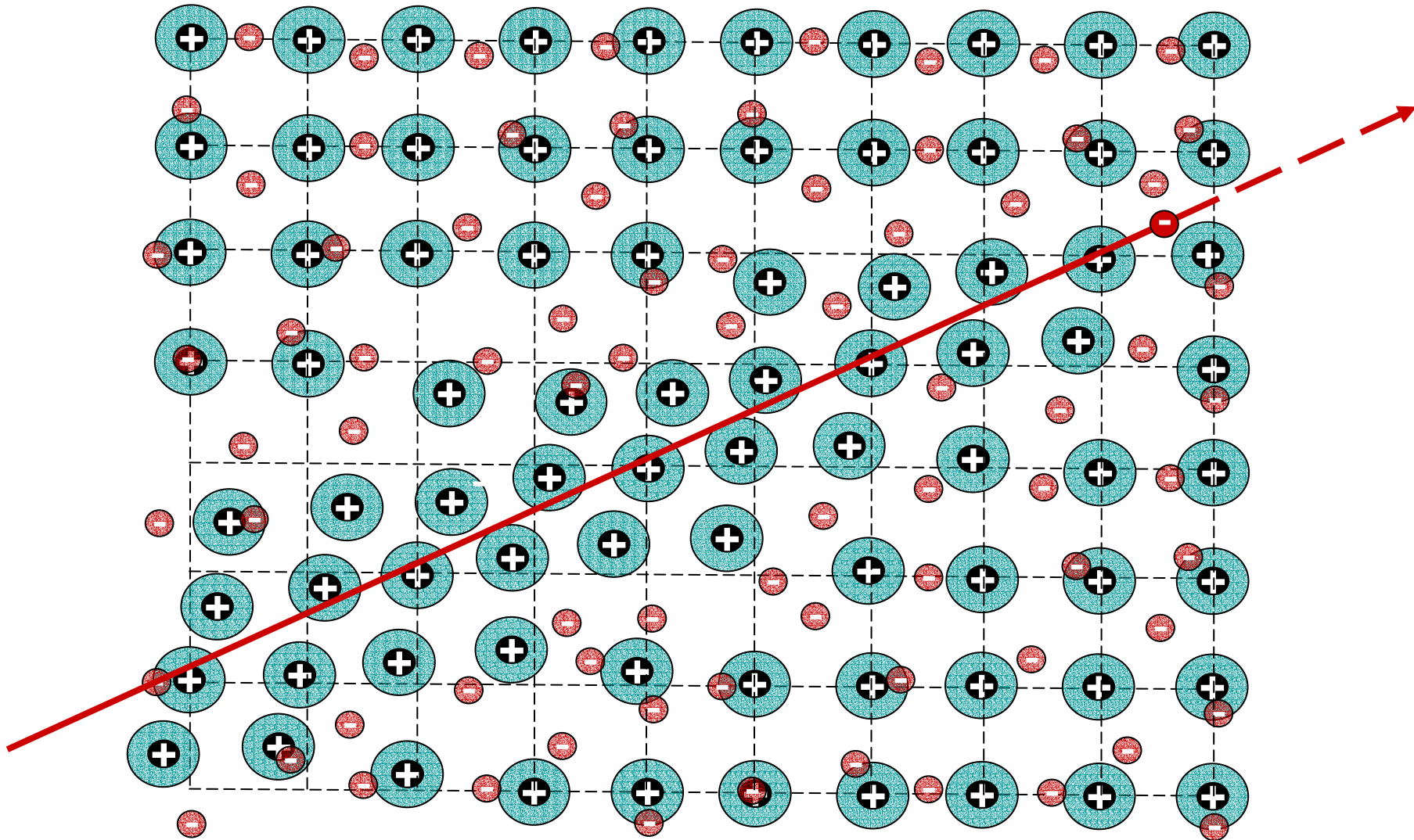
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

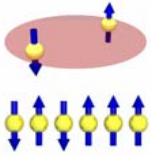




1-9 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

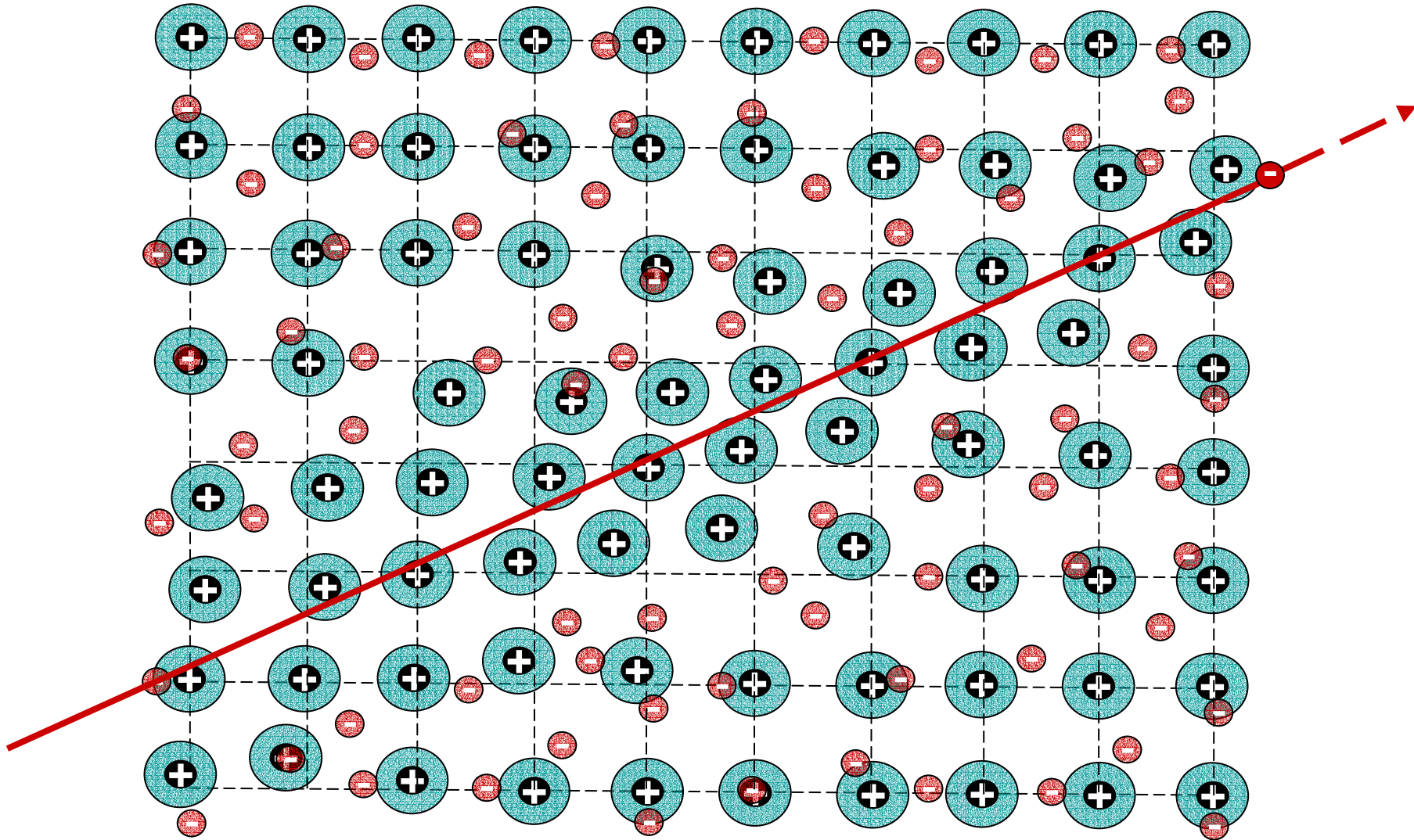
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

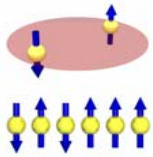




1-10 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

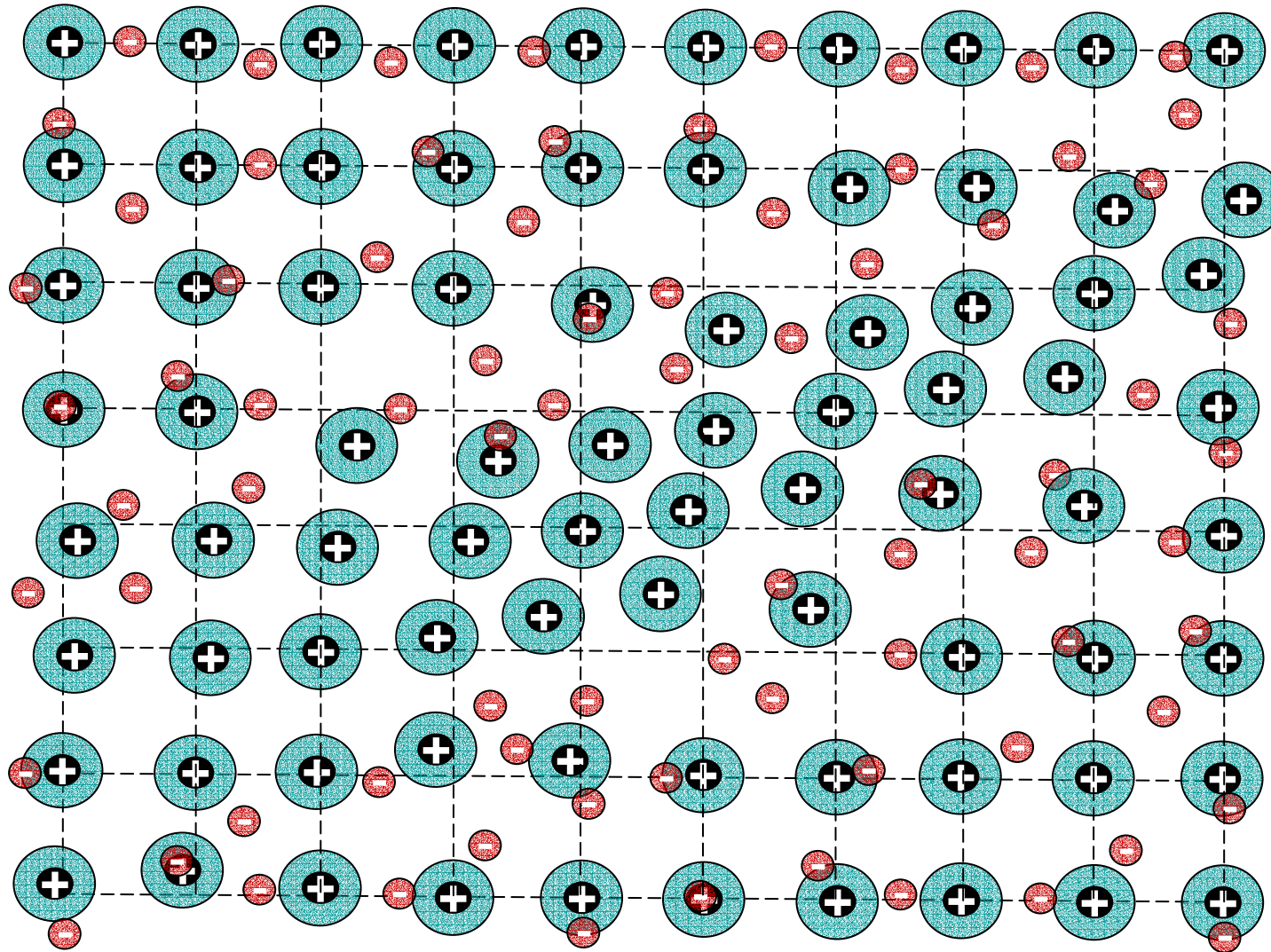
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

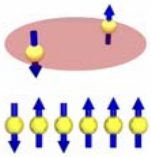




1-weg BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

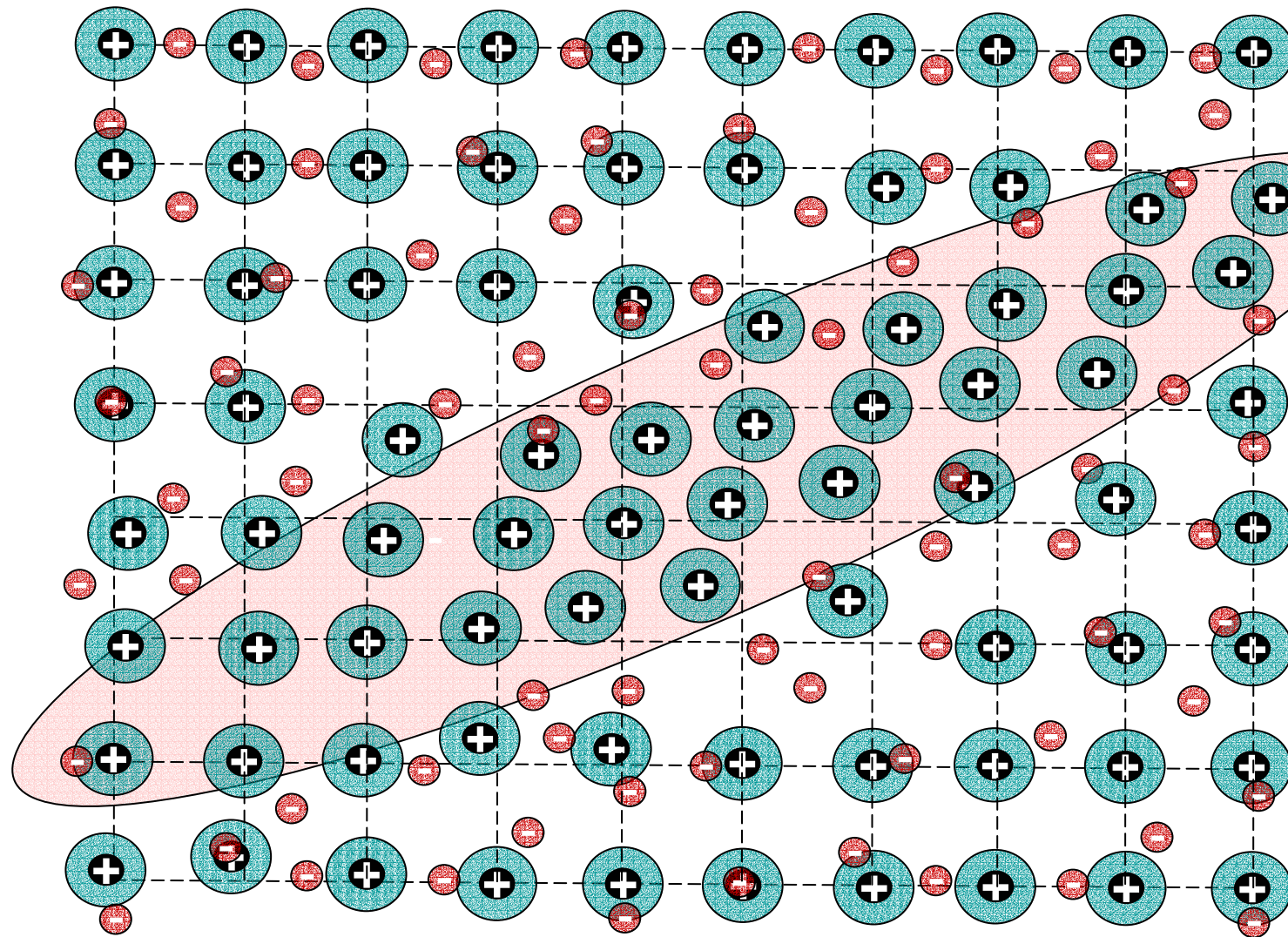
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!





2-0 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

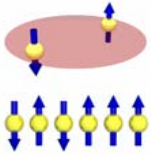
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!



Für kurze Zeit:
Raumgebiet mit
positiver Über-
schussladung.

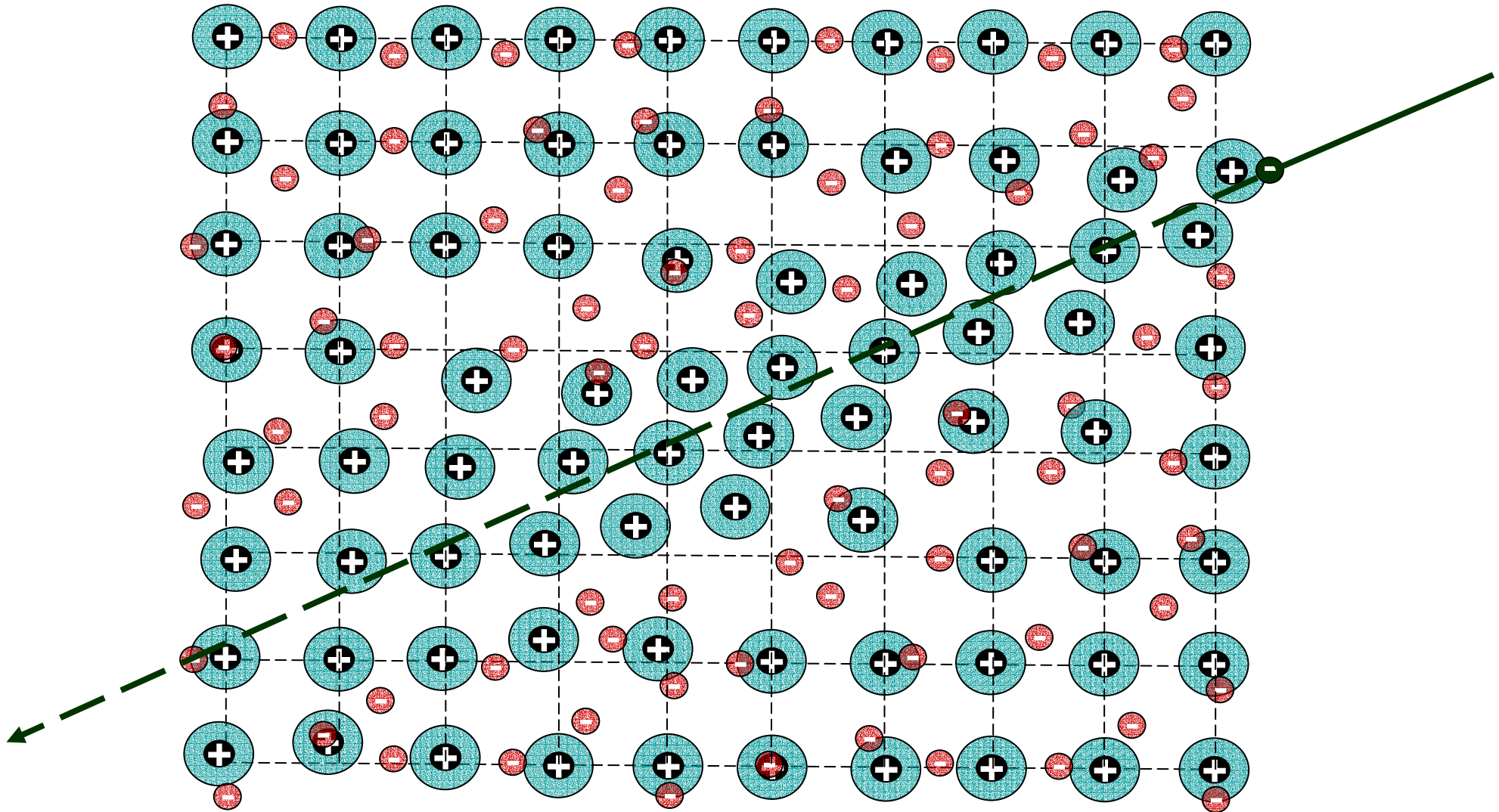
Diese positive
Ladung wirkt auf
ein anderes
Elektron
natürlich
attraktiv.

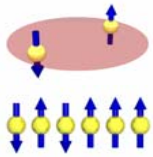
1. Elektron hat
eine Schwingung
der Gitterbau-
steine angeregt,
d.h. ein Phonon
emittiert!



2-1 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

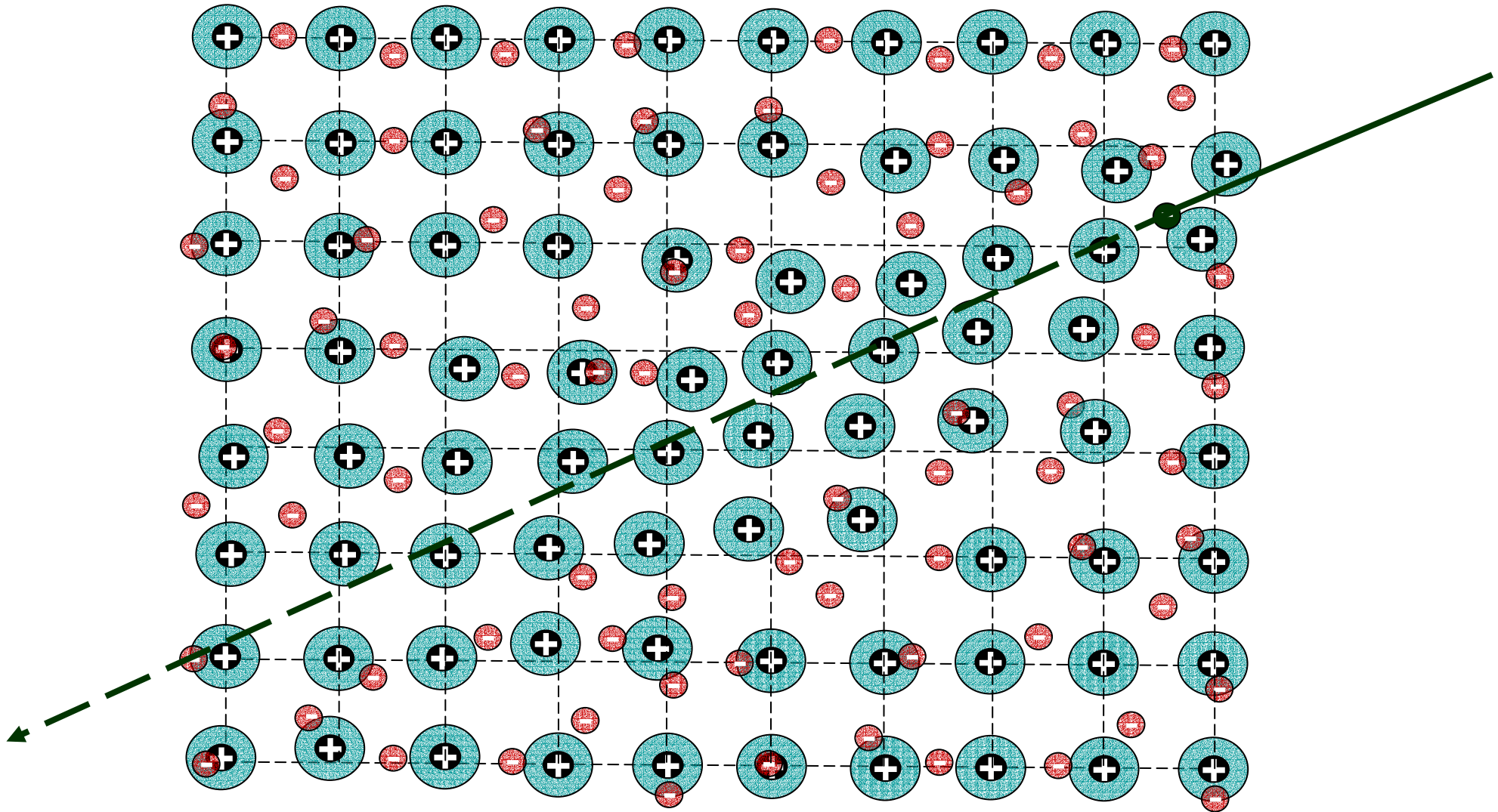
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

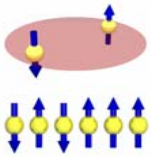




2-3 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

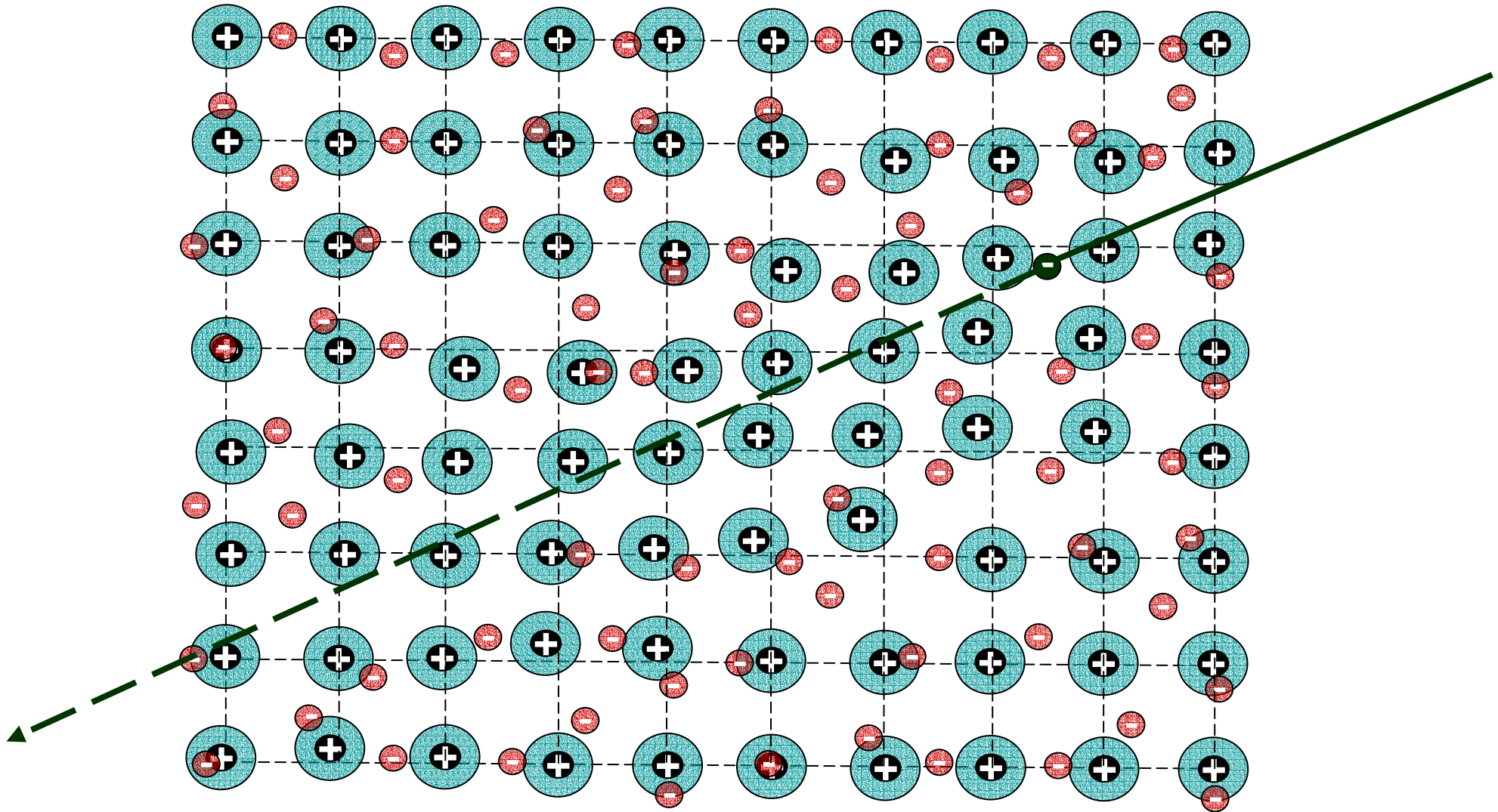
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

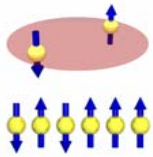




2-4 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

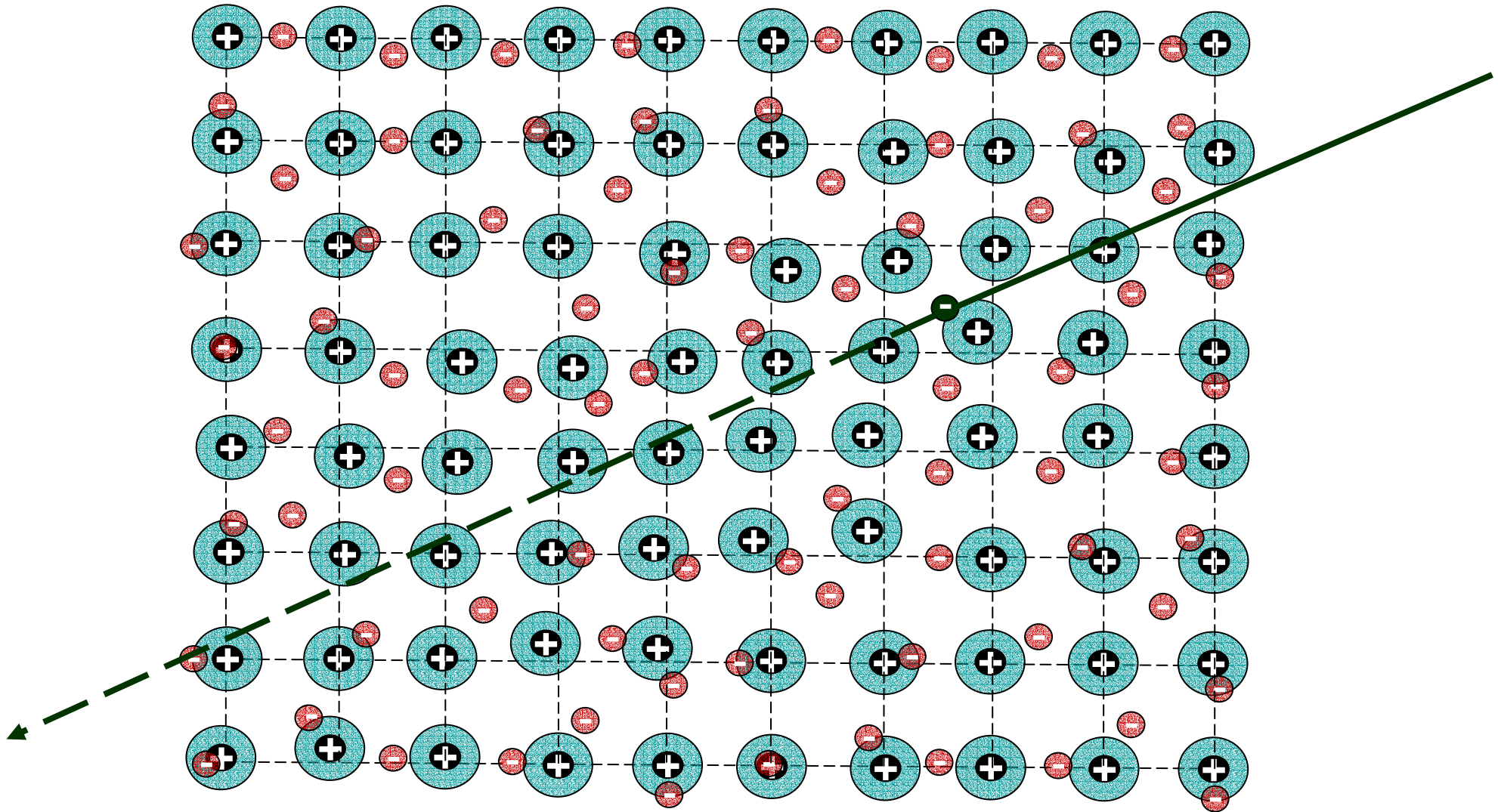
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

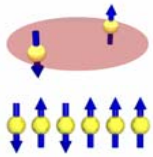




2-5 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

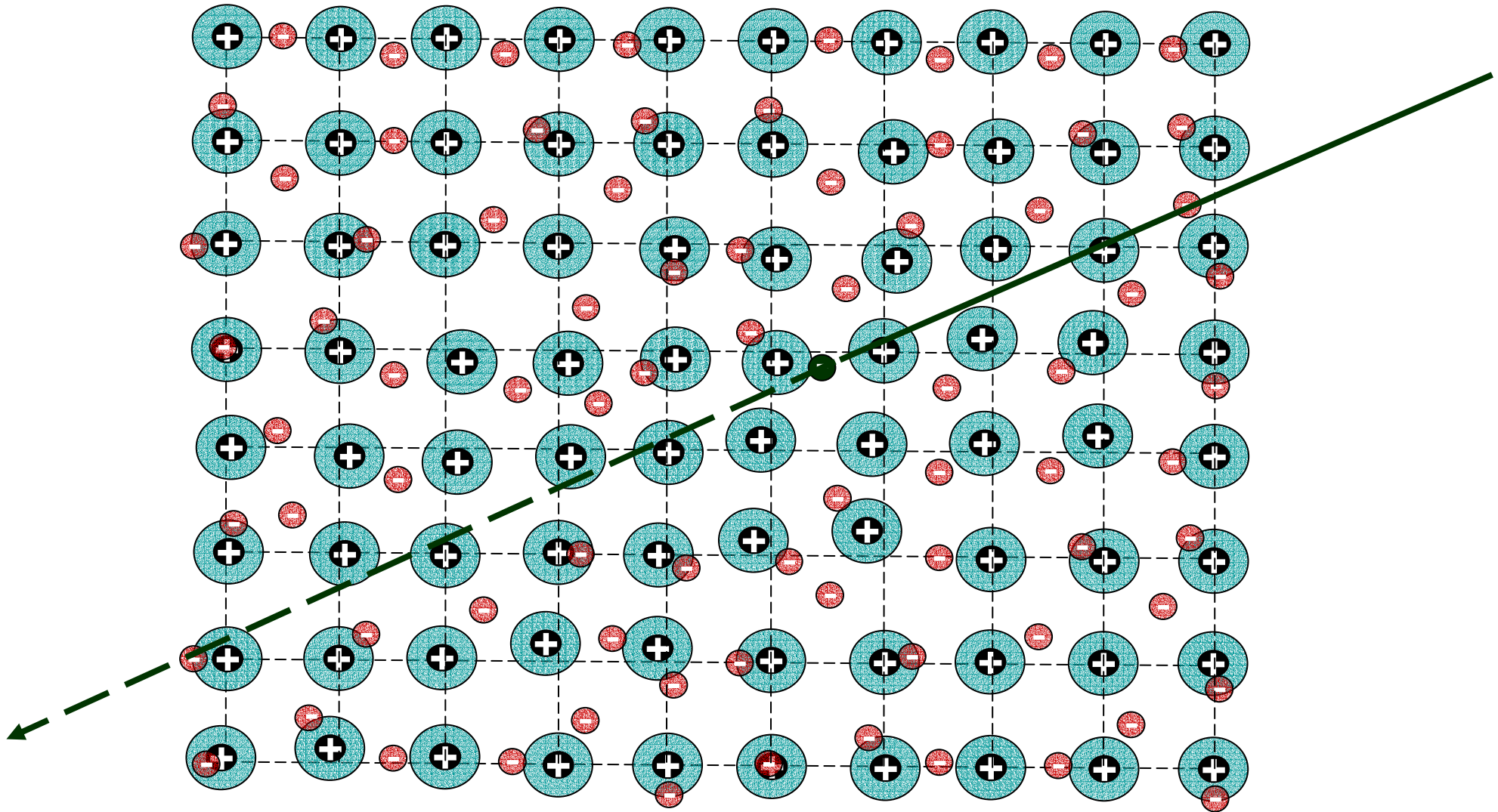
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

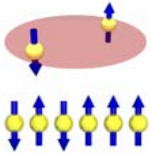




2-6 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

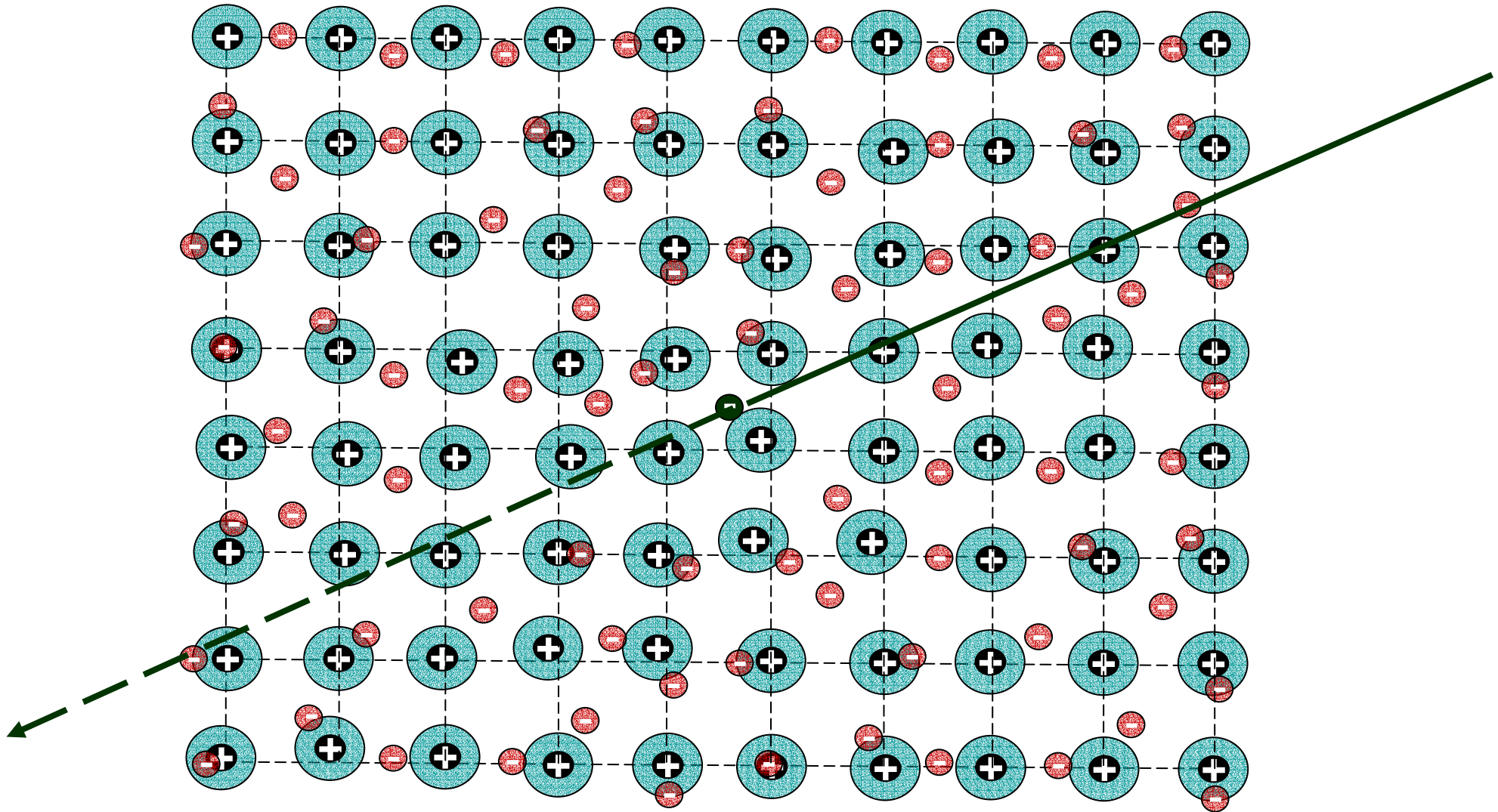
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

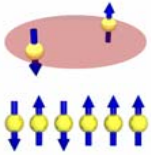




2-7 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

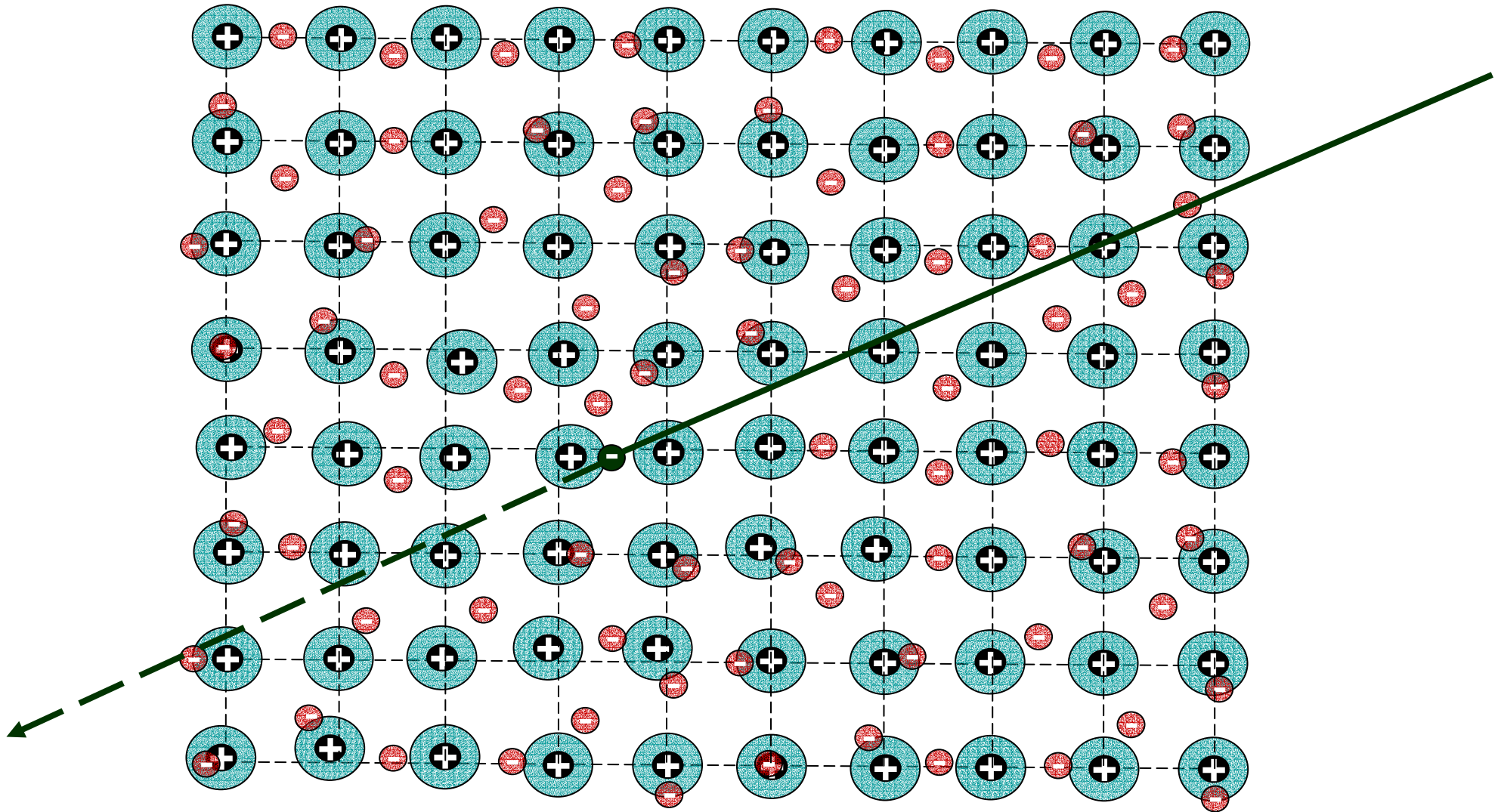
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

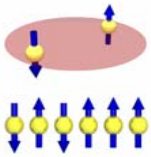




2-8 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

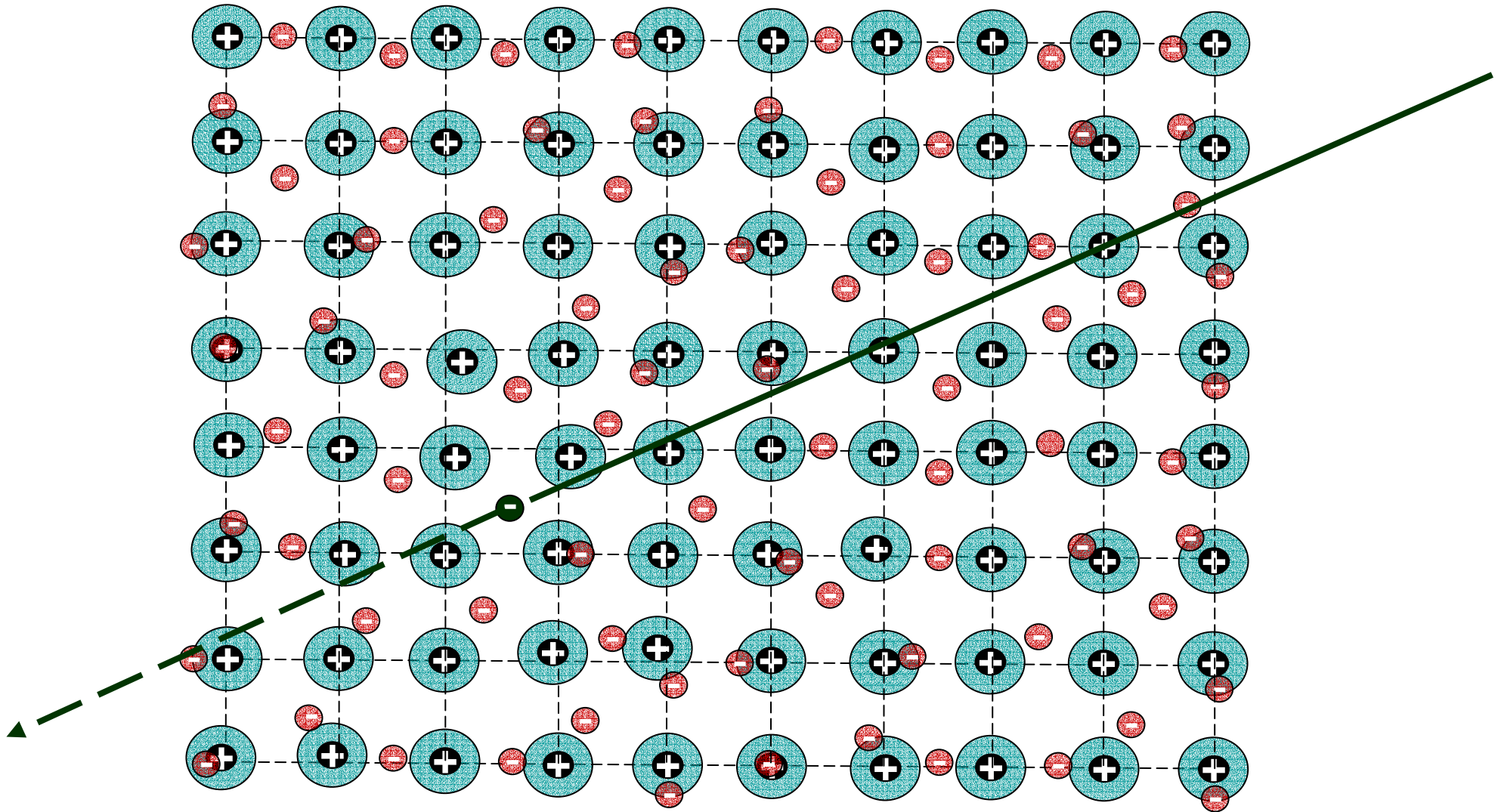
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

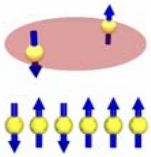




2-9 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

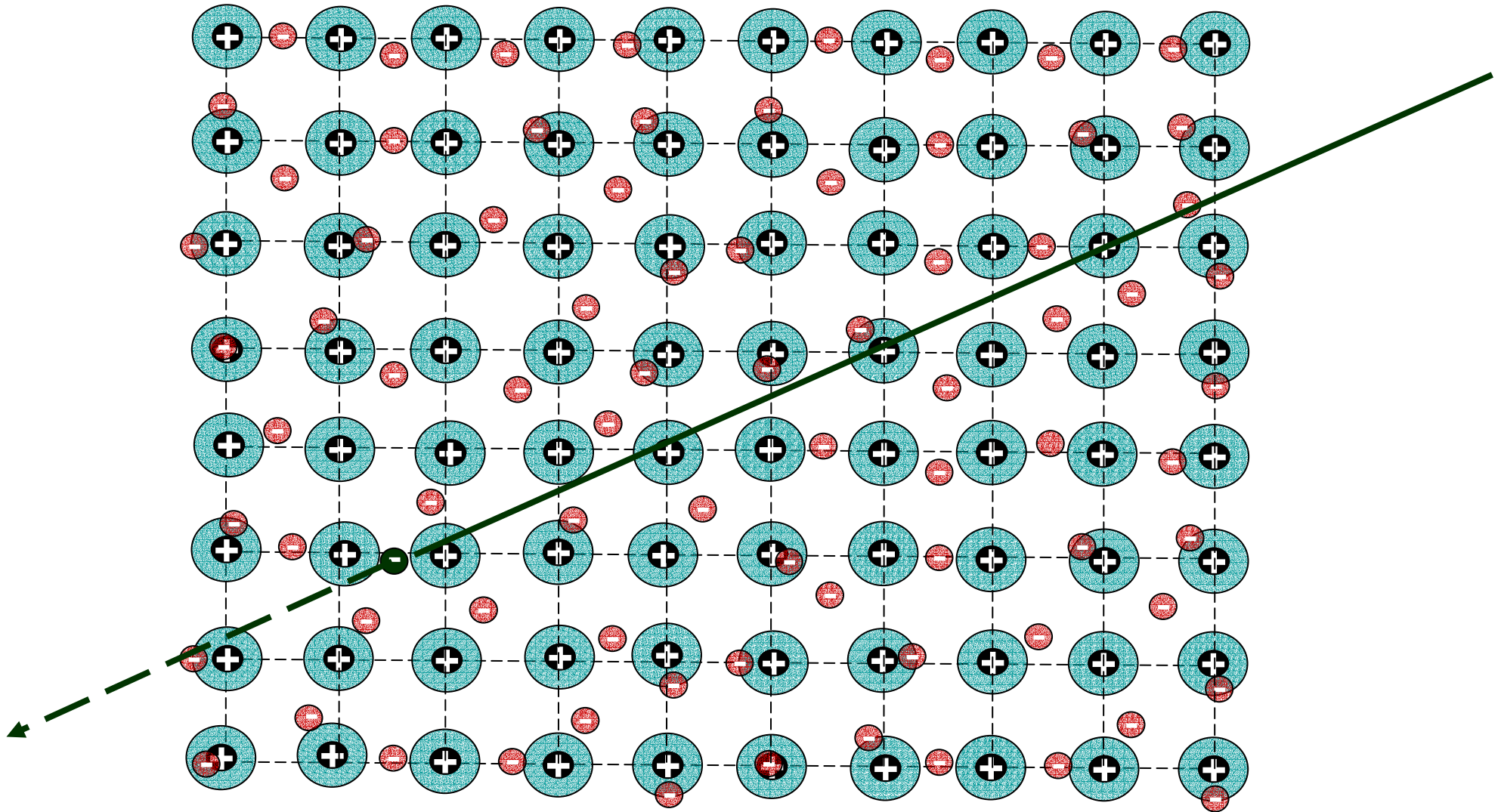
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

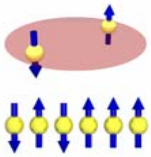




2-10 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

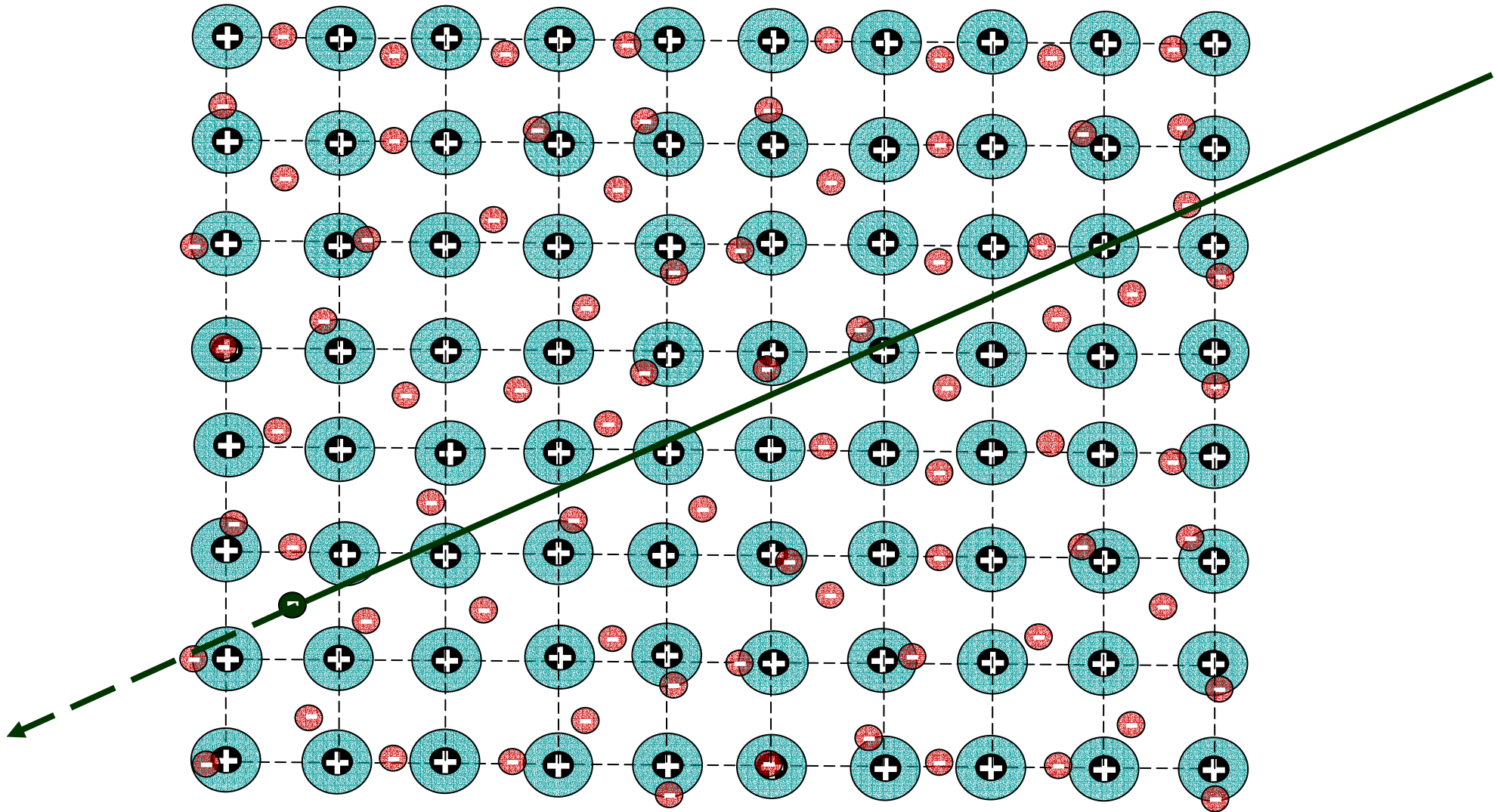
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

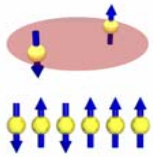




2-11 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

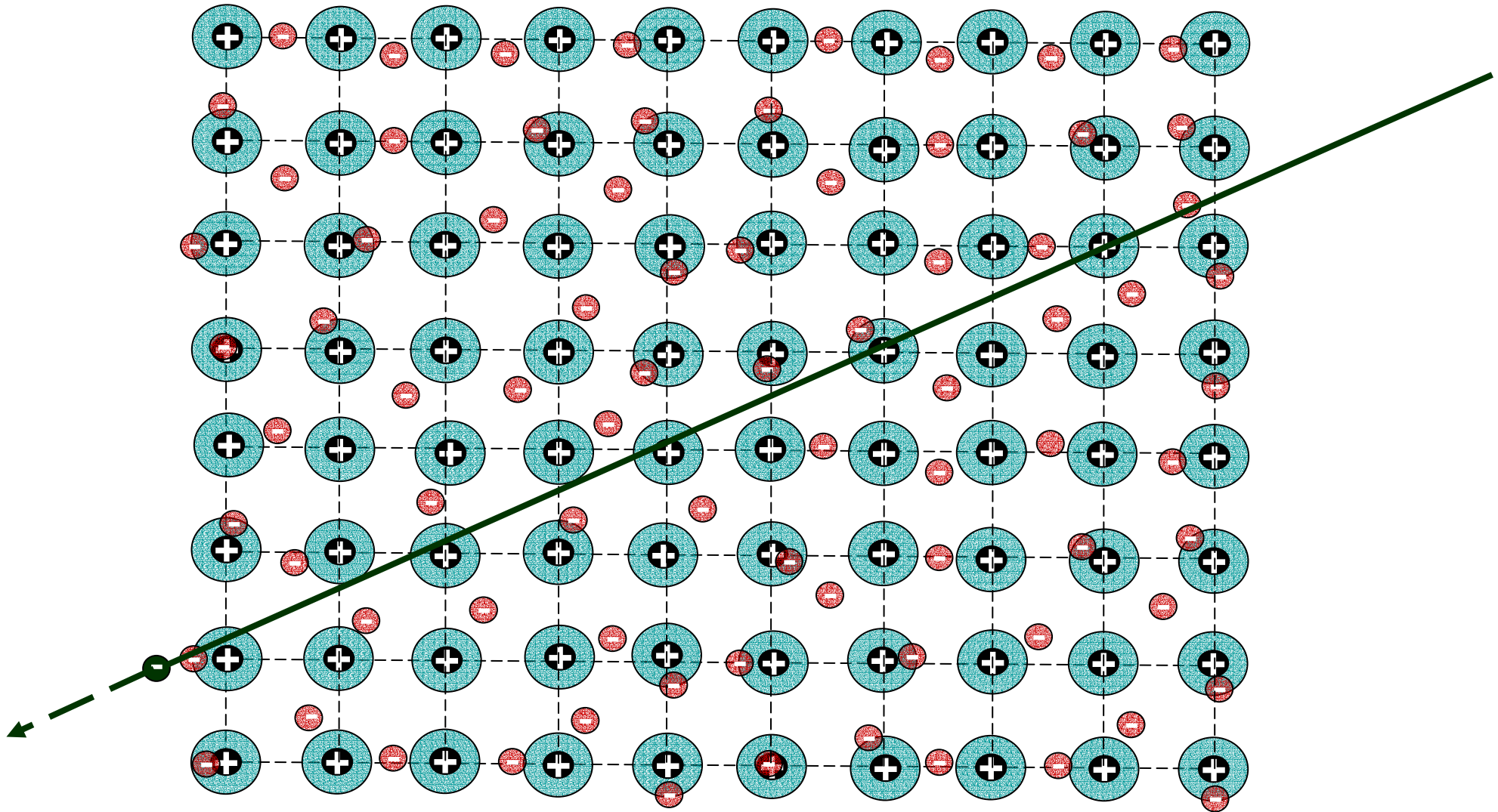
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!

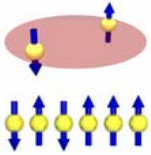




2-12 BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

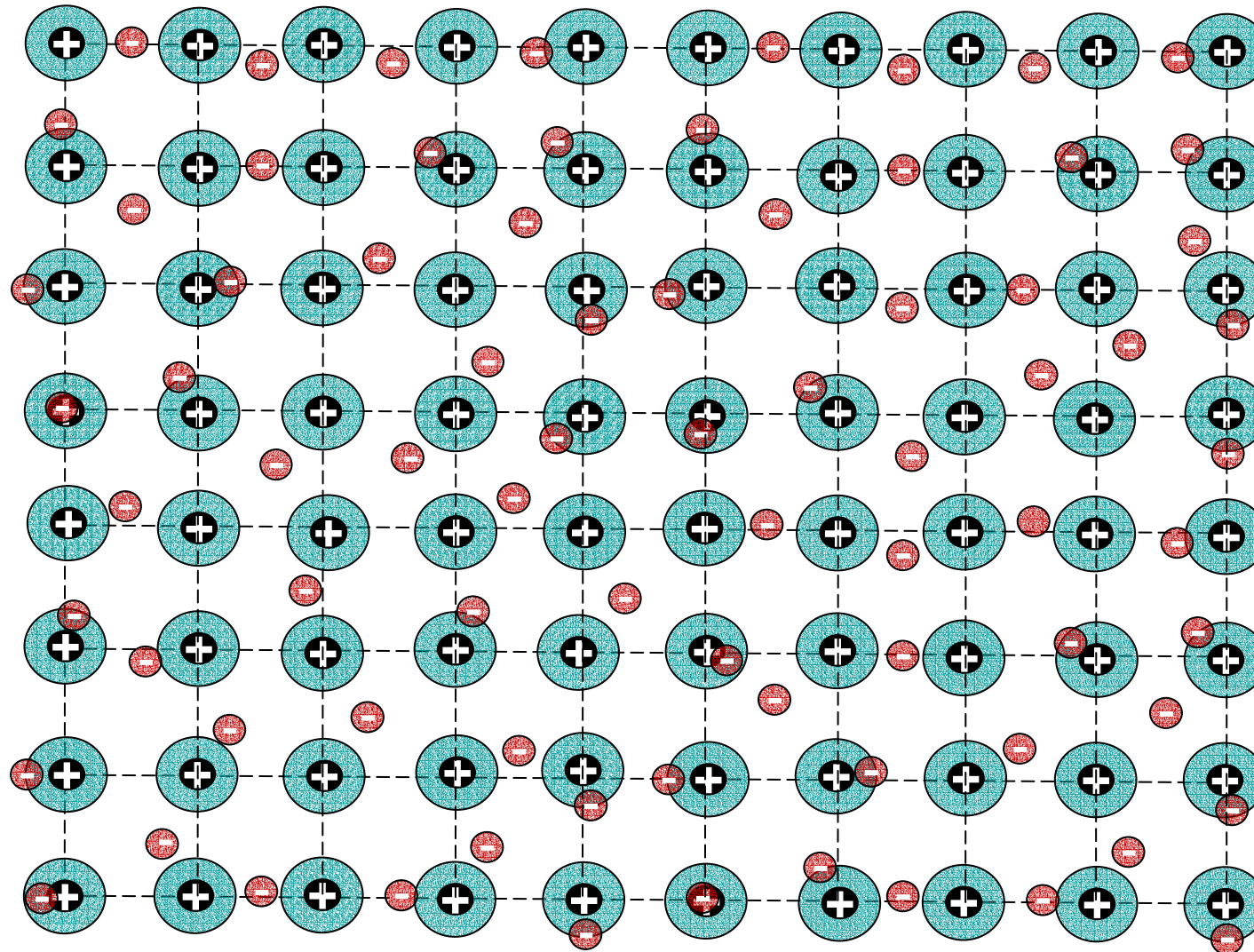
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!



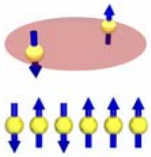


2-weg BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen !

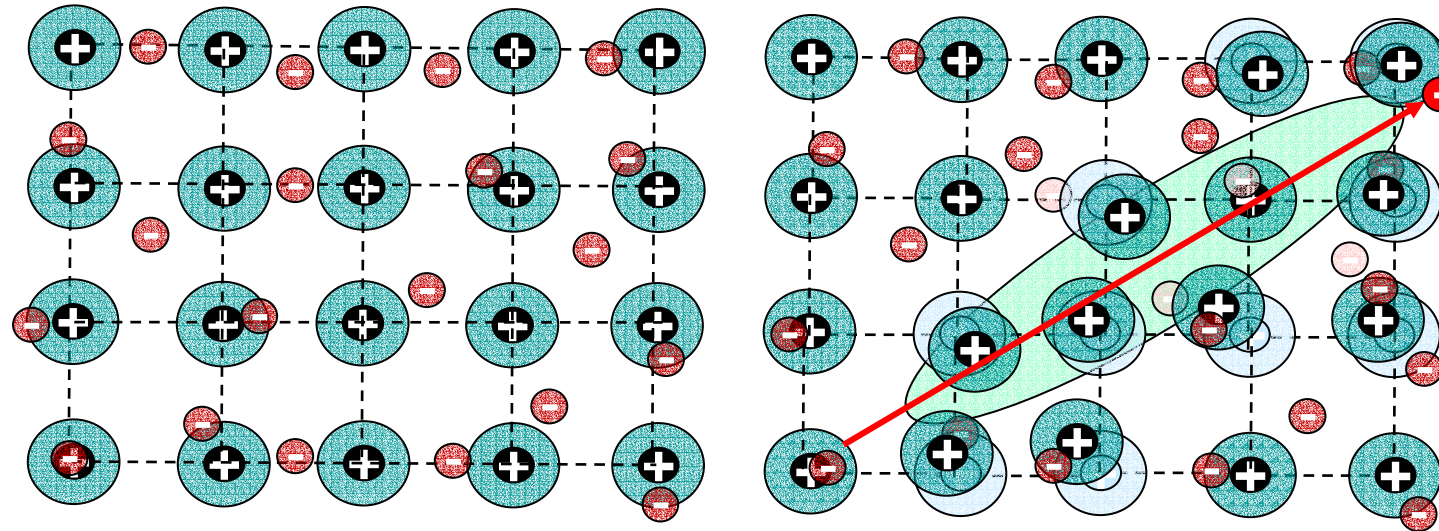
Ein Elektron polarisiert das Ionen-Gitter, dies wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv!



2. Elektron hat
die zurück-
schwingenden
Gitterbausteine
abgebremst,
d.h. das
Phonon
absorbiert!



BCS-SL: Cooper-Paare durch Austausch virtueller Phononen



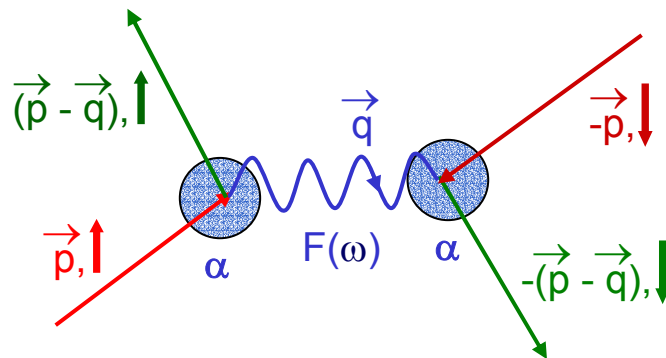
BCS-SL:

1. Elektron polarisiert Gitter (emittiert virtuelle Phononen)

Dadurch entsteht lokal positive Überschussladung. Diese wirkt anziehend auf 2. Elektron.

$$\xi \approx T_{Ph} v_F \approx \hbar v_F / \hbar \omega_{Ph}$$

$$\xi_{BCS} = 0,18 \hbar v_F / k_B T_c$$



Gebundene Elektronenpaare mit $E_B = 2 \Delta(T)$ verhalten sich wie Bosonen und kondensieren bei T_c in makroskopisch besetzte Paar-Wellenfunktion

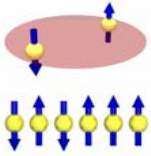
$$\Delta(0) = 2 \cdot \hbar \omega_D \cdot \exp(-1 / N(0)V)$$

$$k_B T_c = 1,14 \cdot \hbar \omega_D \cdot \exp(-1 / N(0)V)$$

$$2\Delta(0) / k_B T_c = 4 / 1,14 = 3,52$$

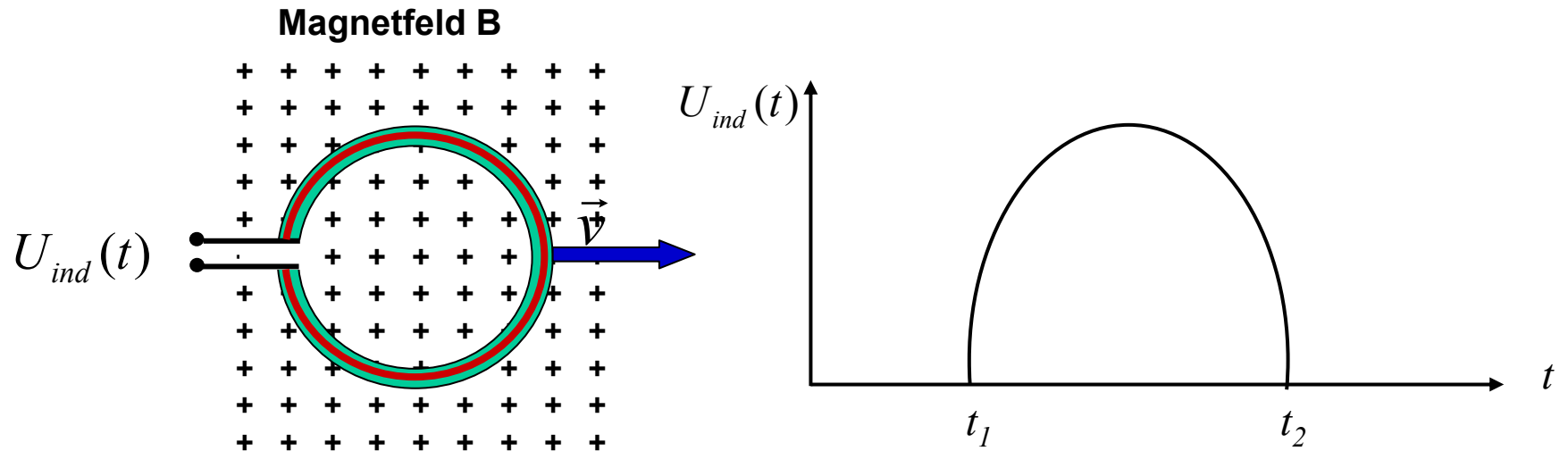
Eliashberg-Funktion $\alpha^2 F(\omega)$ spielt zentrale Rolle.

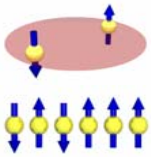
Falls $\alpha^2 F(\omega)$ und $N(E)$ bekannt, dann T_c auf 1% genau berechenbar !!



Faraday'sches Induktionsgesetz

$$\oint_{\text{geschl. Kurve } C} \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \frac{d}{dt} \int_{\text{Fläche } C} \vec{B} \cdot d\vec{f}$$





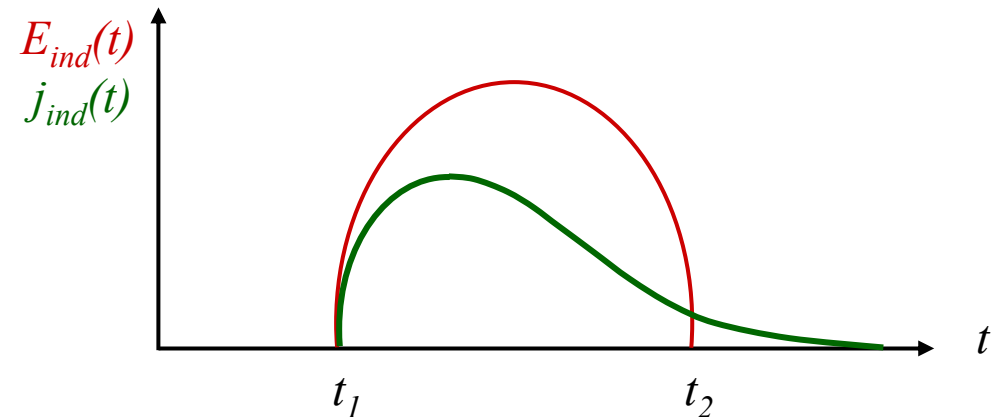
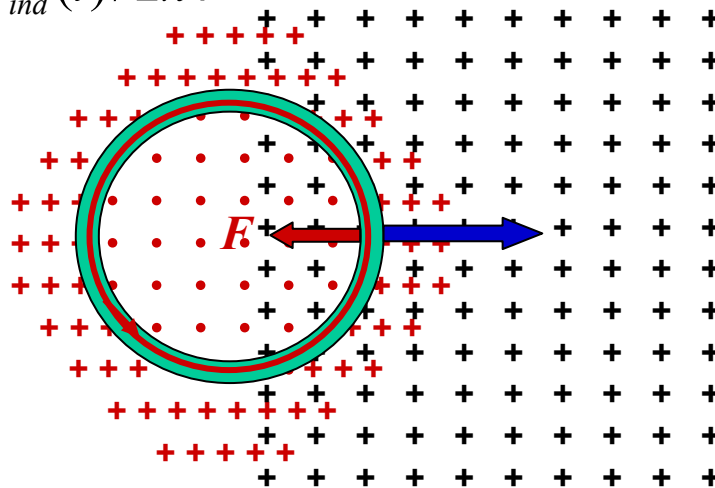
Kraftwirkung zwischen Metallen / Supraleitern und äußeren Magnetfeldern

Faraday'sches Induktionsgesetz

$$\oint_{\text{geschl. Kurve } C} \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \frac{d}{dt} \int_{\text{Fläche } C} \vec{B} \cdot d\vec{f}$$

$$E_{\text{ind}}(t) = U_{\text{ind}}(t) / 2\pi r$$

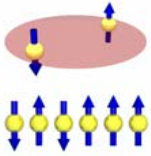
Magnetfeld B



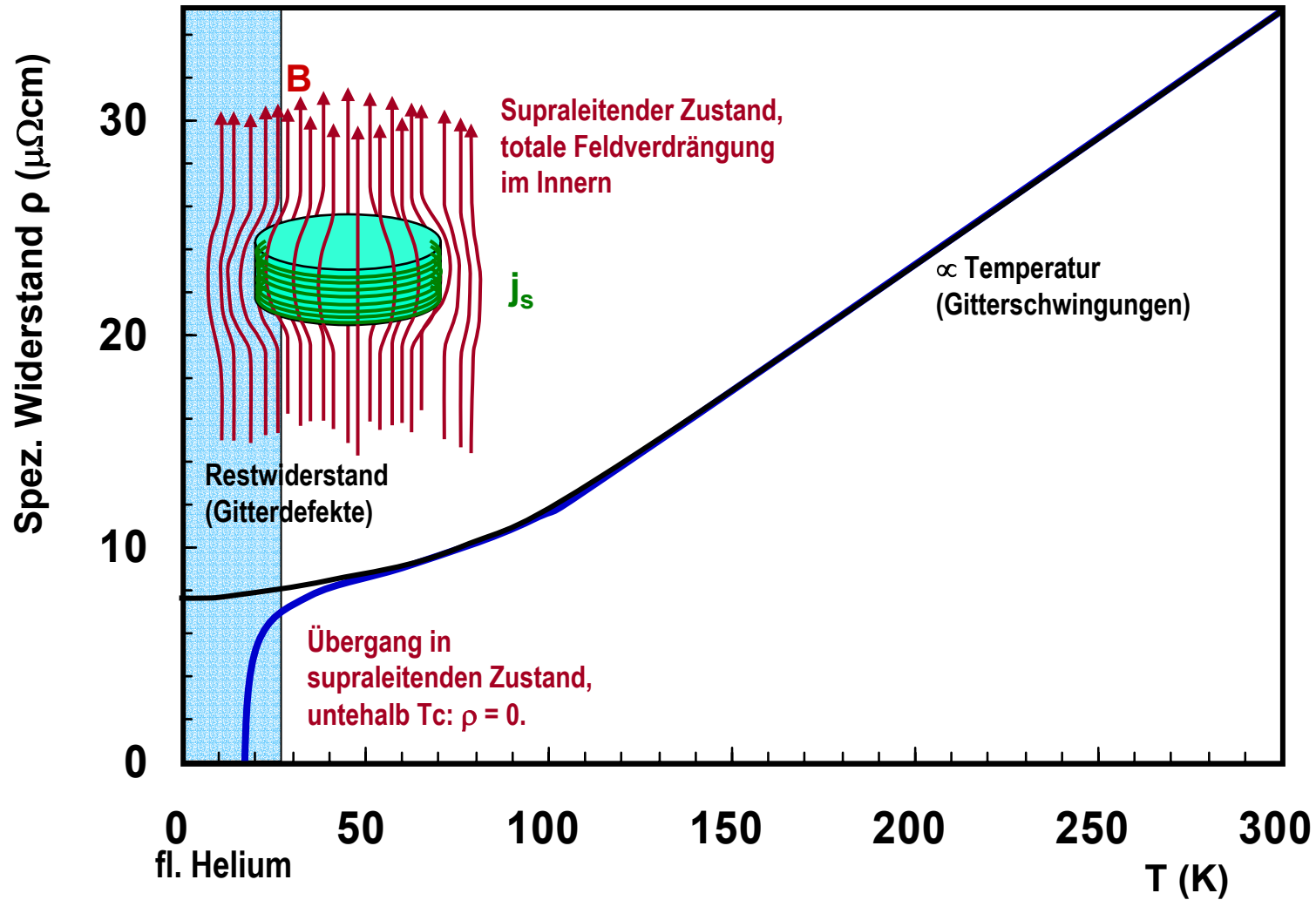
Die abbremssende Kraft **F** dämpft die Bewegung des in das Magnetfeld eindringenden Rings.
Da bei normalleitenden Metallen die induzierten Wirbelströme aufgrund des elektrischen Widerstandes sehr schnell abklingen, klingt auch das induzierte Magnetfeld und damit **F** schnell ab: **Wirbelstrombremse**.

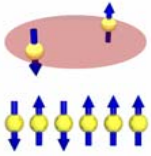
Die kinetische Energie des Rings wird umgewandelt in
Joule'sche Wärme aufgrund der dissipierten elektrischen Leistung

$$W = \int R I(t)^2 dt$$

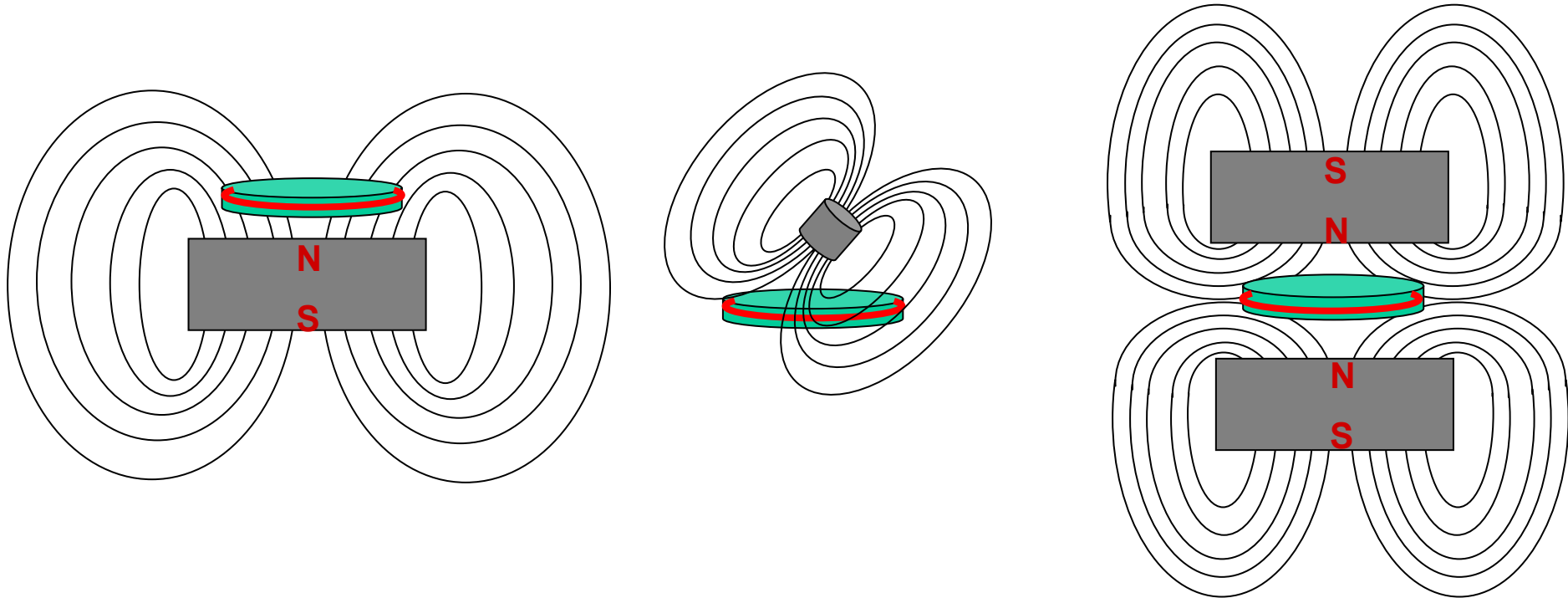


1. Widerstand null unterhalb T_c , 2. Verdrängung kleiner Magnetfelder





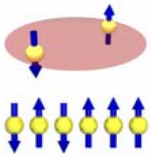
Schwebende Supraleiter in magnetischen Feldern



Supraleiter können stabil in starken inhomogenen Magnetfeldern schweben, da die induzierten Ströme nicht abklingen, solange die Temperatur unterhalb T_c bleibt.

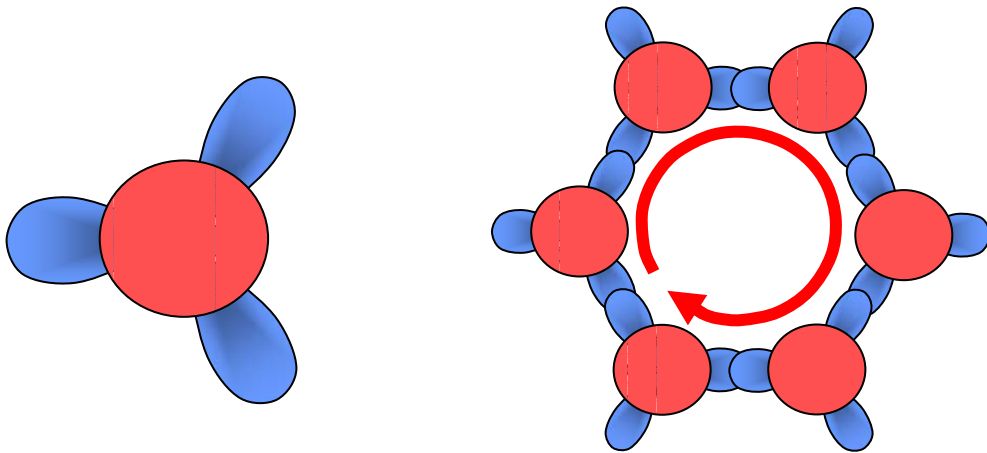
Die Stabilität beruht auch darauf, dass das Magnetfeld zum Teil in Form von Flusslinien in den Supraleiter eindringt und die Flusslinien an Inhomogenitäten „verankert“ werden.

Im Gegensatz dazu ist es mit Permanentmagneten nicht möglich, ohne Führungsvorrichtungen stabile Schwebekonfigurationen zu erreichen (Vorteil ist jedoch: Zimmertemperatur!).

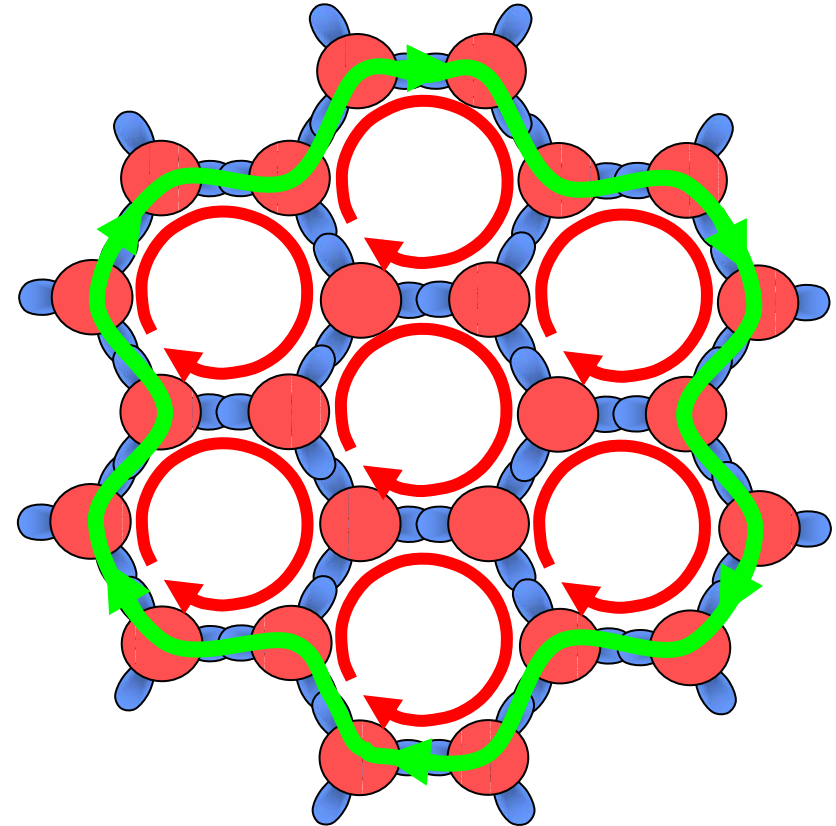
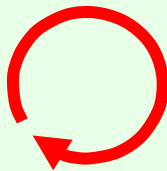


Verwandtes Phänomen: Diamagnetismus in Graphit !

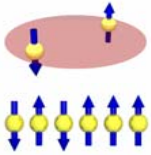
Graphit besteht aus planaren $(C_6)_n$ -Netzen.
3 Elektronen pro C in sp^2 -Hybridisierung.
1 bewegliches Elektron, π -Elektron genannt!
(C-Atom: $1s^2 2s^2 2p^2$ Elektronenkonfiguration)



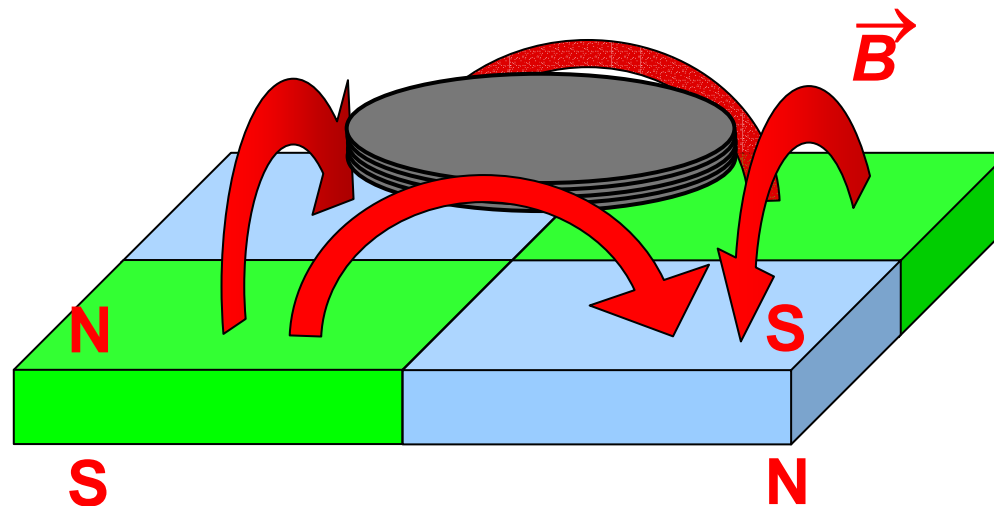
Bringt man einen C_6 -Ring in ein Magnetfeld, so können durch die **die beweglichen π -Elektronen** permanente Kreisströme induziert werden!
Ursache: Stabilität der qm Wellenfunktion!



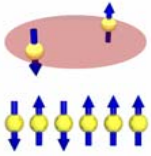
In $(C_6)_n$ -Netzen kompensieren sich die Kreisströme in den inneren C-C-Bindungen.
Es verbleiben nur die Ströme am Rand. Diese bilden dann einen makroskopischen Strom.



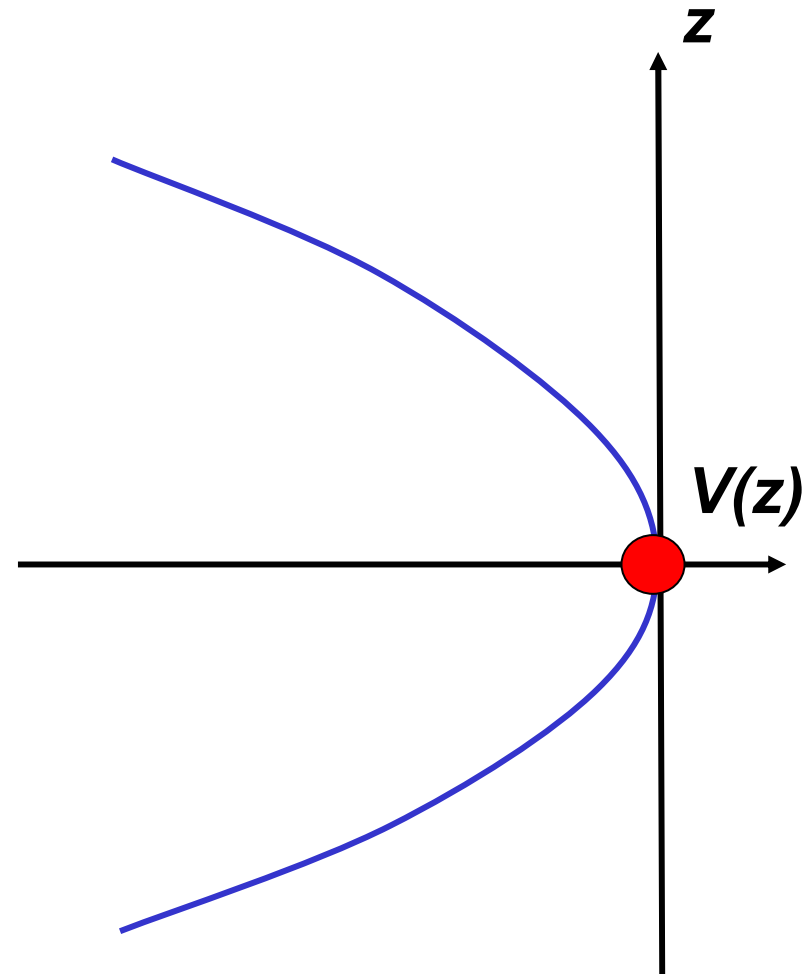
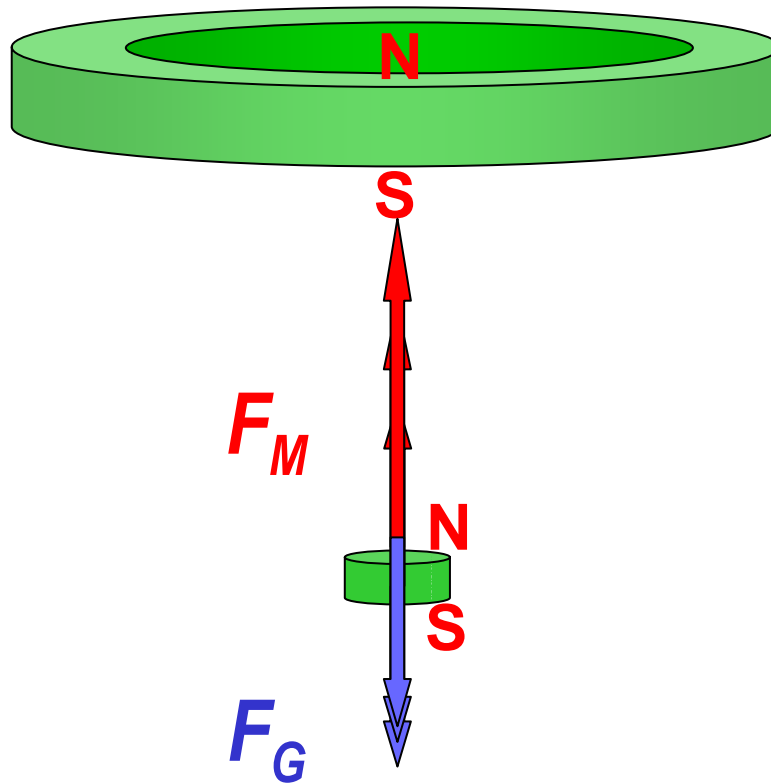
Graphit-Plättchen schwebt über Permanentmagneten!

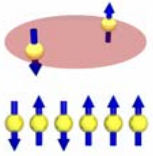


Durch die 4 Permanentmagnete entsteht eine Magnetfeldverteilung mit einem Minimum von $|B|$ im Zentrum! Das Graphitplättchen schwebt aufgrund seines Diamagnetismus (= partielle Feldverdrängung aus dem Innern) im Minimum in einer stabilen Position!

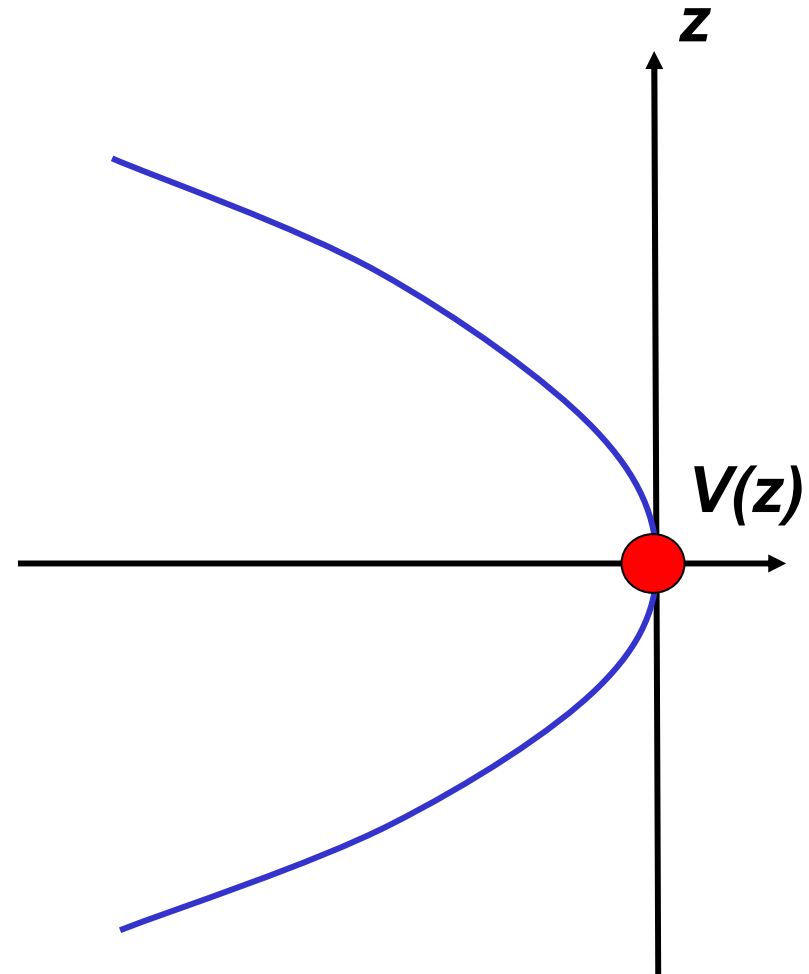
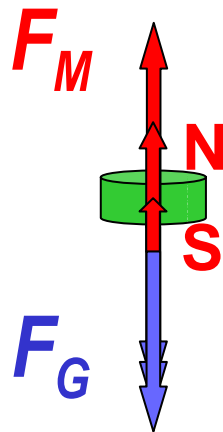
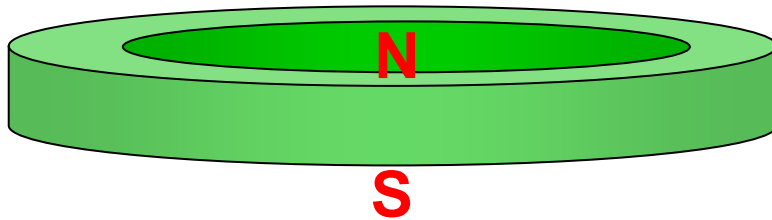


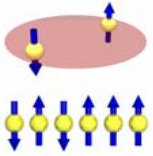
Verwandtes Phänomen: Diamagnetismus in Graphit !



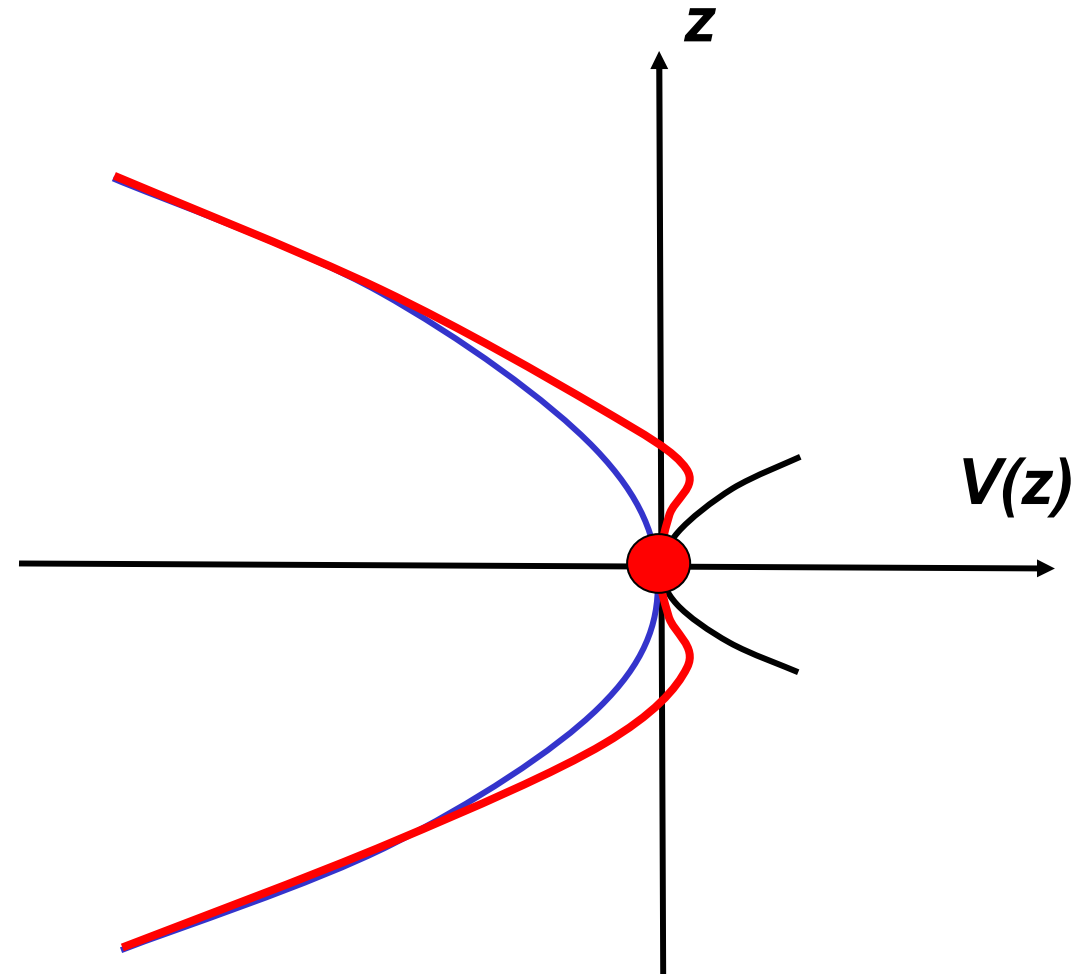
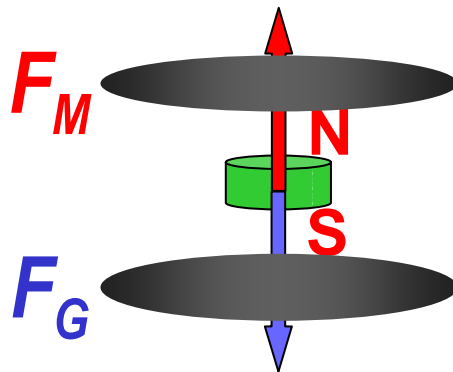
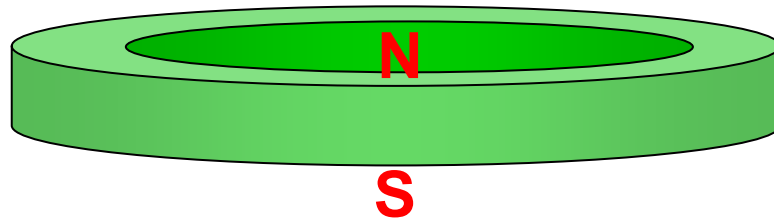


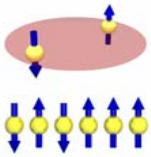
Verwandtes Phänomen: Diamagnetismus in Graphit !





Verwandtes Phänomen: Diamagnetismus in Graphit !





Ginzburg-Landau-Theorie der Supraleitung!

1950: Ginzburg & Landau veröffentlichen **phänomenologische** Theorie der Supraleitung
(allgemein anwendbar auf Phasenübergänge 1. und 2. Ordnung)

Input: Unterhalb der Temperatur T_c gibt es supraleitende Ladungsträger mit

Dichte $n_s(r)$, Masse m_s , Impuls $p_s(r)$ und Ladung q_s

Entwicklung der Dichte der freien Energie nach der Ladungsträgerdichte $n_s(r)$:

$$f_s(n_s(r)) = f_n + \alpha n_s(r) + \beta/2 n_s(r)^2 + [n_s(r) p_s(r)^2/(2m_s) + (b(r) - B_0)^2/(2\mu_0)]$$

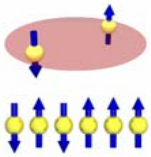
α und β sind zunächst noch unbekannte Entwicklungskoeffizienten

B_0 ist das von außen angelegte Magnetfeld, $b(r)$ das lokale Magnetfeld im Supraleiter

Quantenmechanik: Teilchen werden durch Wellenfunktion $\psi(r)$ beschrieben!

$\psi(r) = h(r) + i k(r) = |\psi(r)| e^{i\varphi(r)}$ ist komplexe Funktion mit Betrag und Phase.

Es gilt: $\psi(r) \psi^*(r) = |\psi(r)|^2 = n_s(r)$ und $\hbar/i \nabla \psi(r) = p(r)$



Ginzburg-Landau-Theorie der Supraleitung!

Einsetzt dieser Zusammenhänge in den Ausdruck für die freie Energie führt zu:

$$f_s(\mathbf{r}) = f_n + \alpha |\psi(\mathbf{r})|^2 + \beta/2 |\psi(\mathbf{r})|^4 + 1/(2m) |(-i\hbar \nabla + \mathbf{q}_s \mathbf{A}) \psi(\mathbf{r})|^2 + (\mathbf{b}(\mathbf{r}) - B_0)^2 / (2\mu_0)$$

mit $\mathbf{A}$ Vektorpotential und $\mathbf{b}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{A}$

Für homogene Materialien ohne starke äußere Felder verbleibt nur der Ausdruck

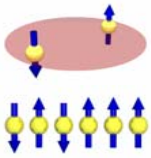
$f_s(\mathbf{r}) = f_n + \alpha |\psi(\mathbf{r})|^2 + \beta/2 |\psi(\mathbf{r})|^4$! Durch Minimierung ($df_s / d|\psi(\mathbf{r})|^2 = 0$) folgt:

$$|\psi_0(\mathbf{r})|^2 = n_{s0} = -\alpha / \beta = |\alpha| / \beta$$

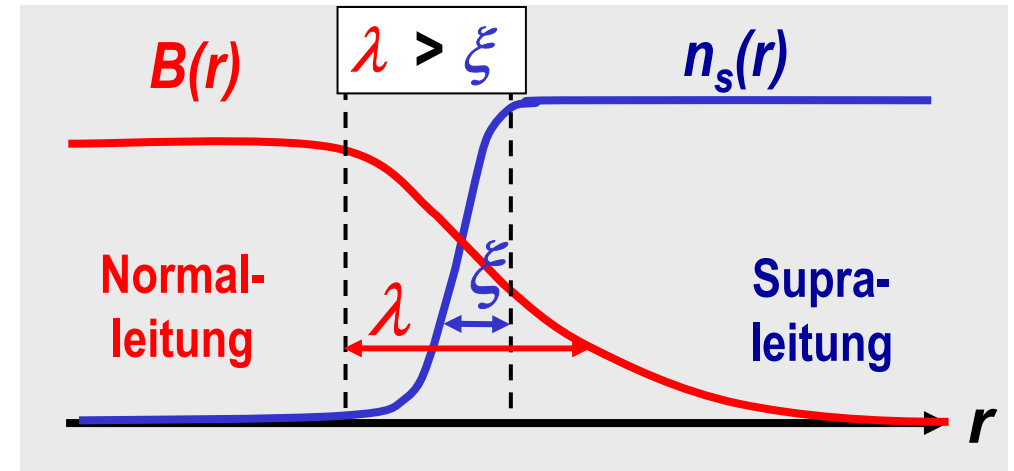
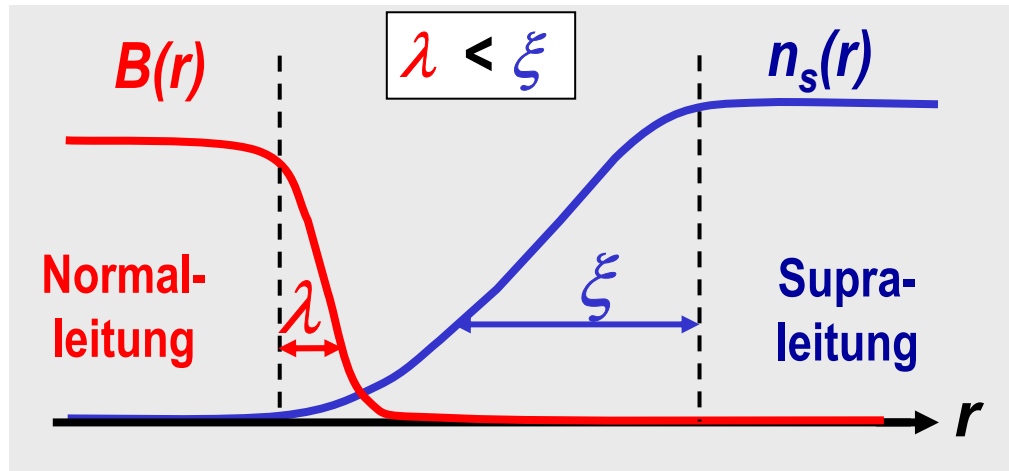
Aus diesem Ausdruck für die freie Energie kann man 2 charakteristische Längen ableiten:

$$\xi_{GL} = (\hbar^2 / 2m_s |\alpha|)^{1/2} \quad \text{“Ginzburg-Landau-Kohärenzlänge”} \quad (1 - 100\text{nm})$$

$$\text{und } \lambda_{GL} = (m_s \beta / \mu_0 q_s^2 |\alpha|)^{1/2} \quad \text{“magnetische Eindringtiefe”} \quad (10 - 100\text{nm})$$



Grenzflächenenergie zwischen Supraleitung und Normalleitung!



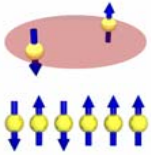
Um 1953 berechnete A.A. Abrikosov die sogenannte Grenzflächenenergie:

$$\frac{\text{Energie der Grenzfläche}}{\text{Fläche}} = (\lambda - \xi) n_{so} E_{kond}$$

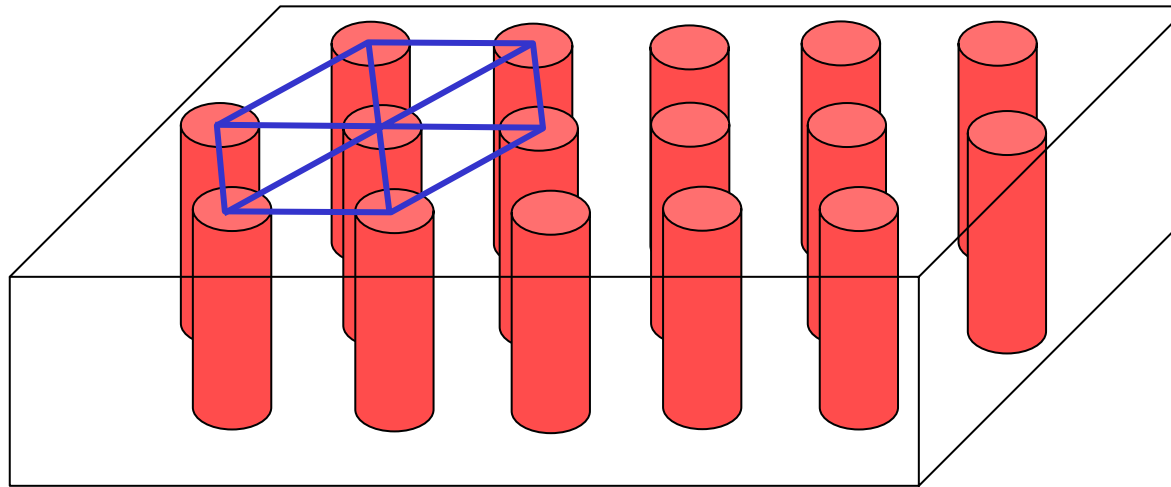
$$E_{kond} < 0$$

$\lambda < \xi$: Grenzflächenenergie $> 0 \rightarrow$
System will Grenzflächen vermeiden!

$\lambda > \xi$: Grenzflächenenergie $< 0 \rightarrow$
System will **möglichst viel** Grenzfläche!



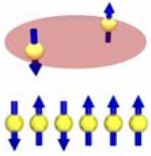
Abrikosovs theoretische Vorhersage: das Flussliniengitter



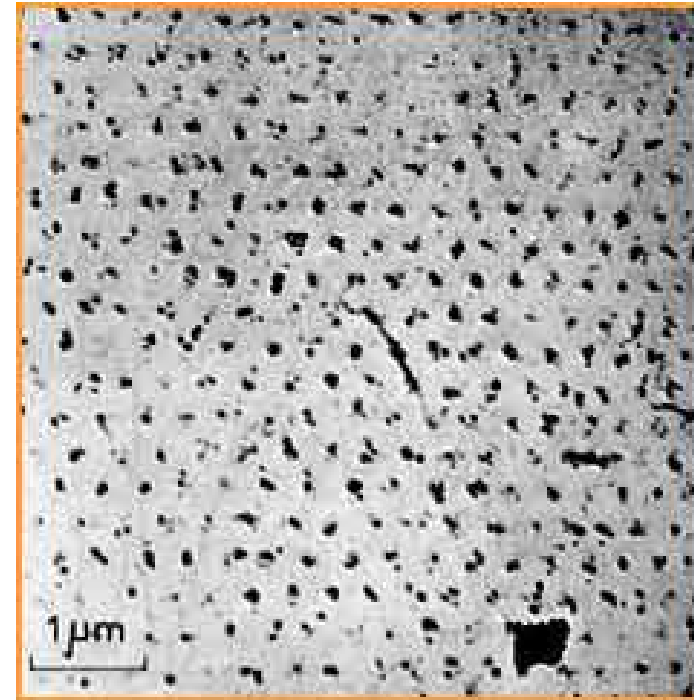
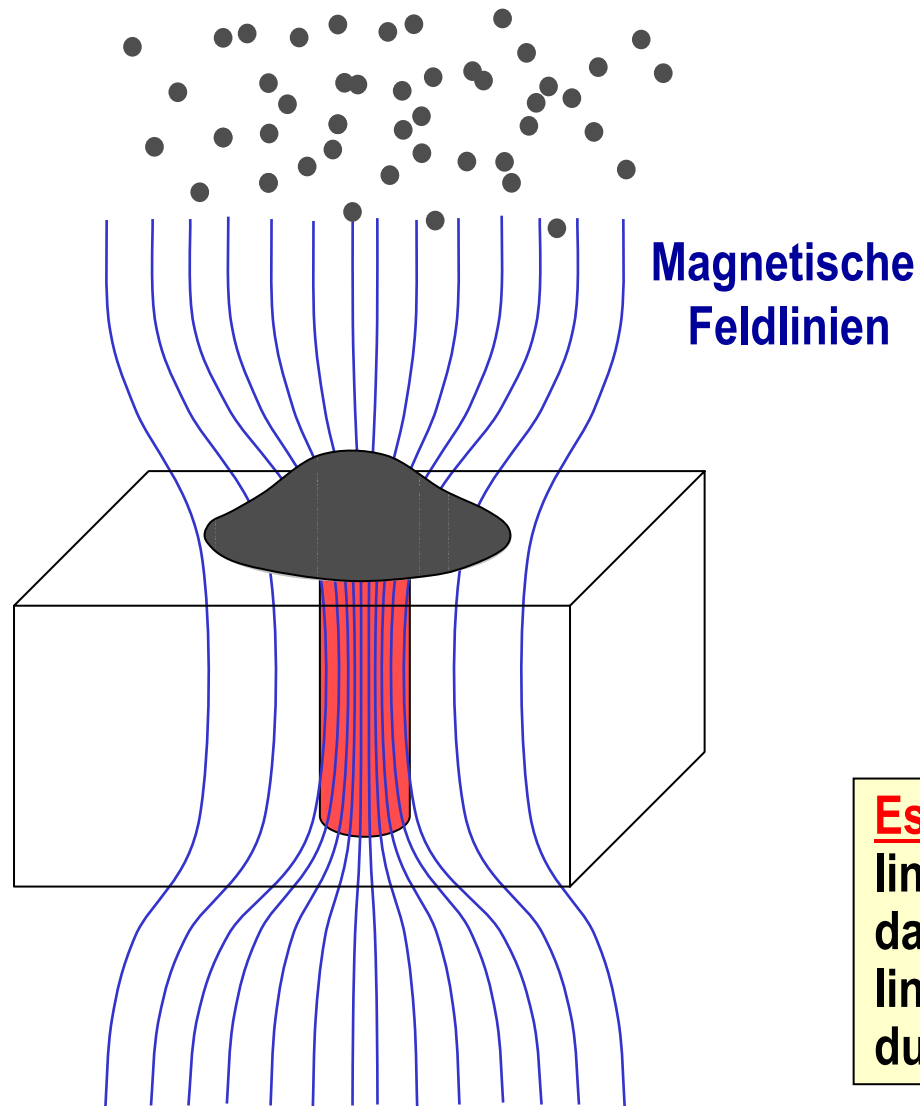
Maximale Grenzfläche kann der Supraleiter dadurch realisieren, dass er das Magnetfeld in Form von Flussfäden in sein Inneres eindringen lässt.

Das Zentrum der Flusslinien ist normalleitend!

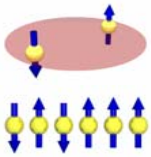
Flusslinien stoßen sich ab → Dreiecksgitter!



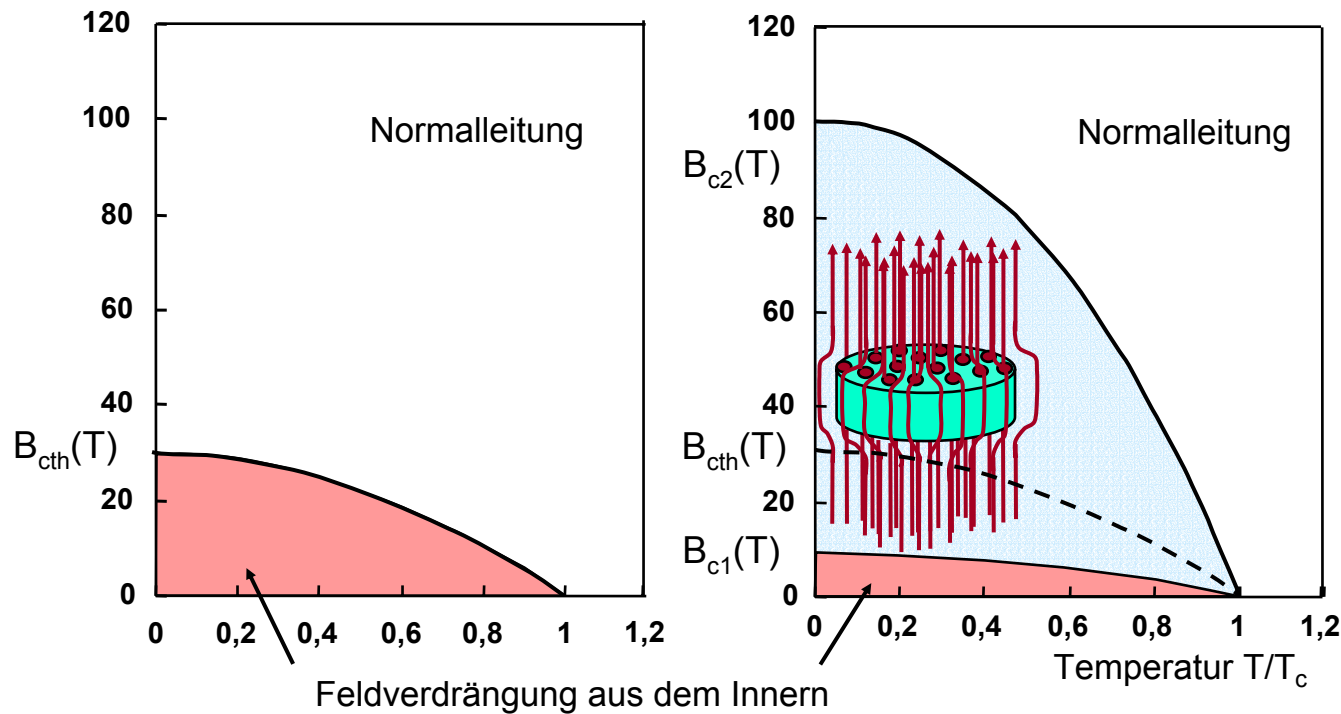
Experimenteller Nachweis des Flussliniengitters



Essmann und Träuble (1963): Nachweis des Flussliniengitters durch magnetische Eisenpartikel, die in das Magnetfeld an die Durchstoßpunkte der Flusslinien hineingezogen werden. Eisenpartikel werden durch Rasterelektronenmikroskop nachgewiesen.



Supraleiter im Magnetfeld: Typ I und Typ II



$$\kappa = \lambda / \xi < (1/2)^{1/2} \rightarrow \text{Typ I}$$

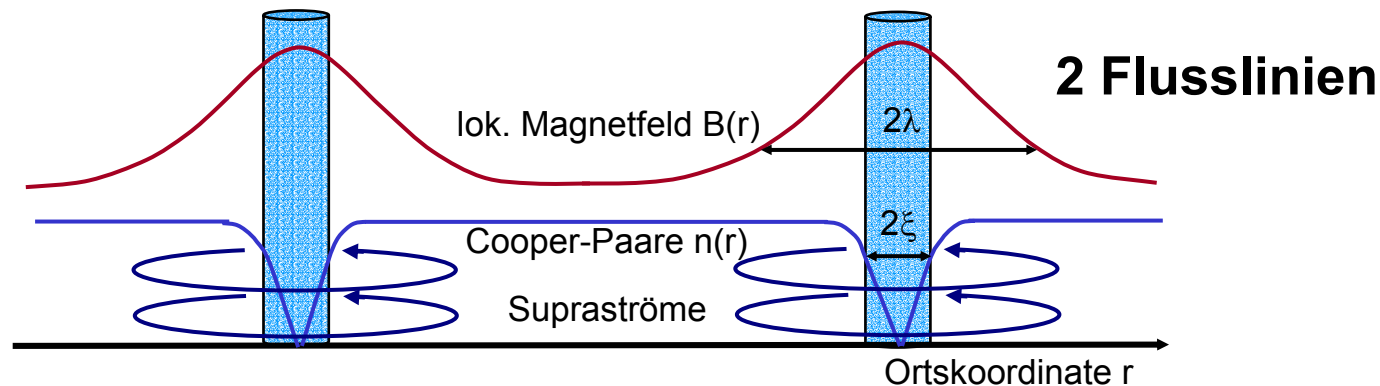
$$\kappa = \lambda / \xi > (1/2)^{1/2} \rightarrow \text{Typ II}$$

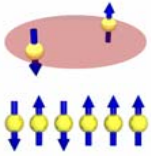
**HTSL: $\kappa \approx 100$,
also extreme Typ II SL**

$$B_{cth} \sim T_c$$

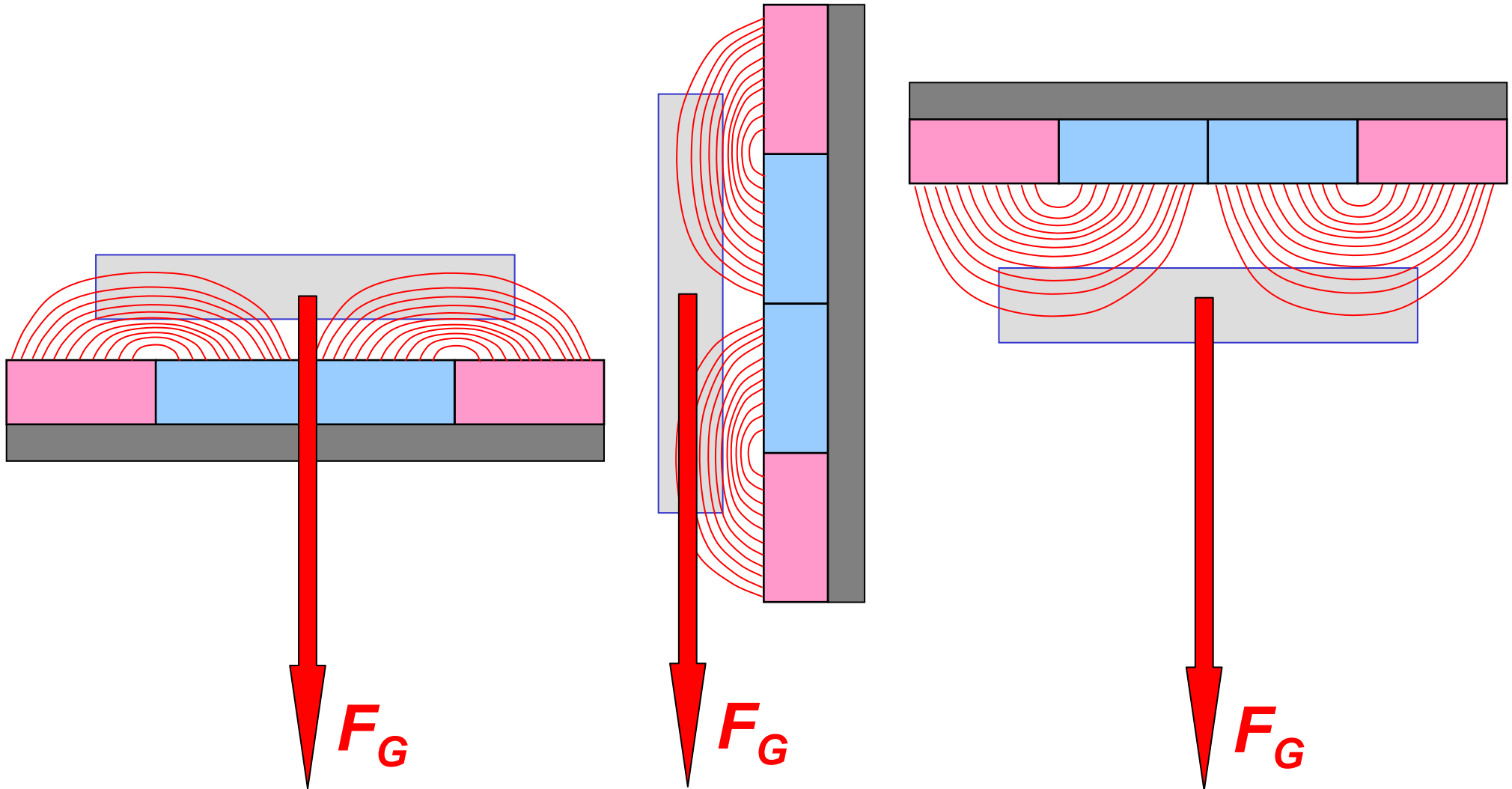
$$B_{c1} \approx B_{cth} / \kappa$$

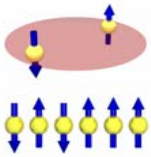
$$B_{c2} \approx B_{cth} \cdot \kappa$$





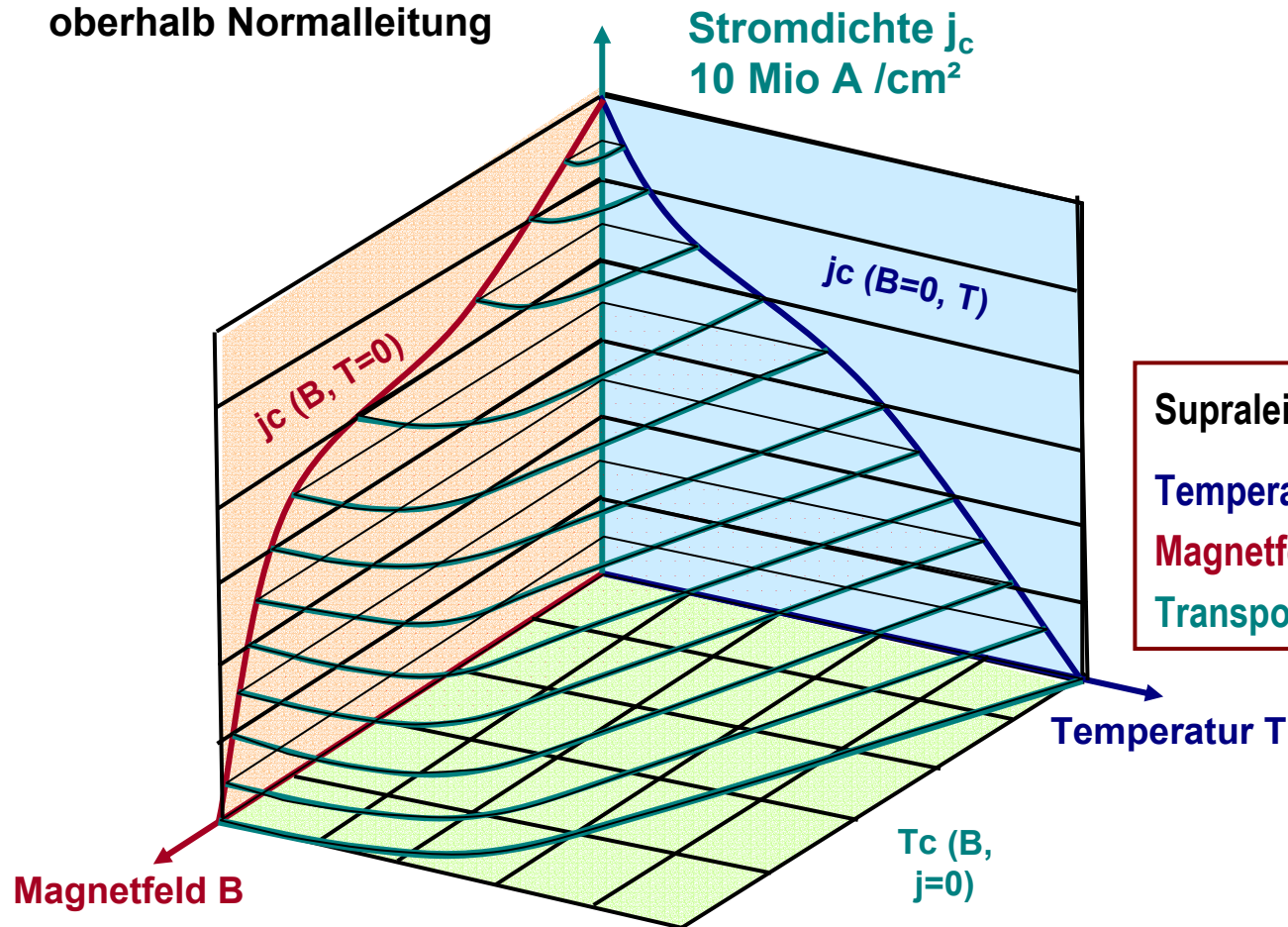
Verankerte Flusslinien halten den Abstand !





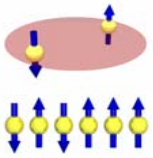
Supraleitende kritische Stromdichte -- wichtigste Größe für Anwendungen

unterhalb Fläche $j_c(B,T)$ Supraleitung
oberhalb Normalleitung



Supraleitung wird zerstört durch

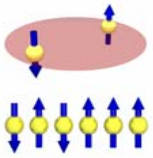
- Temperatur → kritische Temperatur T_c
- Magnetfeld → kritisches oberes Feld $B_{c2}(T)$
- Transportströme → kritische Stromdichte $j_c(B, T)$



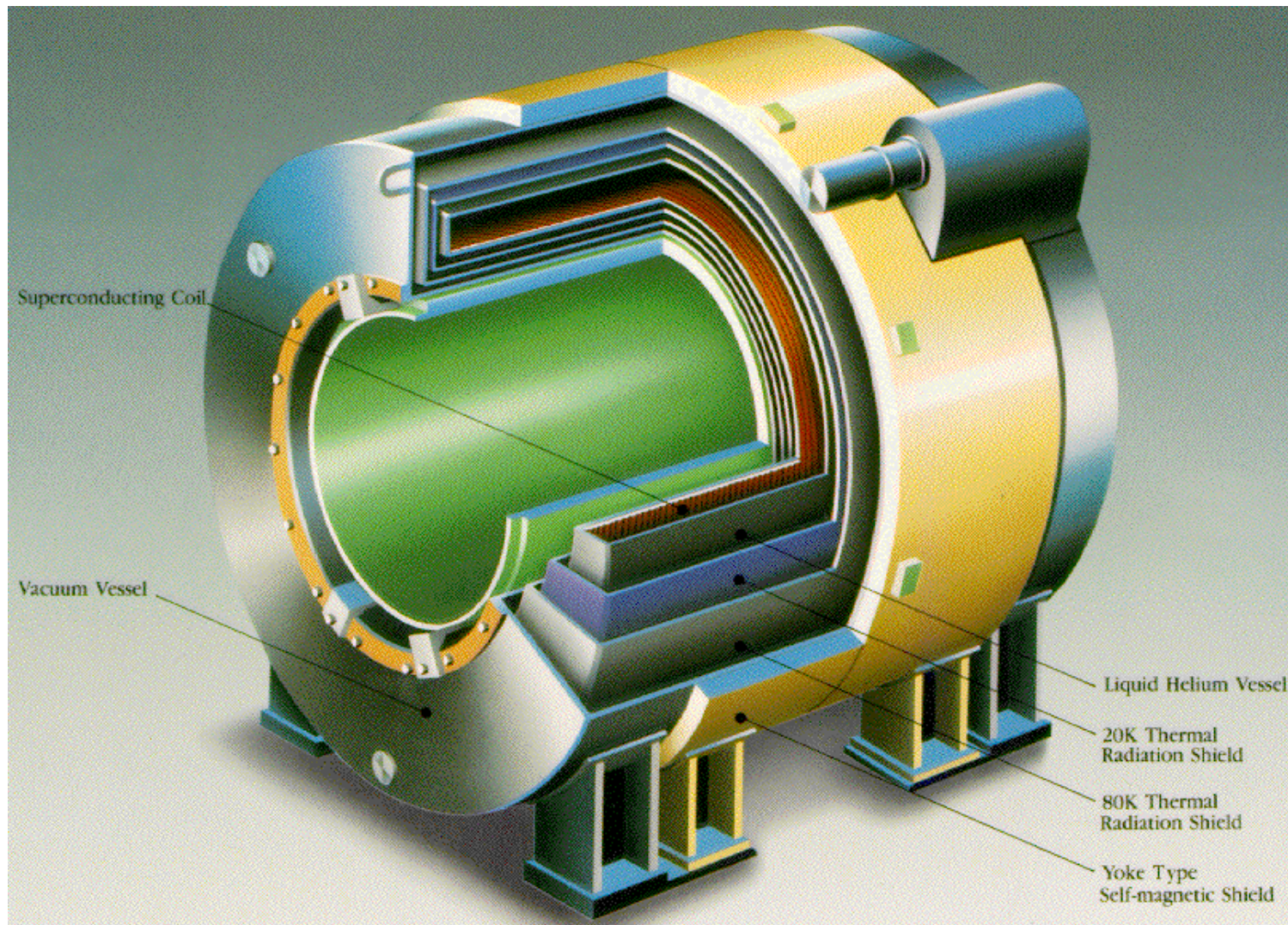
Wichtigste Anwendung: Magnetic Resonance Imaging (MRI)

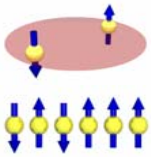


Oxford Magnet Technology

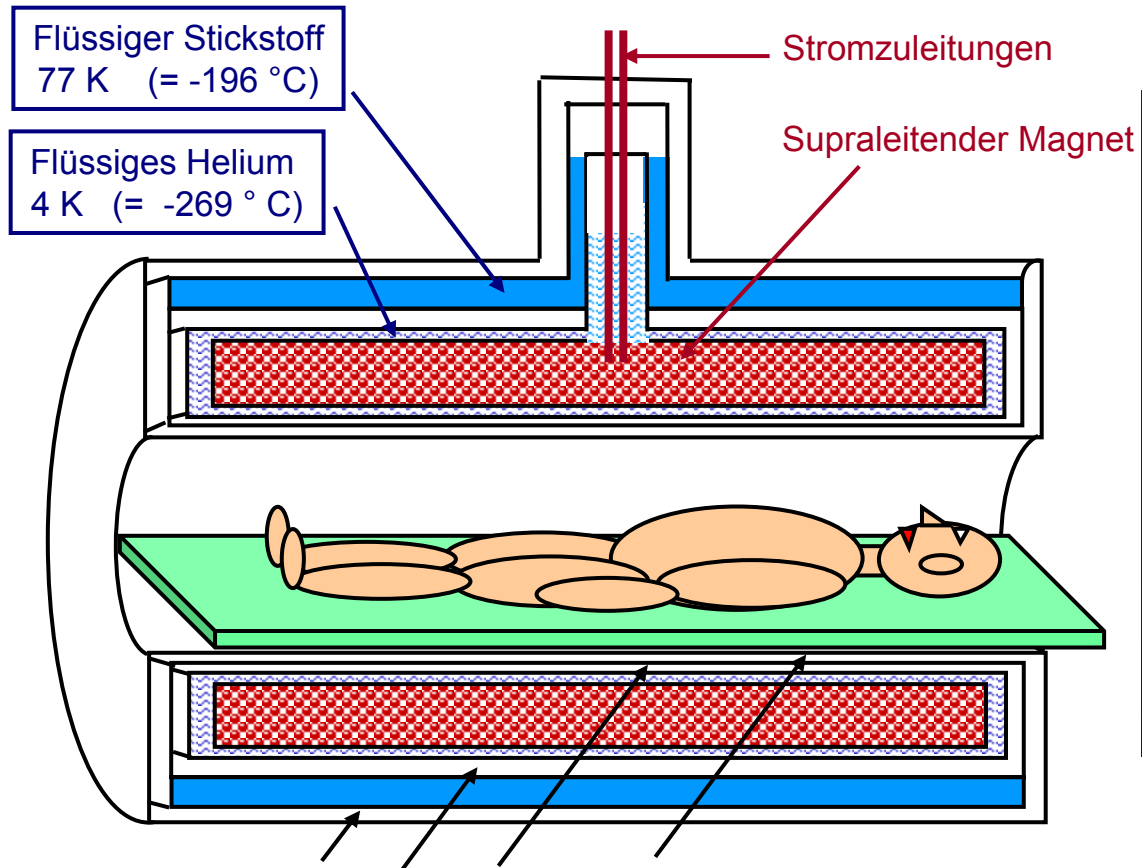


Schnittbild Magnetic Resonance Imaging (Toshiba, Japan)

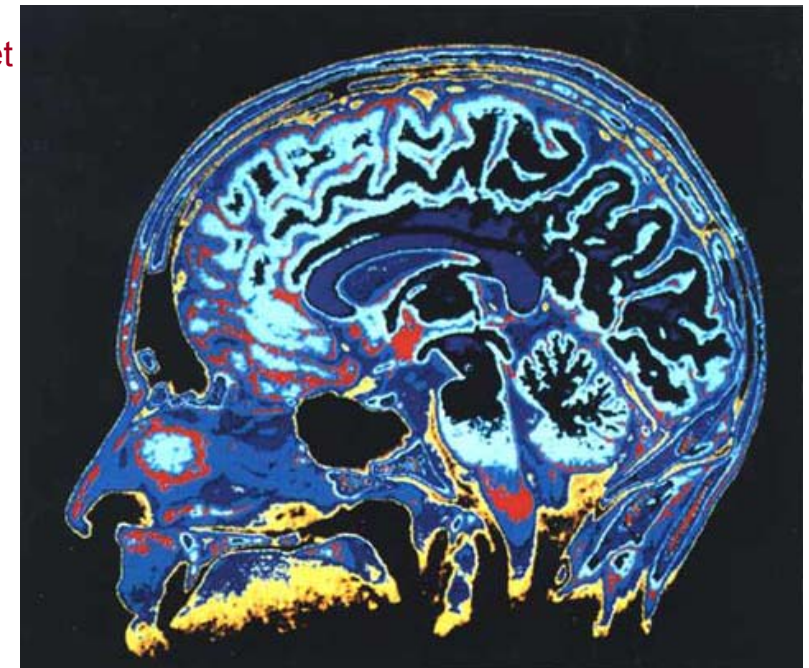




Kernspin-Tomographie (wichtigste Anwendung der TTSL)

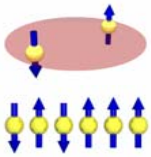


Thermische Isolation durch Vakuumzwischenräume (wie Thermoskanne)
Systempreis ca 4 Mio DM, davon weniger als 50% für Supraleiter

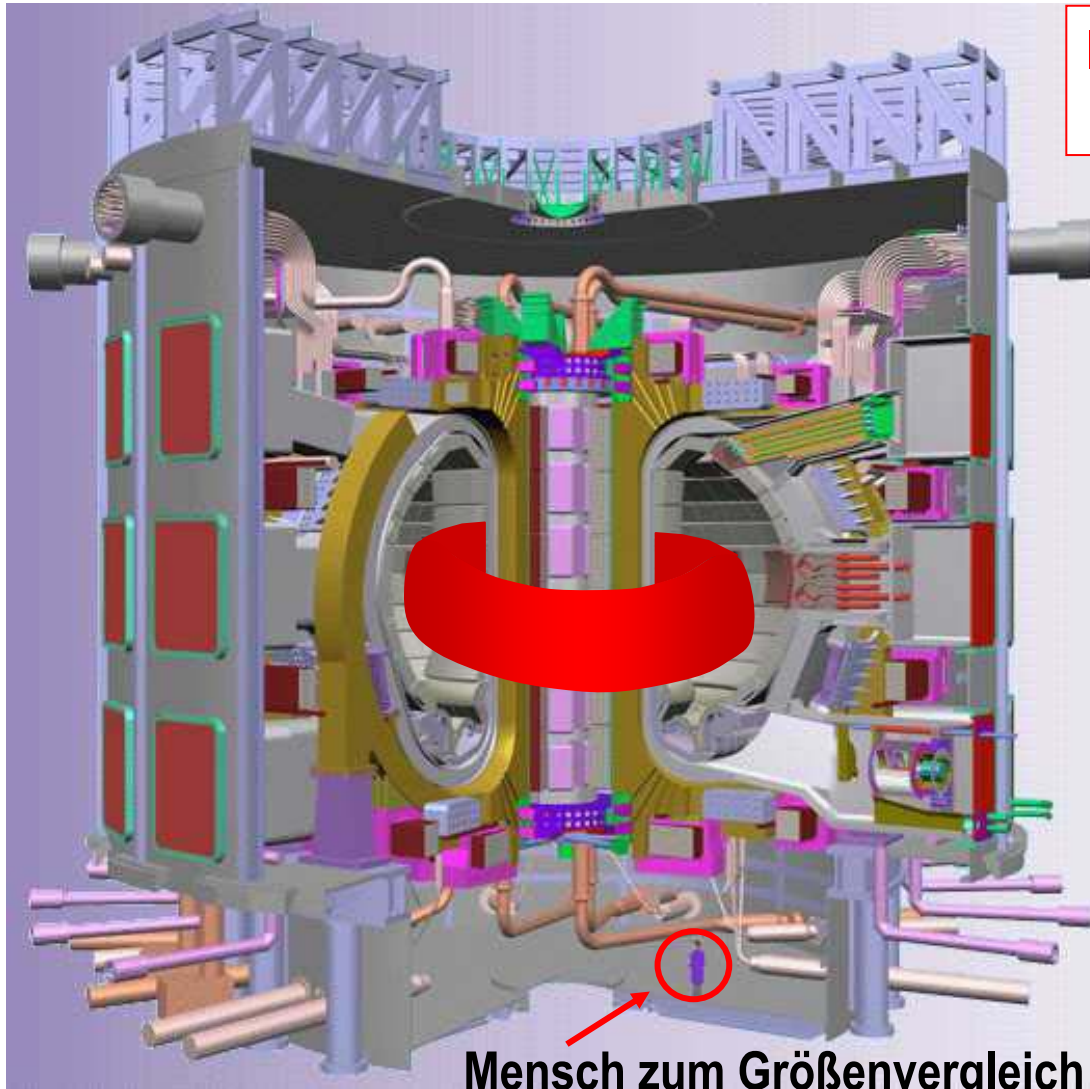


(Siemens AG)

3-dimensionale Bilder
Auflösung 1 bis 2 mm
Ohne Strahlenbelastung!!

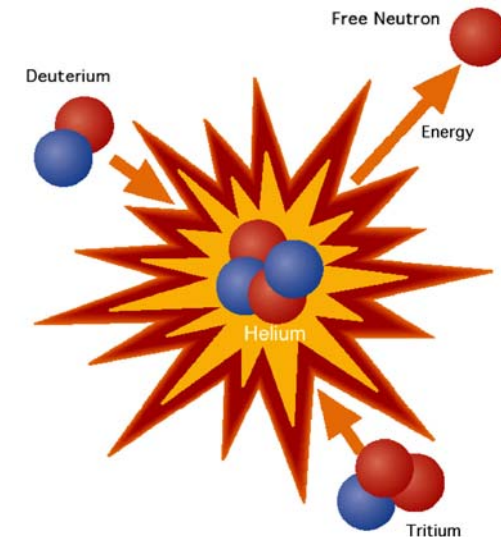


Energiegewinnung durch Kernfusion – nur mit supraleitenden Magneten!



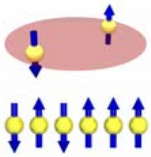
Mensch zum Größenvergleich

ITER = Intern. Tokamak Experimental Reactor
ITER = der Weg (lateinisch)



Kernfusion: zwei Wasserstoffkerne verschmelzen zu Helium unter Freisetzung von Energie. Nachbildung des Prozesses, der im Innern der Sonne abläuft.

Wasserstoff steht durch Zerlegung von Wasser in beliebiger Menge zur Verfügung!



Energiegewinnung durch Kernfusion – nur mit supraleitenden Magneten!

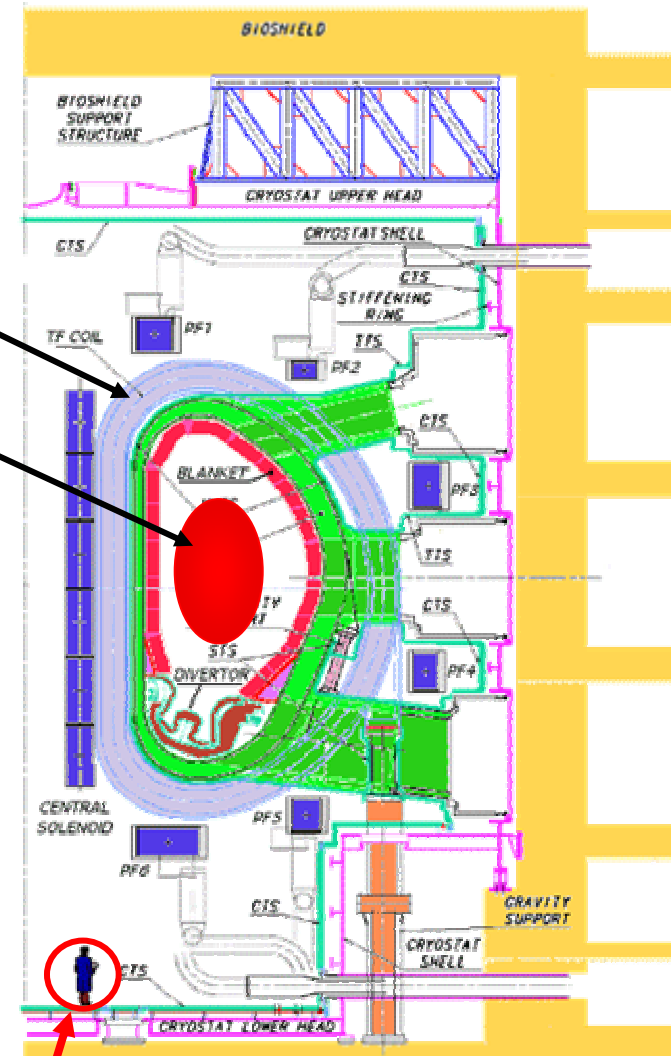
Design-Konzept des ITER:

Supraleitende Magnetspulen zwingen die geladenen Teilchen des etwa 100 Millionen °C heißen Fusions-Plasmas auf eine Kreisbahn.

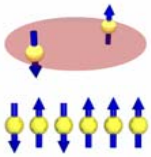
Das Plasma nimmt deshalb den Raum eines Torus ein und kommt nicht in direkten Kontakt mit der Wand.

Jedes Wandmaterial würde bei Kontakt sofort schmelzen.

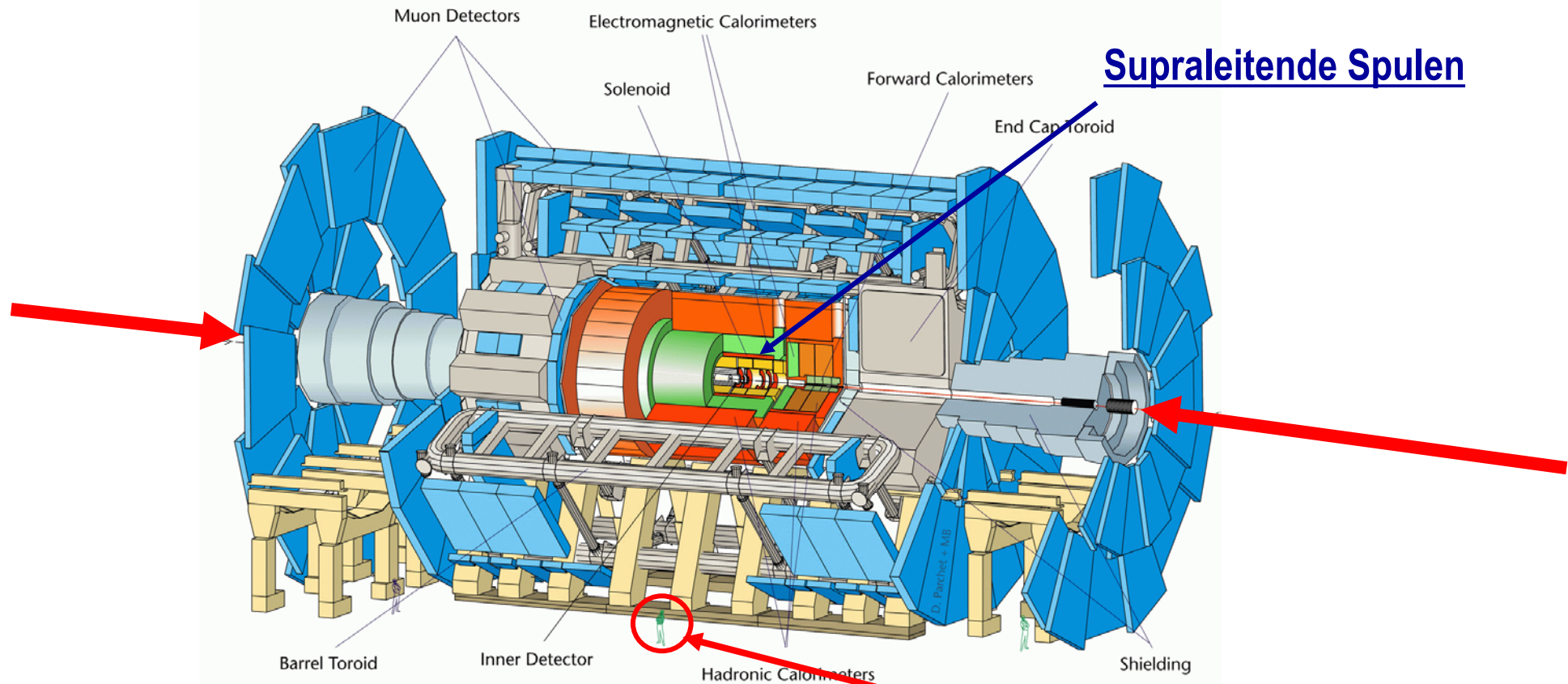
Ohne Supraleiter wären die benötigten starken Magnetfelder in dem großen Volumen nicht zu realisieren.



Mensch zum Größenvergleich



GI-Forschung Elementarteilchenphysik -- nur mit supraleitenden Magneten!

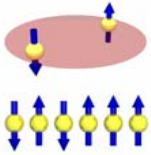


Design-Konzept des Atlas-Detektors am CERN:

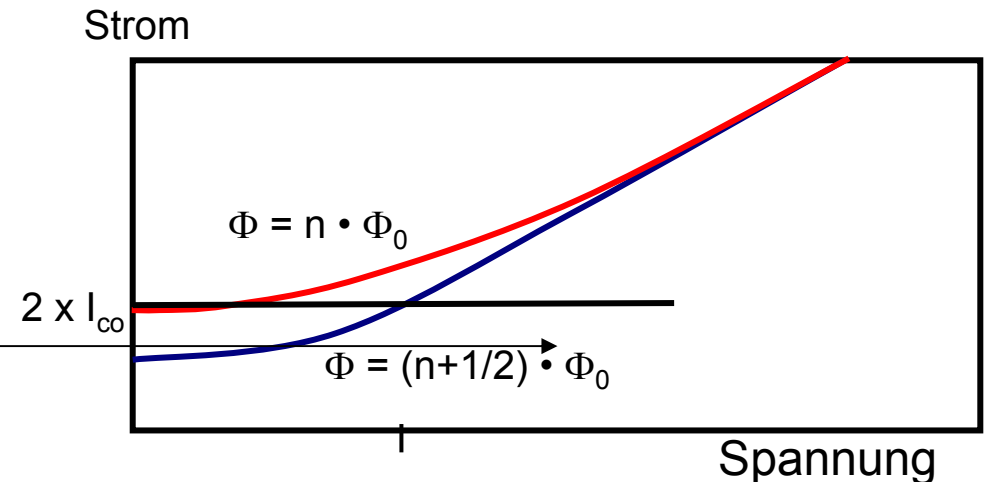
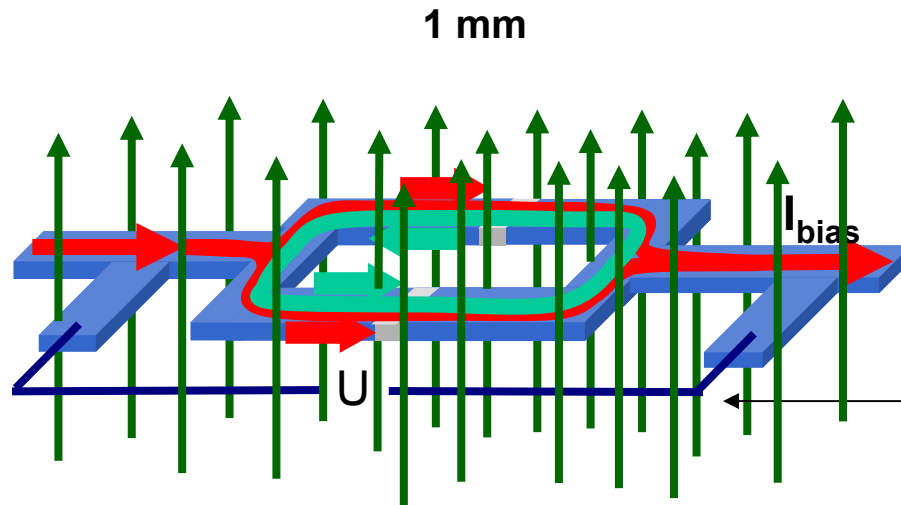
Mensch zum Größenvergleich

Supraleitende Magnetspulen zwingen die geladenen Teilchen, die aus dem Zusammenstoß zweier Teilchen hervorgehen, auf eine Kreisbahn und ermöglichen so ihre Identifikation.

Ohne Supraleiter wären die starken Magnetfelder in dem großen Volumen nicht zu realisieren.



Funktionsweise eines SQUIDS (Superconducting Quantum Interferometer Device)

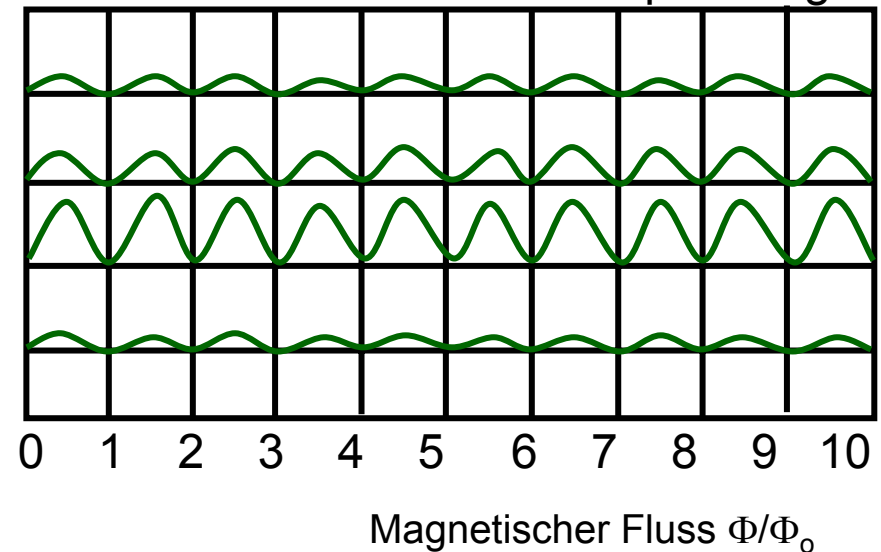


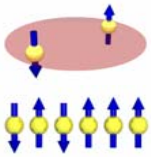
Kohärenz der supraleitenden Wellenfunktion führt zur Quantisierung des magnetischen Flusses in Einheiten von

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Tesla} \cdot \text{m}^2$$

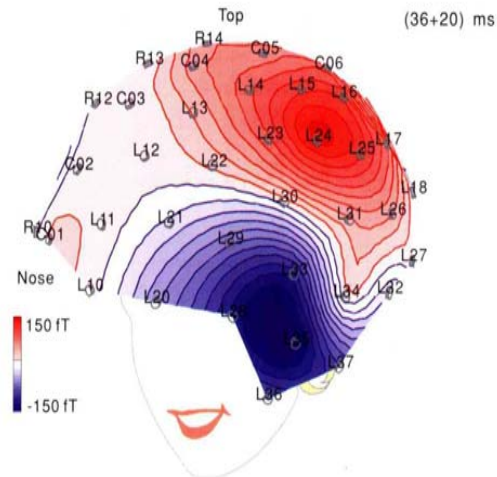
Damit können Magnetfelder bis herab zu 10^{-15} T gemessen werden (ca 10^{-10} Erdfeld)

Extreme Empfindlichkeit für alle Arten elektromagnetischer Messungen.

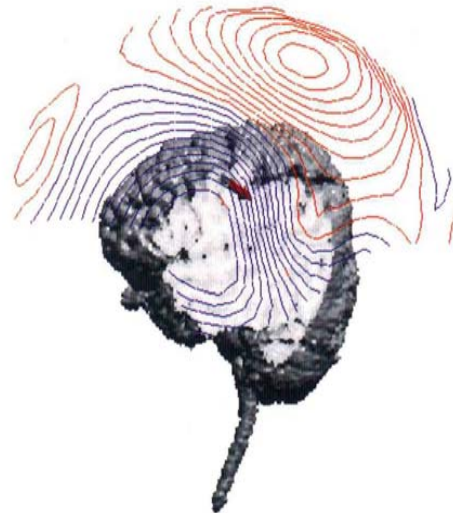




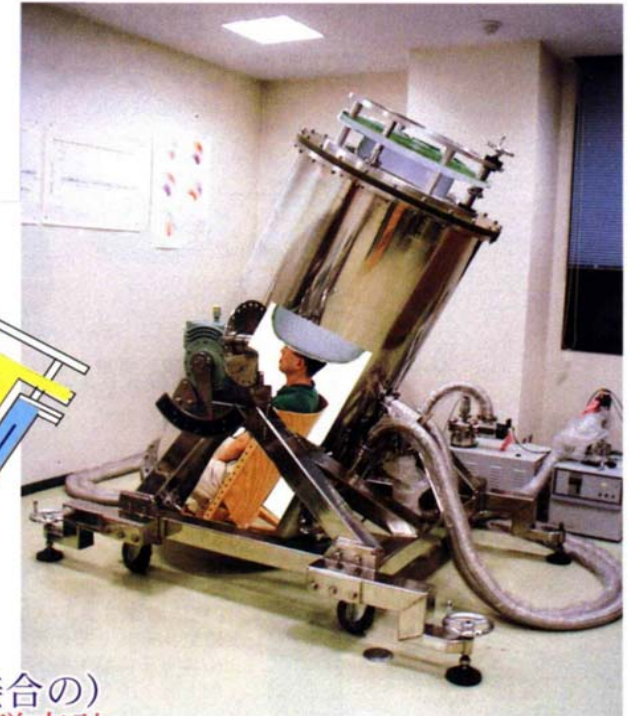
Magneto-Enzephalographie (TTSL-SQUID-System mit 200 Sensoren)

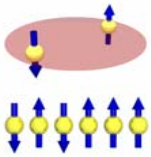


SQUID 脳磁界データの正中神経
刺激後 36ms における等高線図
赤は N 極、青は S 極

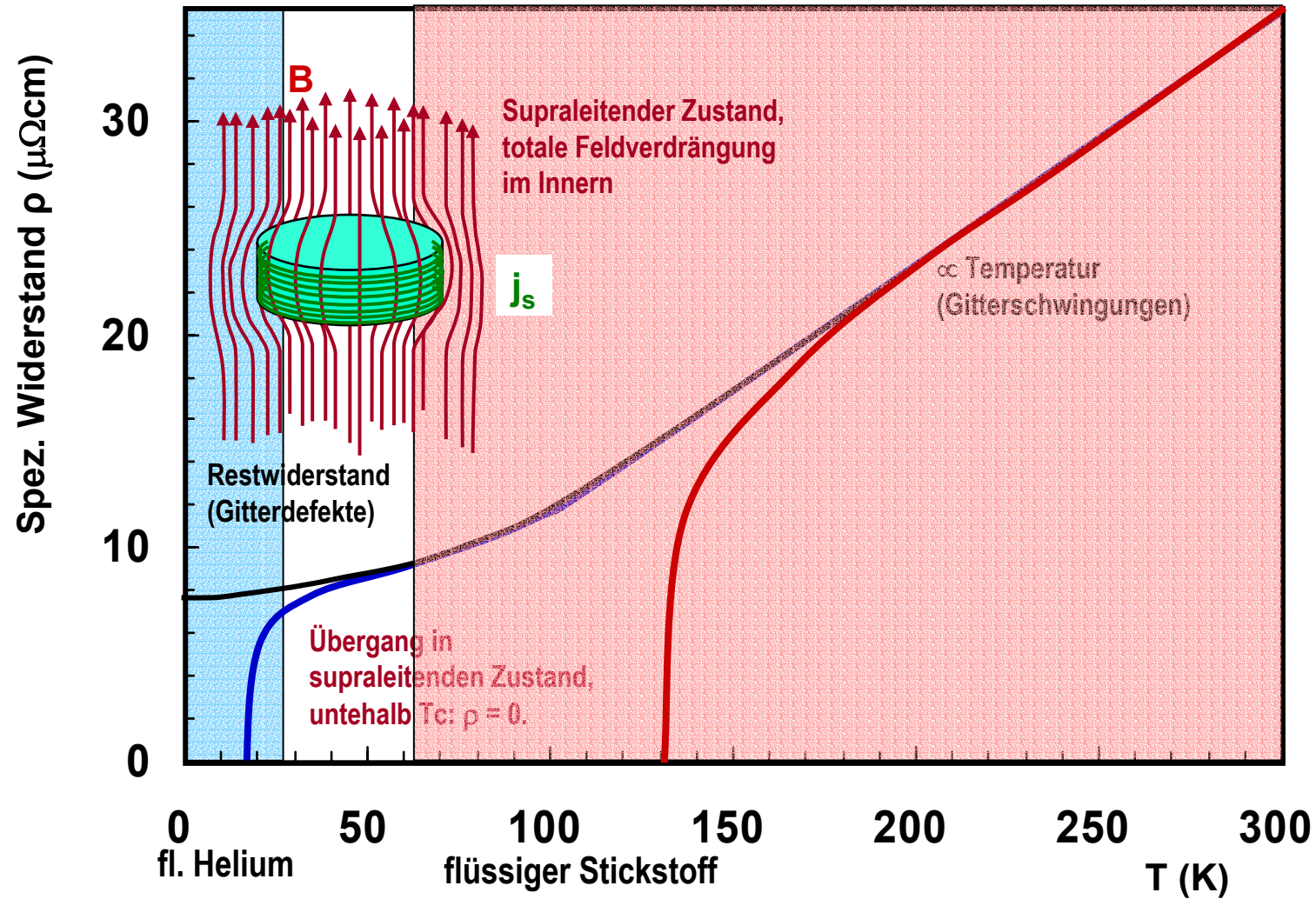


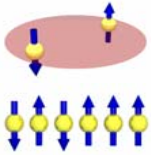
SQUID 脳磁界データから決められた脳の活動部位
(赤い矢印) が MRI のデータの中心溝に位置している。



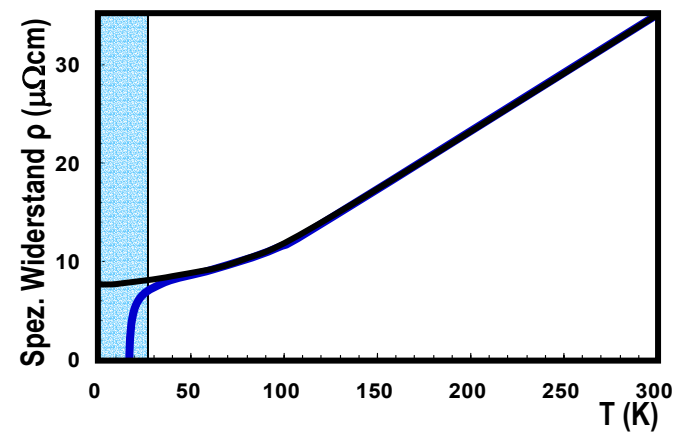


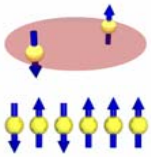
1. Widerstand null unterhalb T_c , 2. Verdrängung kleiner Magnetfelder



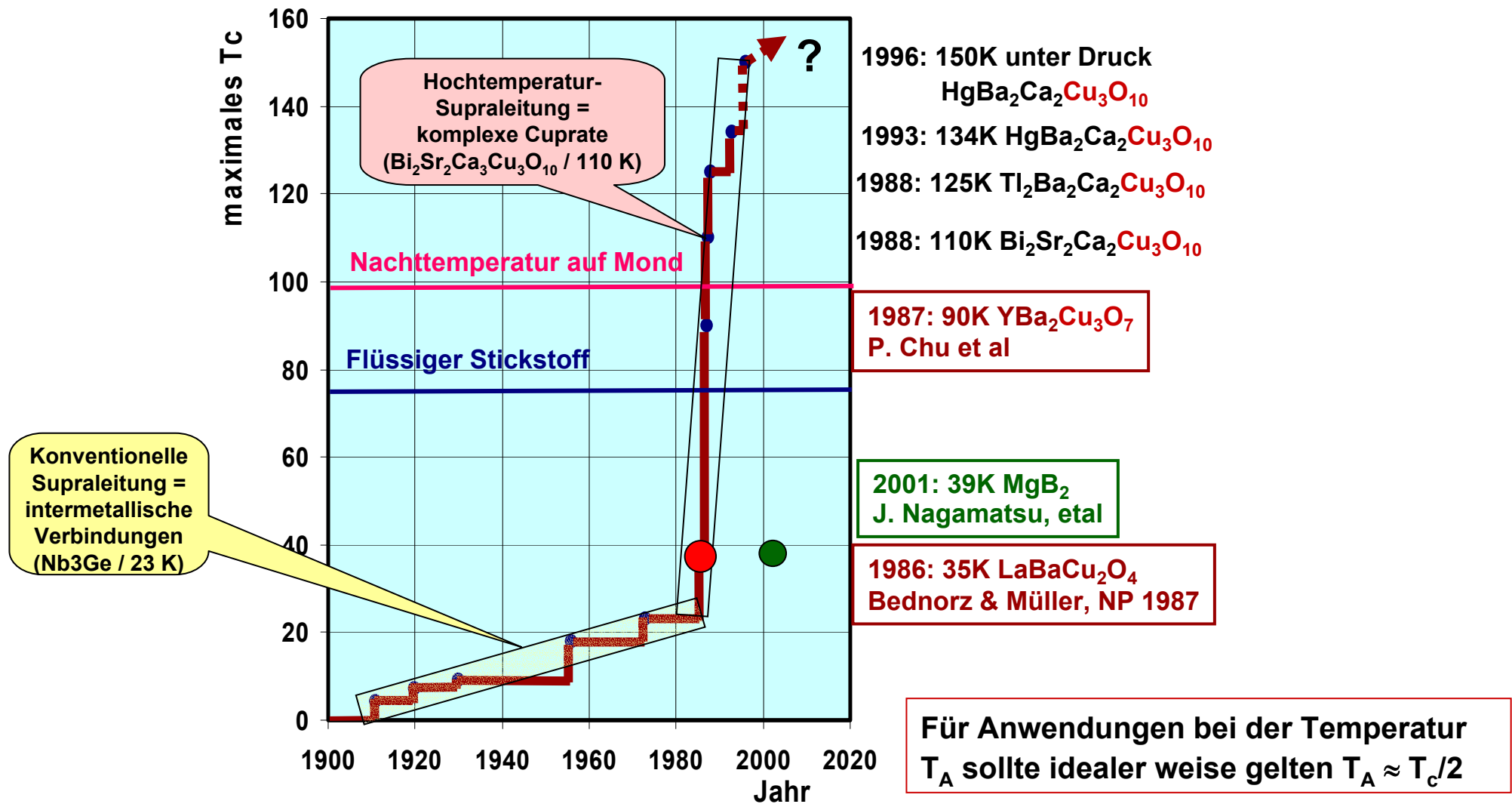


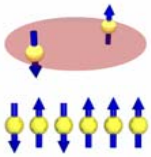
1. Widerstand null unterhalb T_c , 2. Verdrängung kleiner Magnetfelder





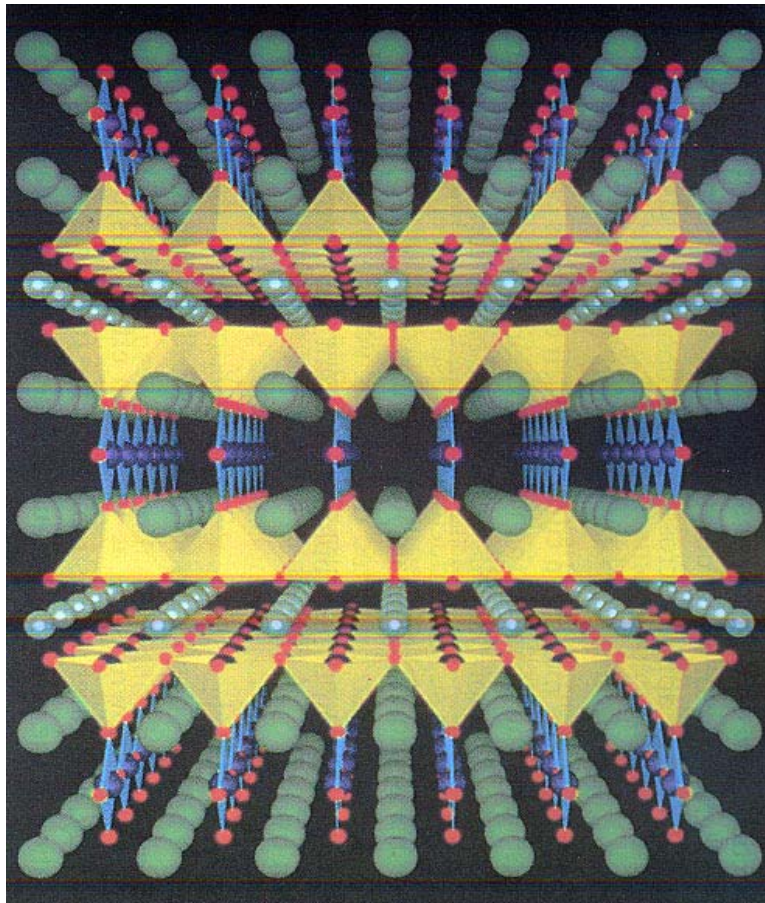
Höchste bekannte kritische Temperatur





Kristallstruktur des Hoch-T_c-Supraleiters YBa₂Cu₃O₇

T_c = 90 K



BaO
CuO
BaO
CuO₂
Y
CuO₂
BaO
CuO
BaO
CuO₂
Y
CuO₂
BaO
CuO
BaO

Metallisch, induzierte SL

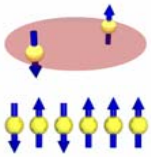
Supraleitende CuO₂-Doppelebenen

Metallisch, induzierte SL

Supraleitende CuO₂-Doppelebenen

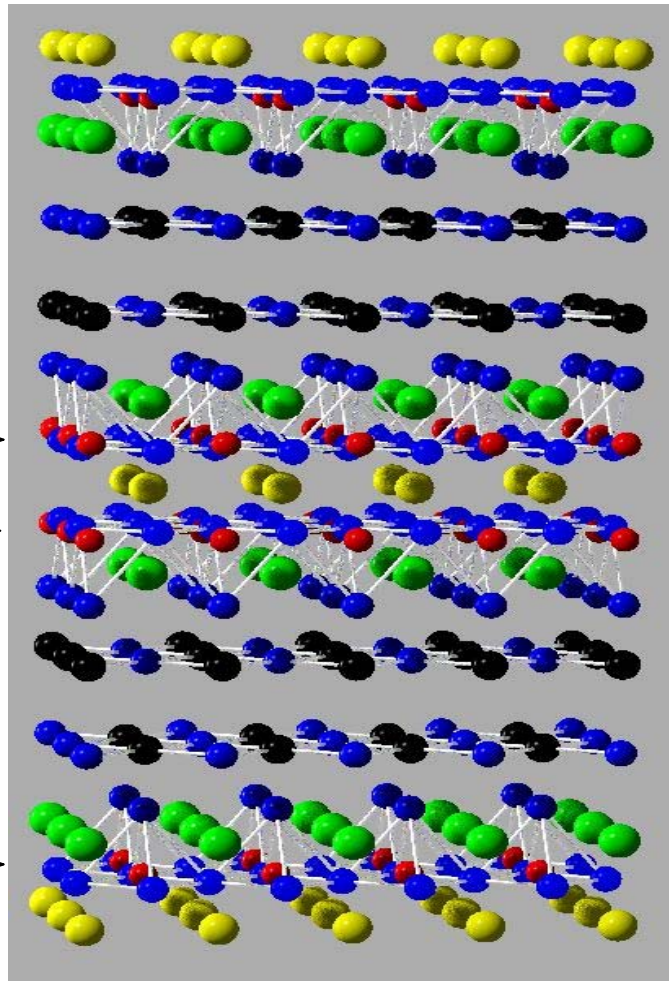
Metallisch, induzierte SL

Anisotropie $\gamma = (m_c/m_{ab})^{1/2} = (\xi_{ab} / \xi_c)^{1/2} = (\lambda_c / \lambda_{ab})^{1/2} = 5$ (3D, moderat anisotrop)

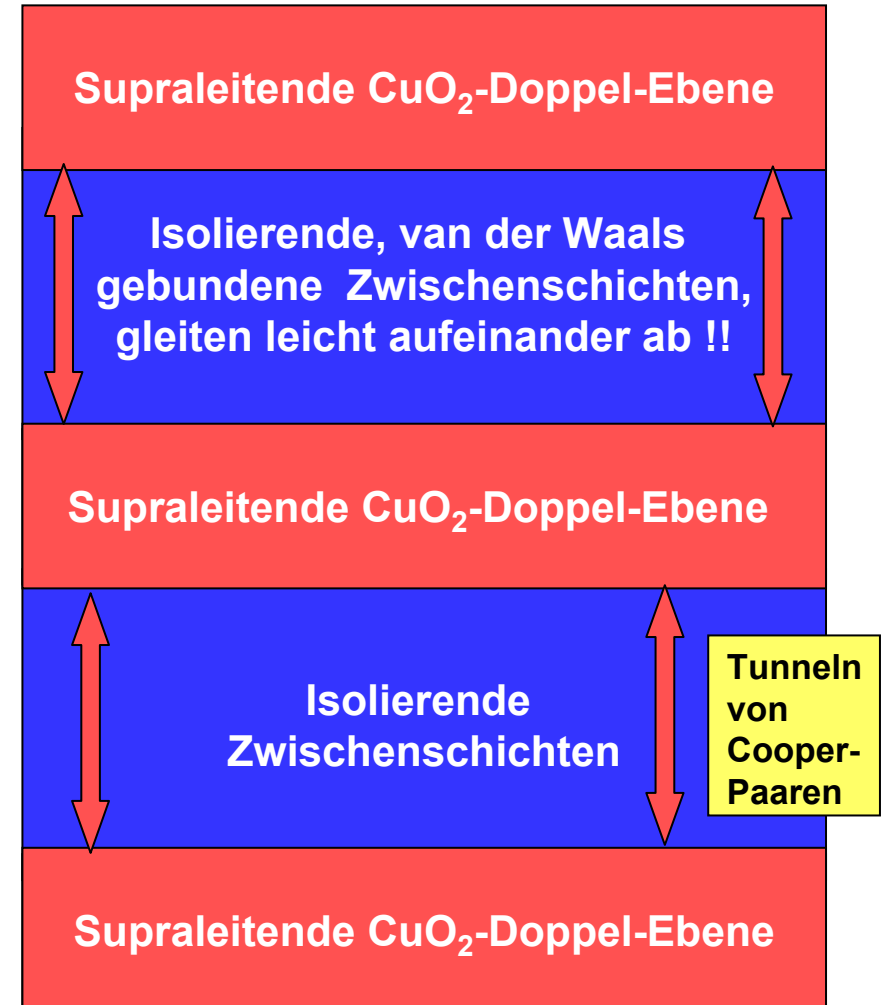


Kristallstruktur des Hoch- T_c -Supraleiters $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$

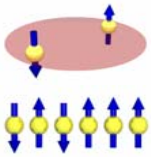
$T_c = 90 \text{ K}$



Ca
CuO₂
SrO
BiO
BiO
SrO
CuO₂
Ca
CuO₂
SrO
BiO
BiO
SrO
CuO₂
Ca



$$\text{Anisotropie } \gamma = (m_c/m_{ab})^{1/2} = (\xi_{ab} / \xi_c)^{1/2} = (\lambda_c / \lambda_{ab})^{1/2} = 200 \quad (2\text{D mit Kopplung})$$

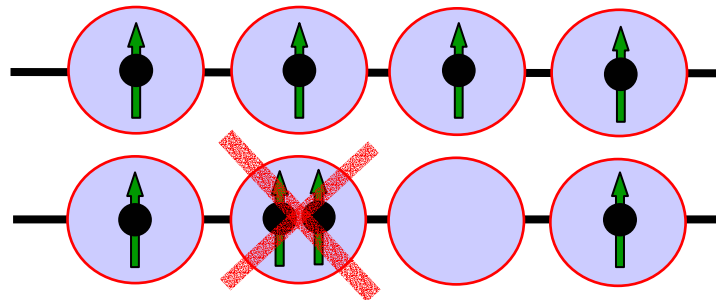


Schematische Darstellung der O-p- und Cu-d-Orbitale

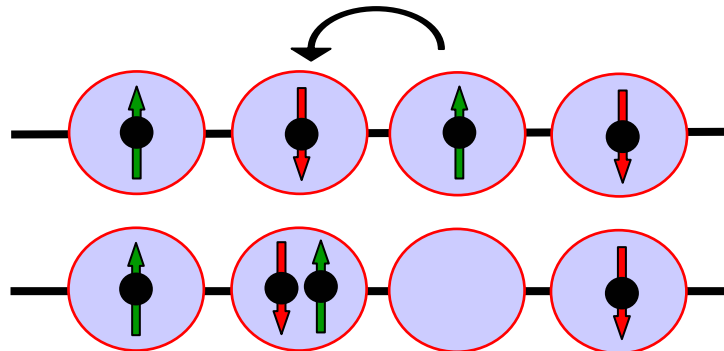
$$p \approx \Delta p \approx \hbar/\Delta x = \hbar/D \rightarrow$$

$$E_{\text{kin}} = p^2/2m = \hbar^2/(2m D^2)$$

Delokalisierung reduziert
kinetische Energie

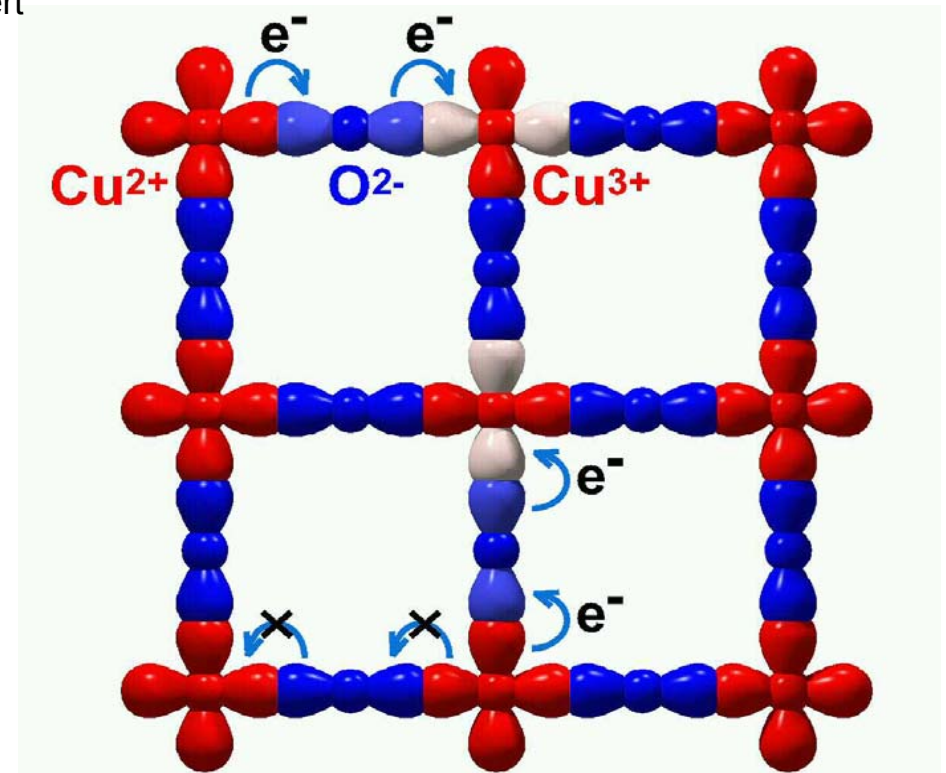


Bei paralleler Spinorientierung kein Hüpfen möglich,
da Doppelbesetzung wegen Pauliprinzip verboten



Bei anti-paralleler Spinorientierung ist Hüpfen möglich,
aber Doppelbesetzung kostet Coulomb-Energie $U \approx 10 \text{ eV}$

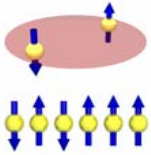
--> **Antiferromagnetische Kopplung erlaubt Delokalisierung,
sie ist deshalb energetisch günstiger!!**



Cu^{2+} hat $3d^9$ -Konfiguration $\leftrightarrow$ 1 Loch pro Cu

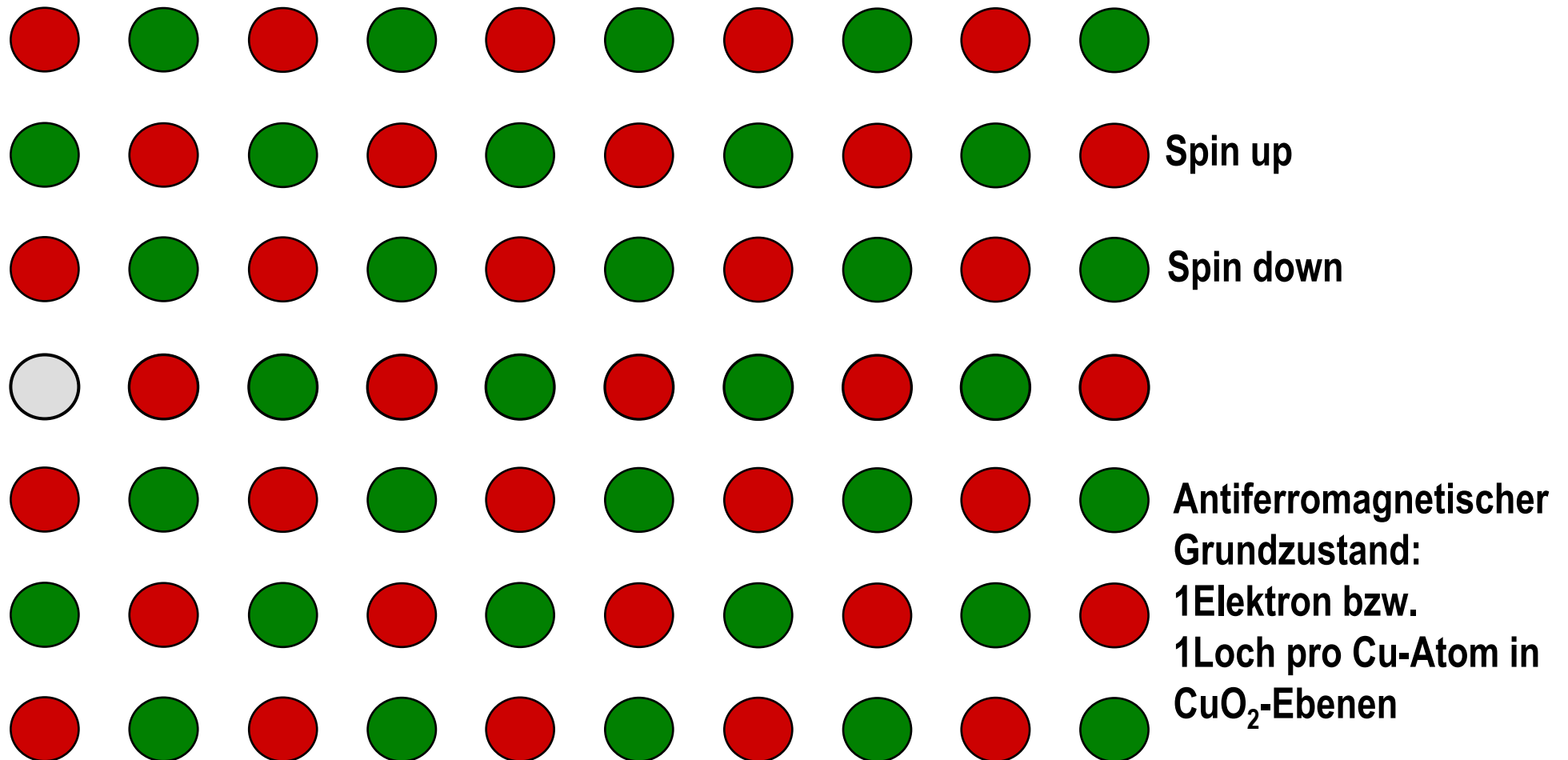
$$\text{Coulomb-Energie } U = 1/(4\pi\epsilon_0) e^2/D =$$

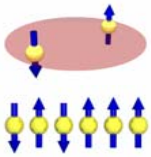
$$= 7,2 \text{ eV für } D = 2 \text{ \AA}$$



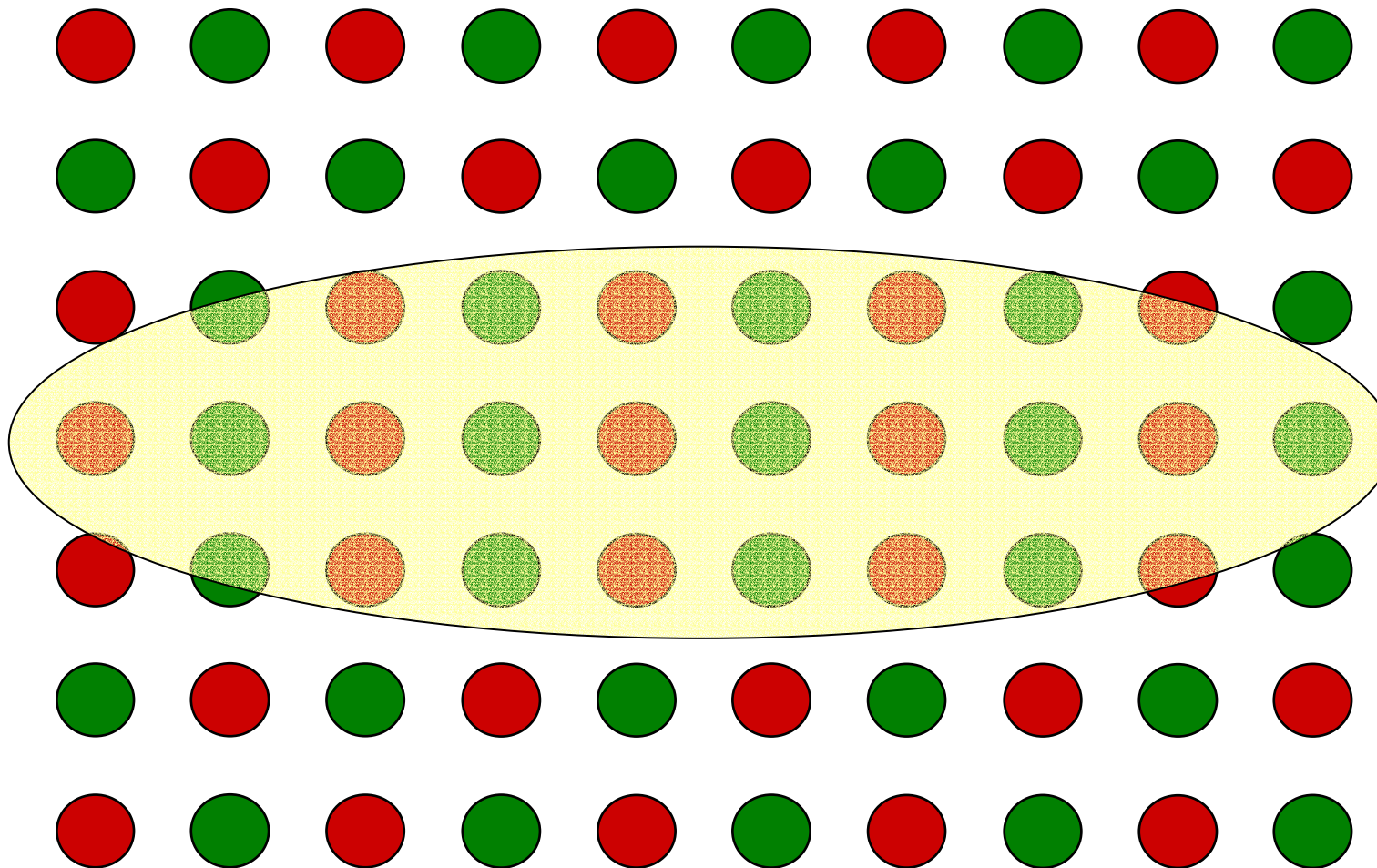
Cooper-Paare allein durch elektronischen Korrelationen ?

$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.5}$ vollbesetztes LHB, keine Dotierung



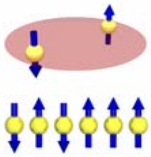


Spur eines einzelnen Loches, Dotierung $n_h = 2\delta$ im LHB

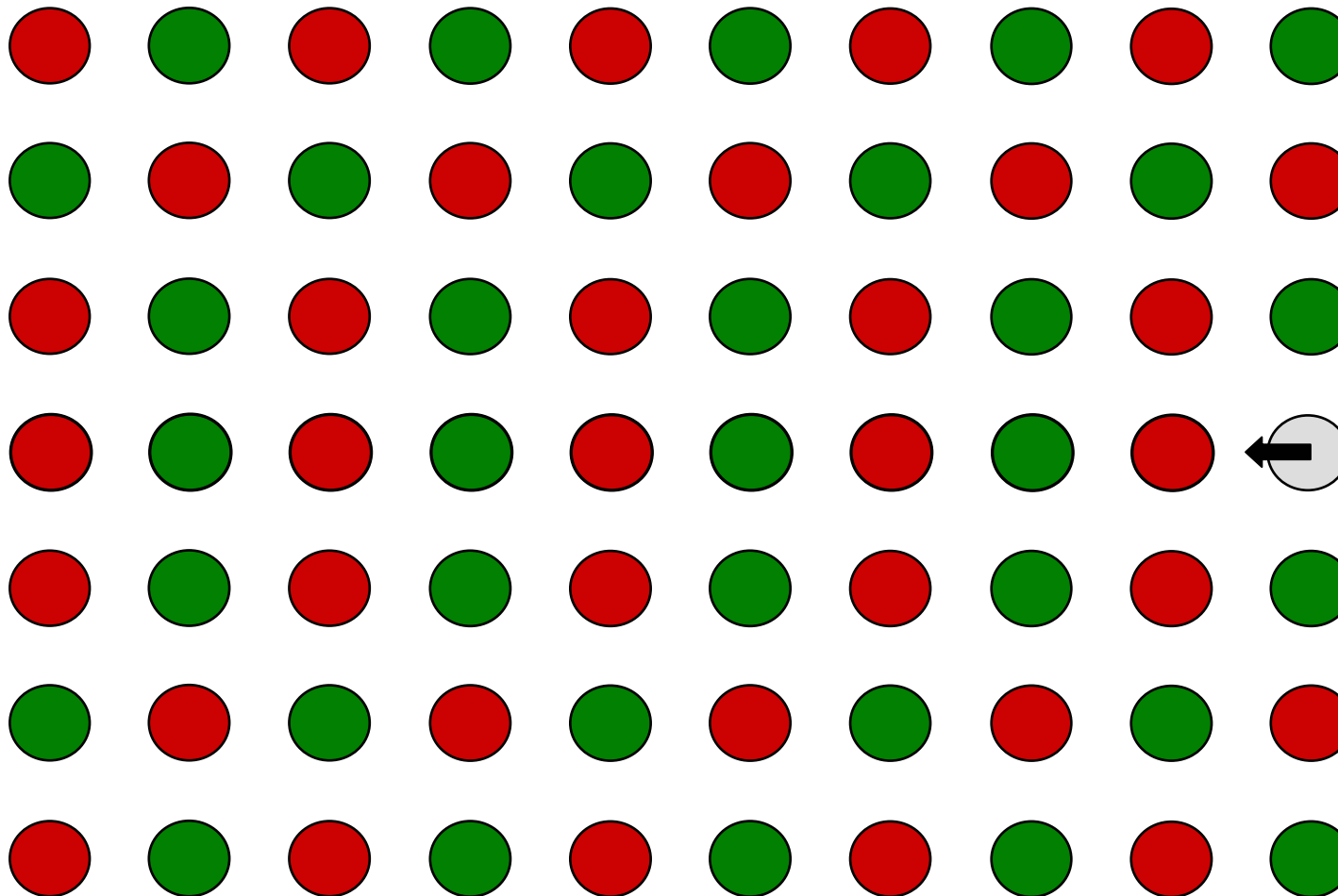


Bewegung in x-
Richtung: Spur des
Loches bildet Bereich
mit aufgebrochenen
antiferromagneti-
schen Korrelationen

→ **Energieerhöhung**

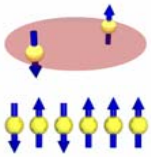


$S = 0a$, 2. Loch bewegt sich in entgegengesetzte Richtung, $n_h = 2\delta$

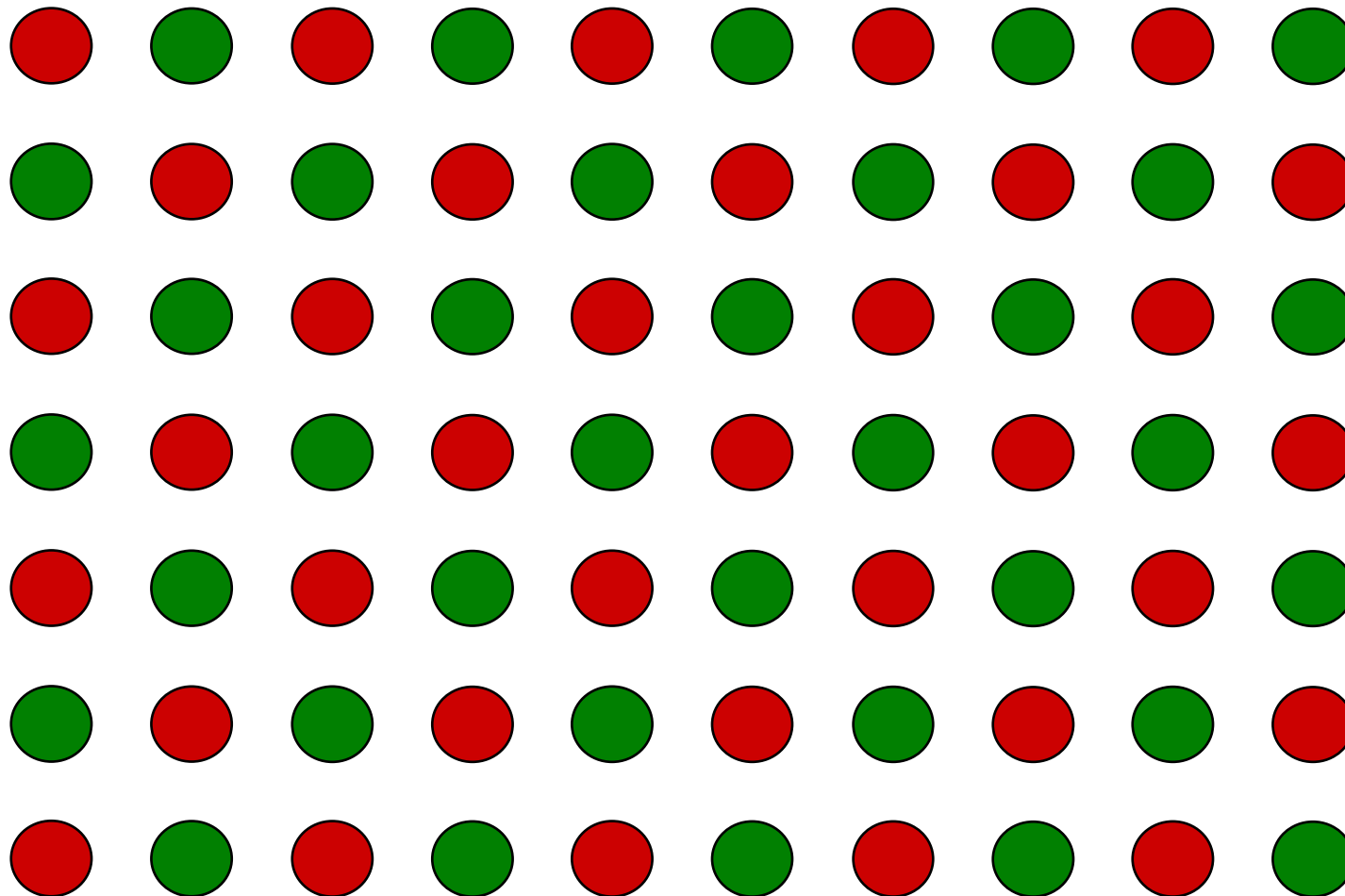


Bewegt sich ein 2. Loch auf der Spur des ersten, so werden die antiferromagnetischen Korrelationen wieder hergestellt

→ Energieabsenkung und damit Bindung des 1. Loches mit dem 2. Loch!



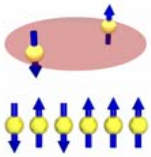
Die antiferromagnetischen Korrelationen sind wieder hergestellt



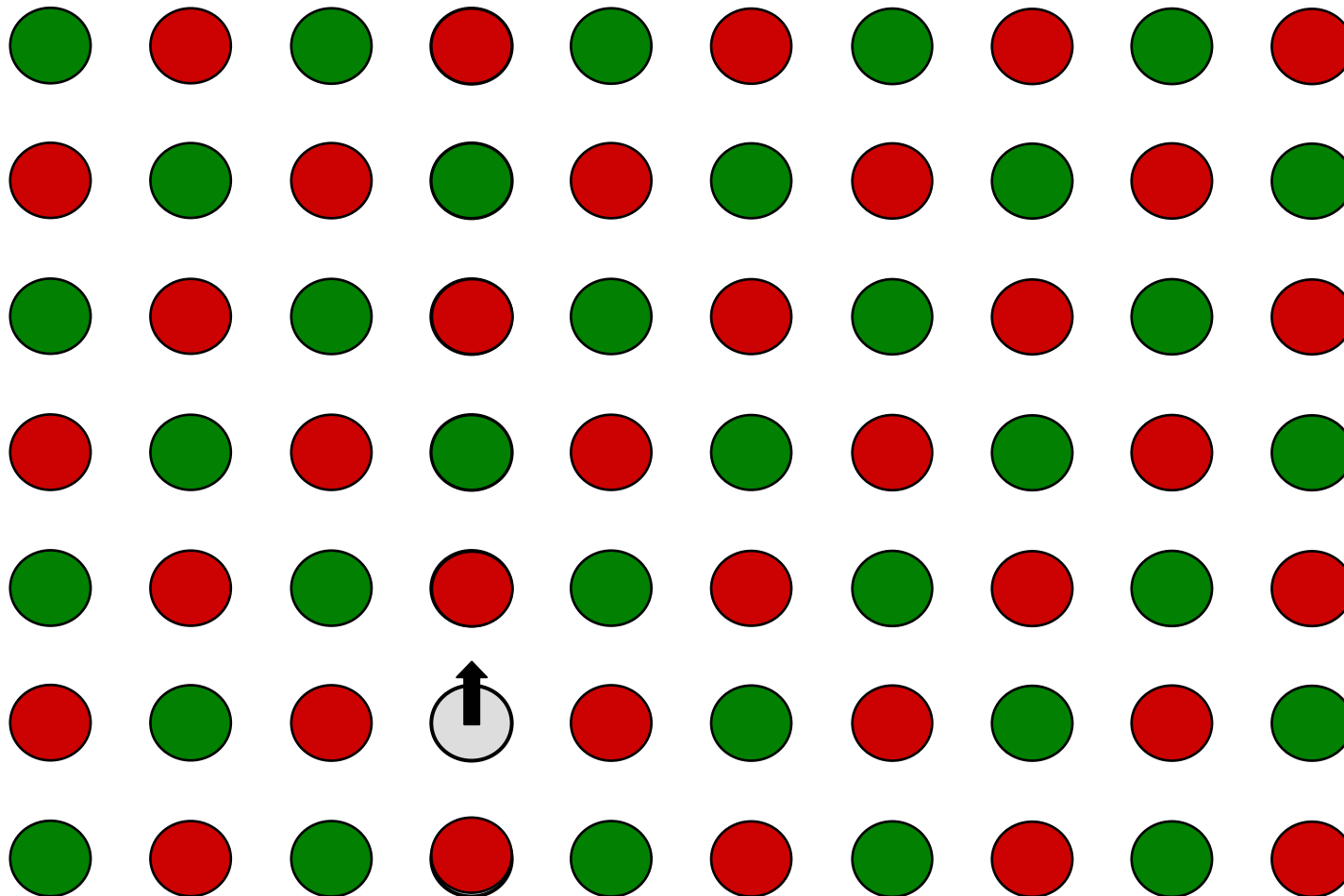
Nach dem Durchgang des 2. Lochs ist der antiferromagnetische Grundzustand wieder hergestellt.

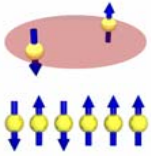
Die Energie der AF Anregung wurde vom 2. Loch absorbiert.

Ergebnis ist ein gebundenes Lochpaar durch Austausch antiferromagnetischer Anregungen.

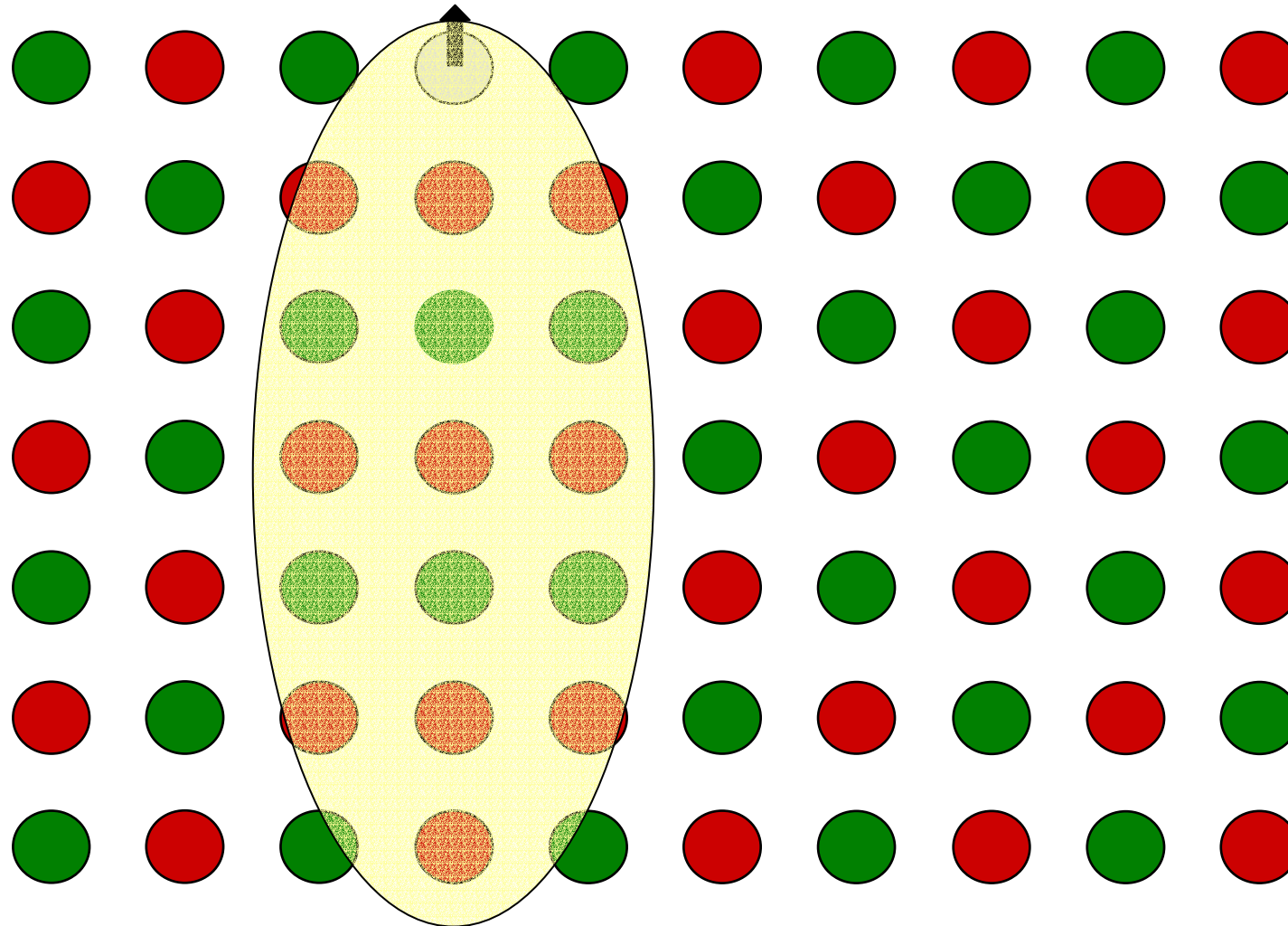


$S = 0a$, 1. Loch bewegt sich durch AF-Hintergrund, $n_h = 2\delta$





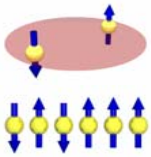
$S = 0a$, 1. Loch bewegt sich durch AF-Hintergrund, $n_h = 2\delta$



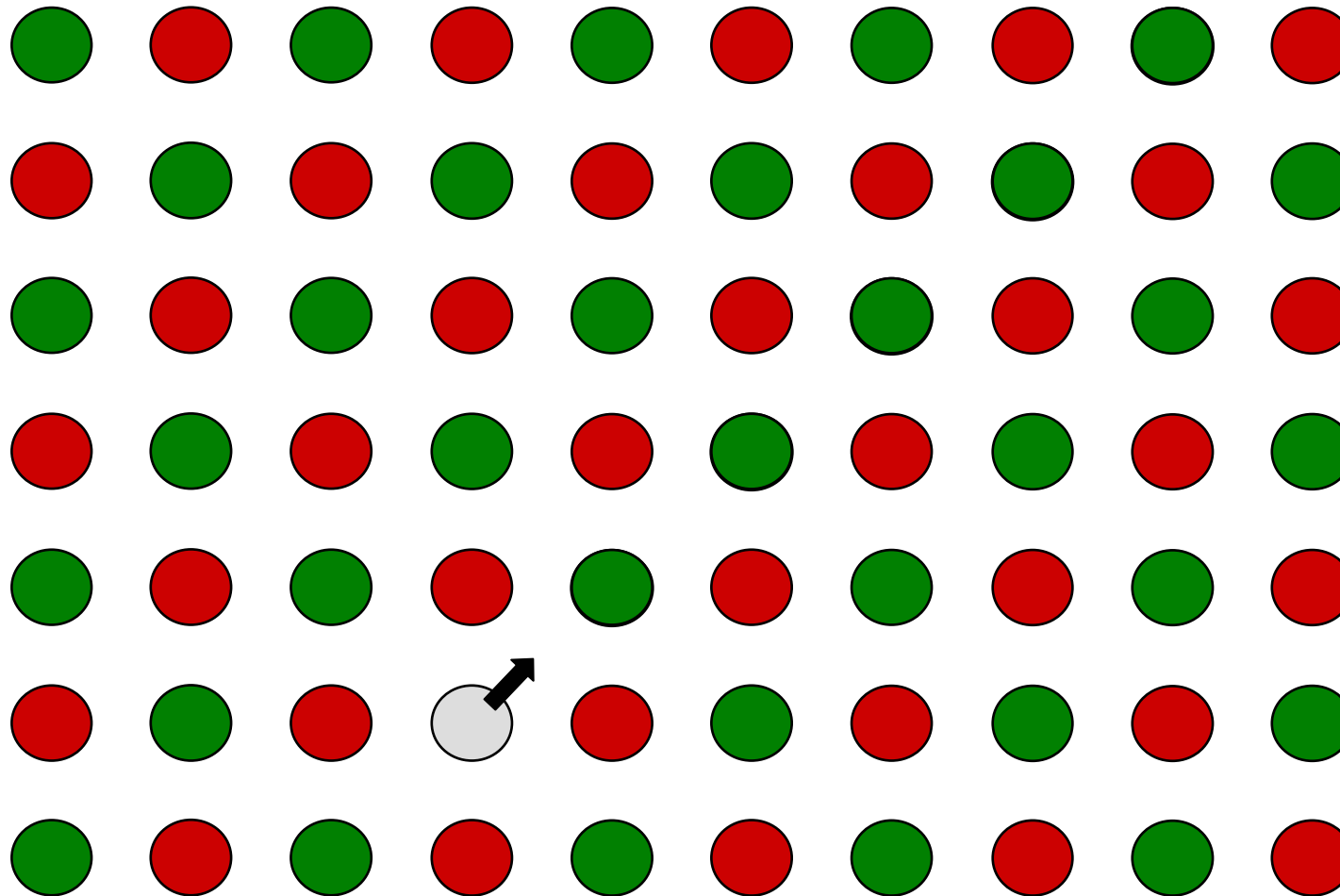
Auch bei Bewegung in y-Richtung: Spur des Loches bildet Bereich mit aufgebrochenen antiferromagnetischen Korrelationen



Energieerhöhung und damit wiederum attraktive Wechselwirkung zwischen Löchern!!



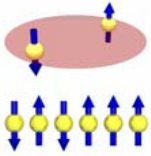
Ein Loch bewegt sich unter 45 Grad durch AF-Hintergrund, $n_h = 2\delta$



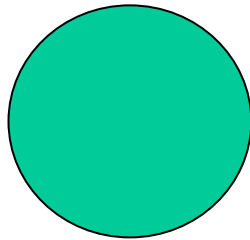
Bei Bewegung in xy-Richtung (45Grad):
Spur des Loches bildet **keinen** Bereich mit aufgebrochenen anti-ferromagnetischen Korrelationen



keine Energieerhöhung und damit auch keine attraktive Wechselwirkung zwischen Löchern!!



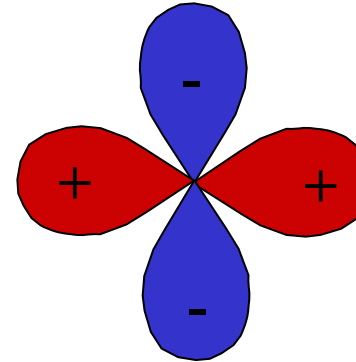
Symmetrie des supraleitenden Ordnungsparameters



s-Symmetrie

$$\Delta(k) = \Delta_0$$

isotrop



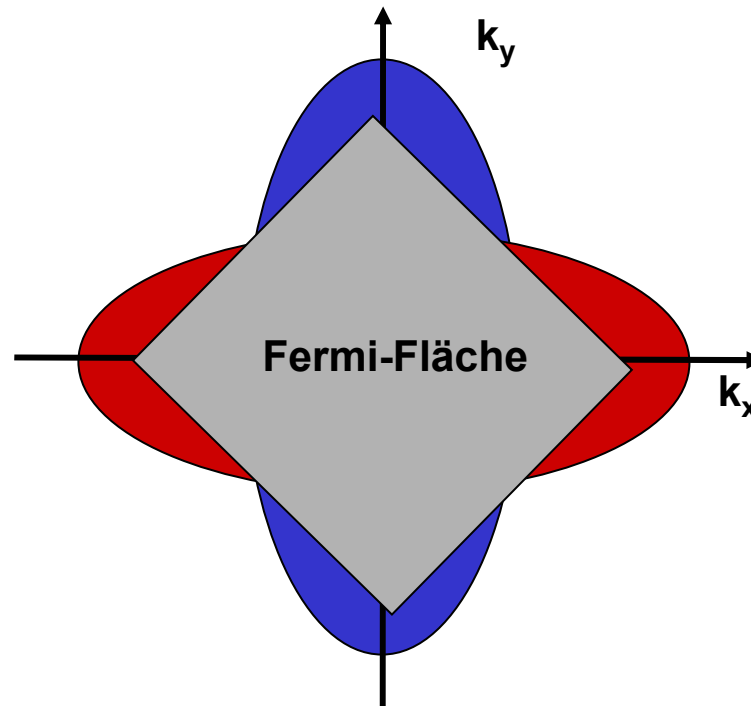
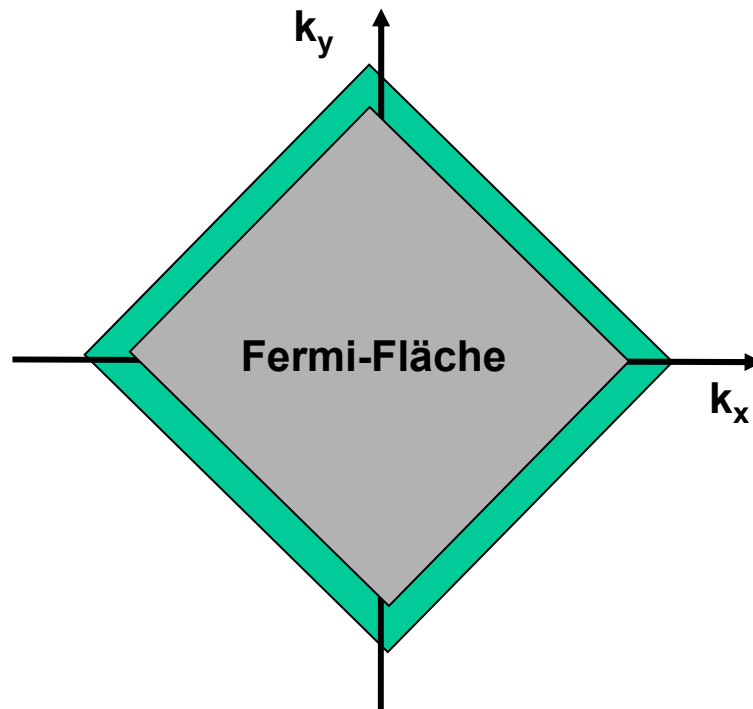
$d_{x^2-y^2}$ -Symmetrie

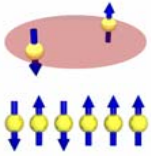
$$\Delta(k) = \Delta_0 (\cos k_x a - \cos k_y a)$$

anisotrop

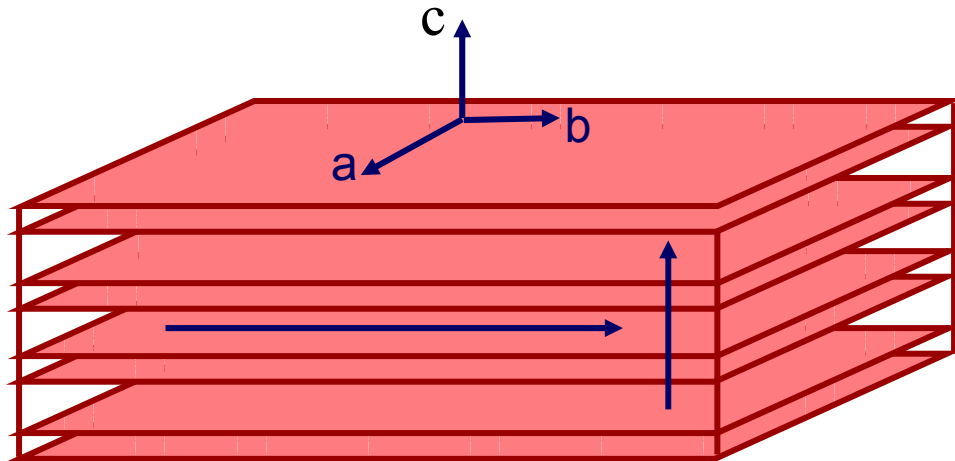
Vorzeichenwechsel

Nullstellen auf Fermi-Fläche

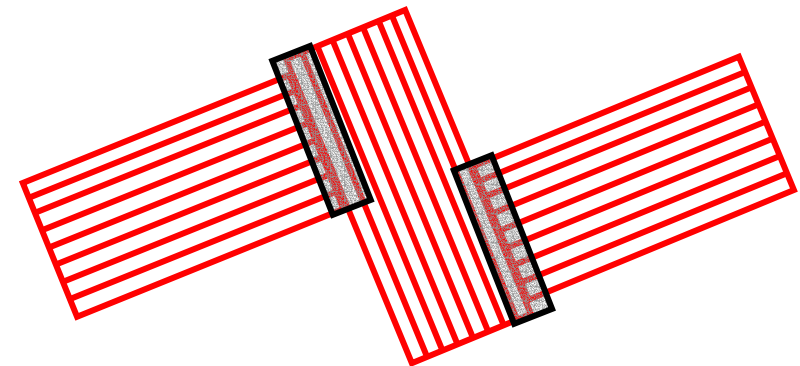




Hoch- T_c -SL sind extrem anisotrop!

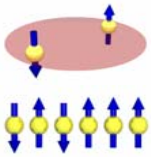


Ströme fließen bevorzugt in den CuO_2 -Ebenen: $j_{(ab)} \gg j_{(c)}$

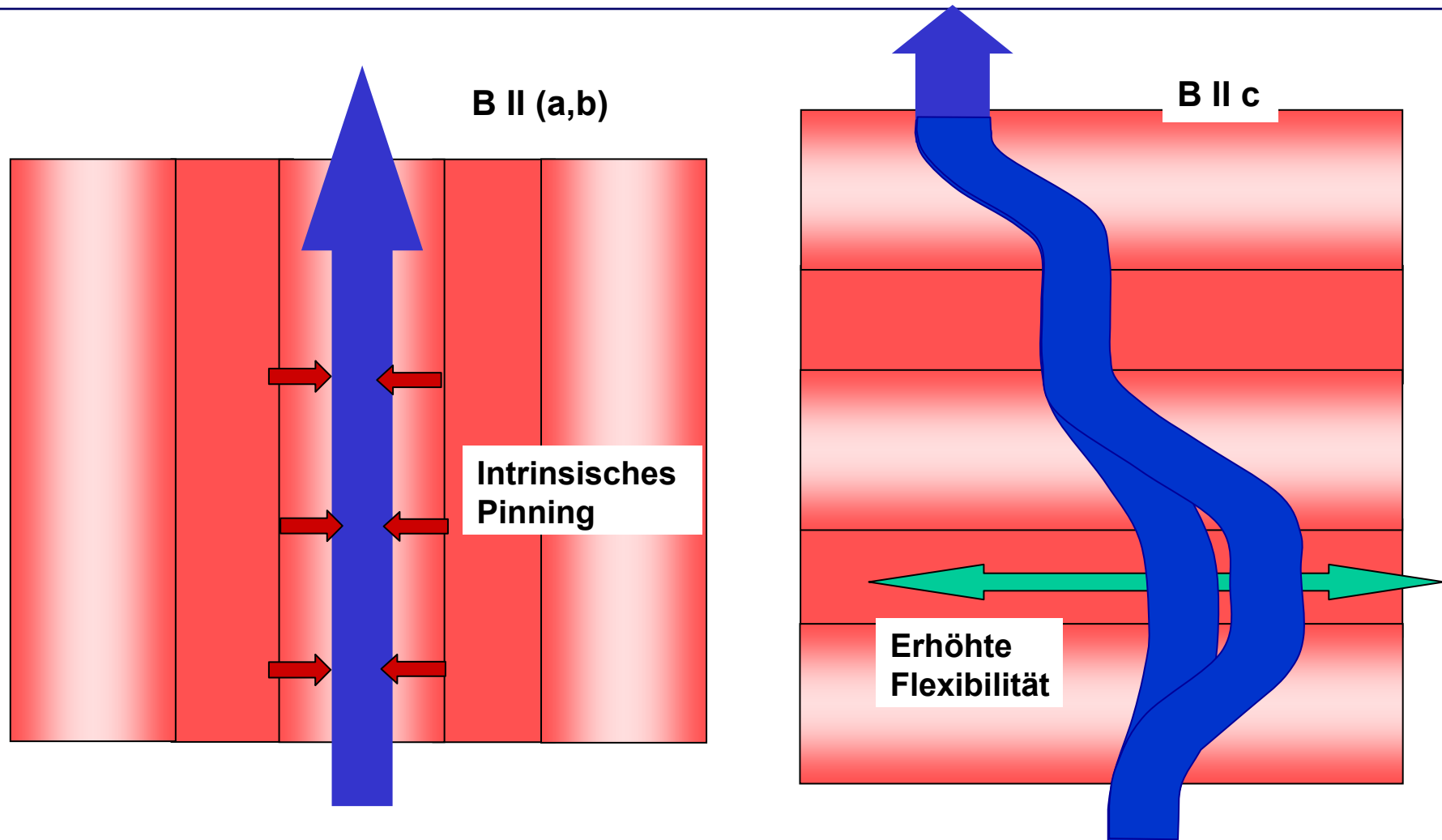


Korngrenzen wirken als Schwachstellen (weak links), die den kritischen Strom um 3 bis 4 Größenordnungen unterdrücken

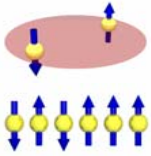
Nur in quasi-einkristallinen HTSL-Materialien können hohe kritische Stromdichten realisiert werden (B II ab)



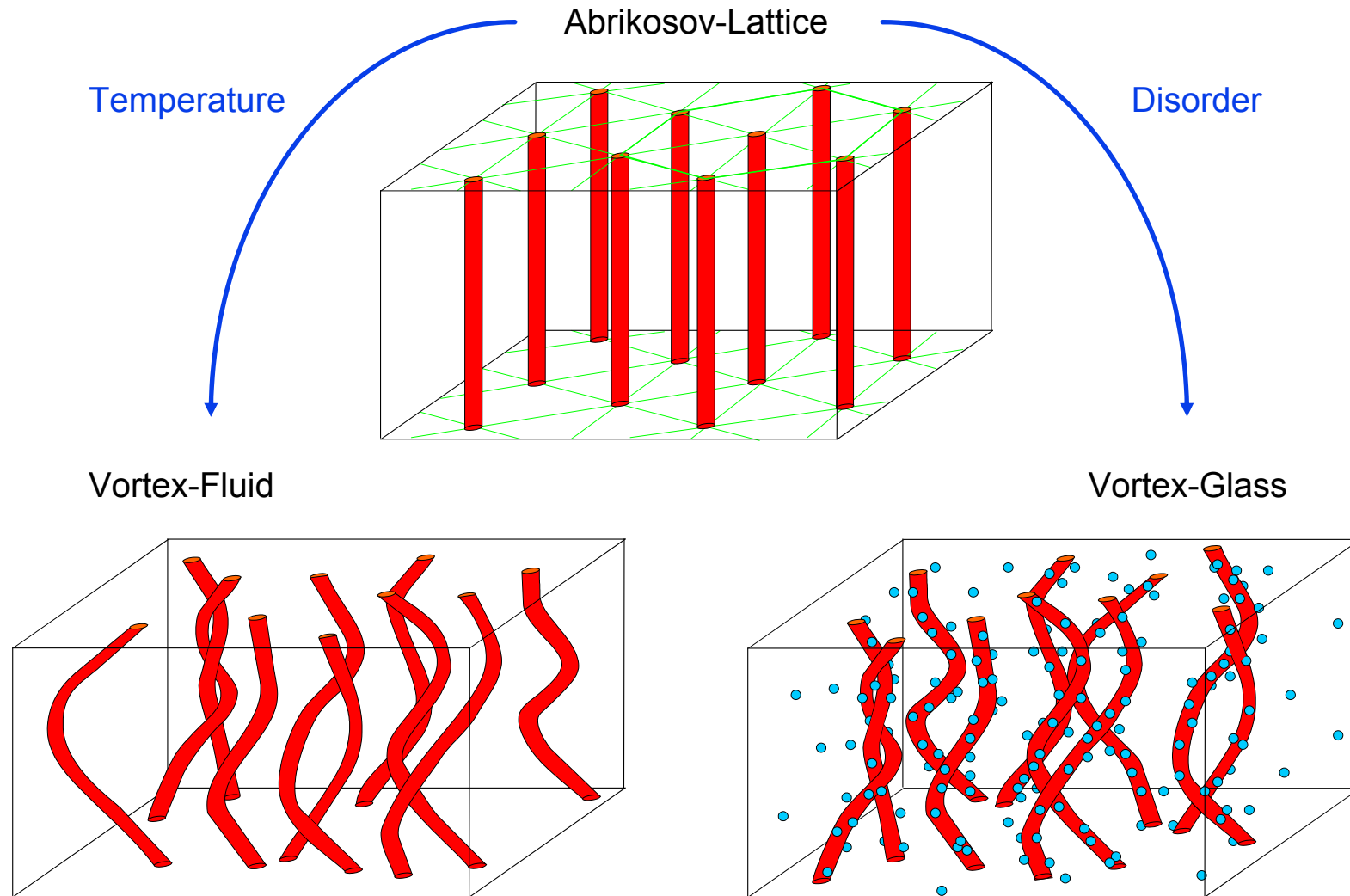
Vortexdynamik des Hoch-T_c-Supraleiters YBa₂Cu₃O₇

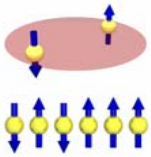


Anisotropie $\gamma = (m_c/m_{ab})^{1/2} = (\xi_{ab} / \xi_c)^{1/2} = (\lambda_c / \lambda_{ab})^{1/2} = 5$ (3D, moderat anisotrop)



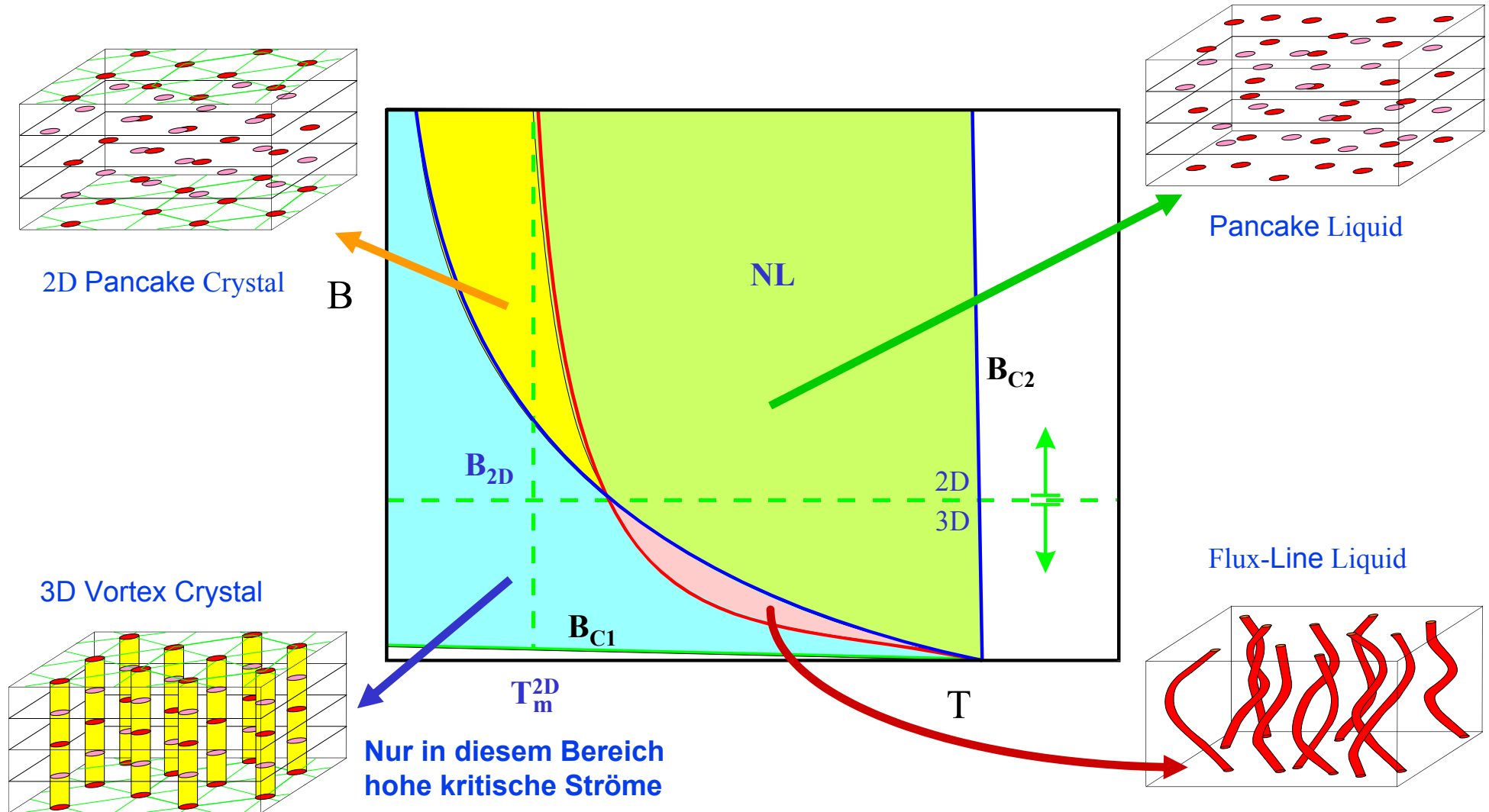
Vortex-Gitter -- Vortexflüssigkeit -- Vortexglas



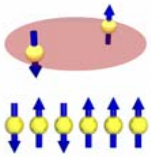


B-T-Phasendiagramm eines Schichtsupraleiters

(z.B. $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$ ohne Pinning)

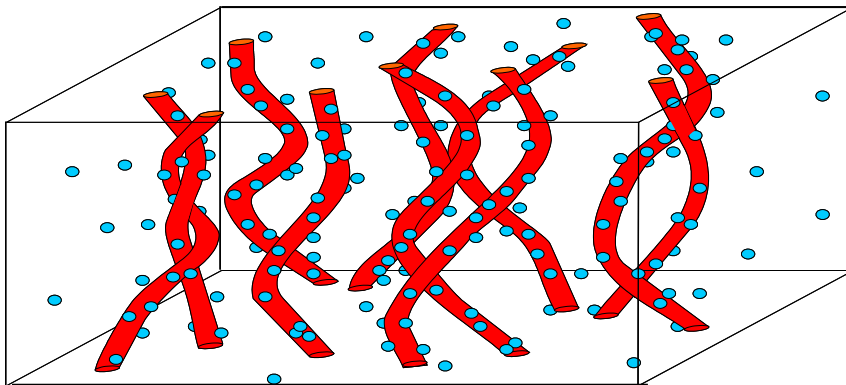


Nur in diesem Bereich
hohe kritische Ströme

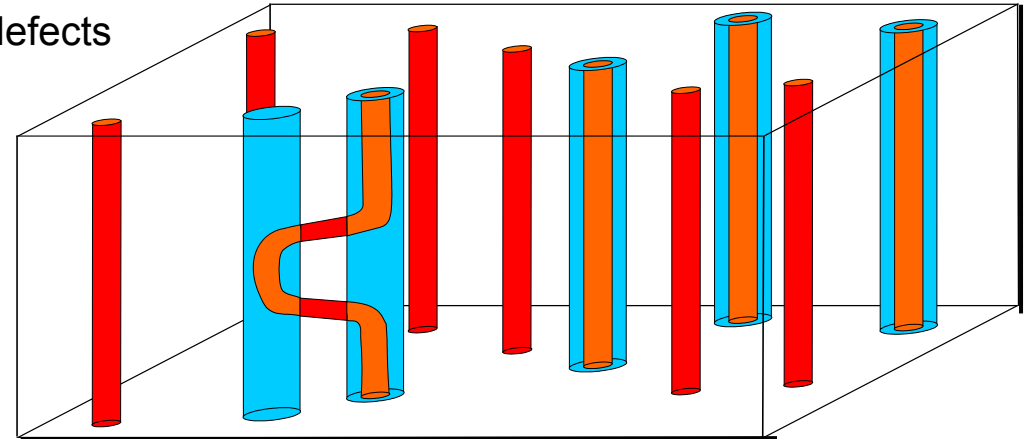


Supraleitung nur nutzbar, wenn Flusslinien verankert (gepinnt) sind

Point defects



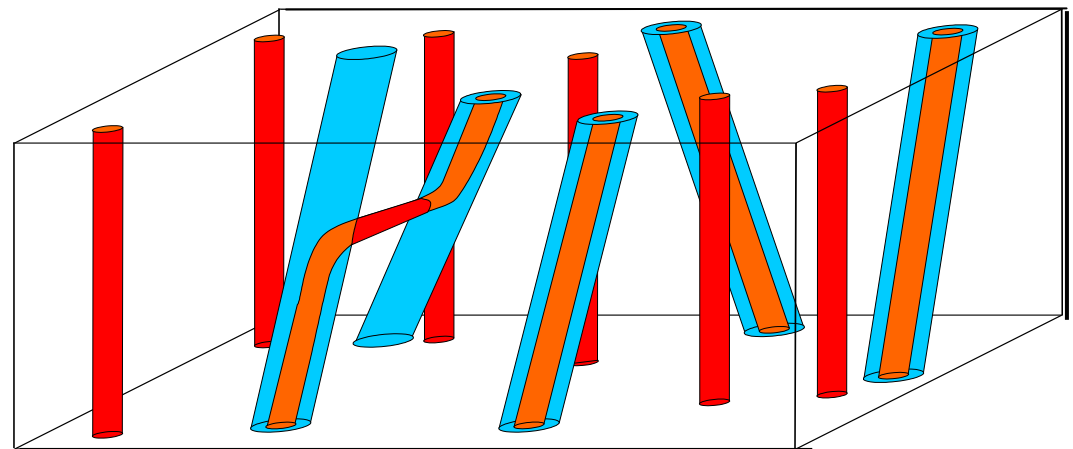
Columnar defects

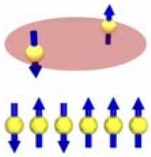


Vortex glass:
M.P.A. Fischer, PRL 62, 1415 (1989)

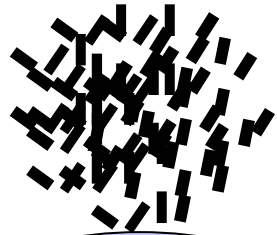
Bose glass:
Nelson und Vinokur, PRB, 13060 (1993)

Splayed columnar defects





Anwendungen bei 77 K in schwachen Feldern: Kabel aus $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$ -in-Silber-Bändern geflochten



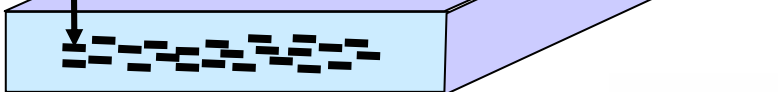
$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$ -Pulver in Silberrohre einfüllen

Rohre ziehen, bündeln und zu Draht ziehen.
Mehrere Male wiederholen.

Drahte zu Bändern walzen.
Dadurch richten sich plättchenförmige Kristalle parallel zur Bandoberfläche aus.

In Sauerstoff glühen und wieder zu Bändern walzen

Jedes Filament war ein pulvergefülltes Rohr

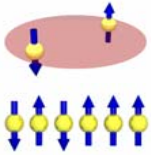


Bänderquerschnitt $200\text{ }\mu\text{m} \times 4\text{ mm}$ (41A bei 77K)
Filamente (ca 100) $20\text{ }\mu\text{m} \times 100\text{ }\mu\text{m}$

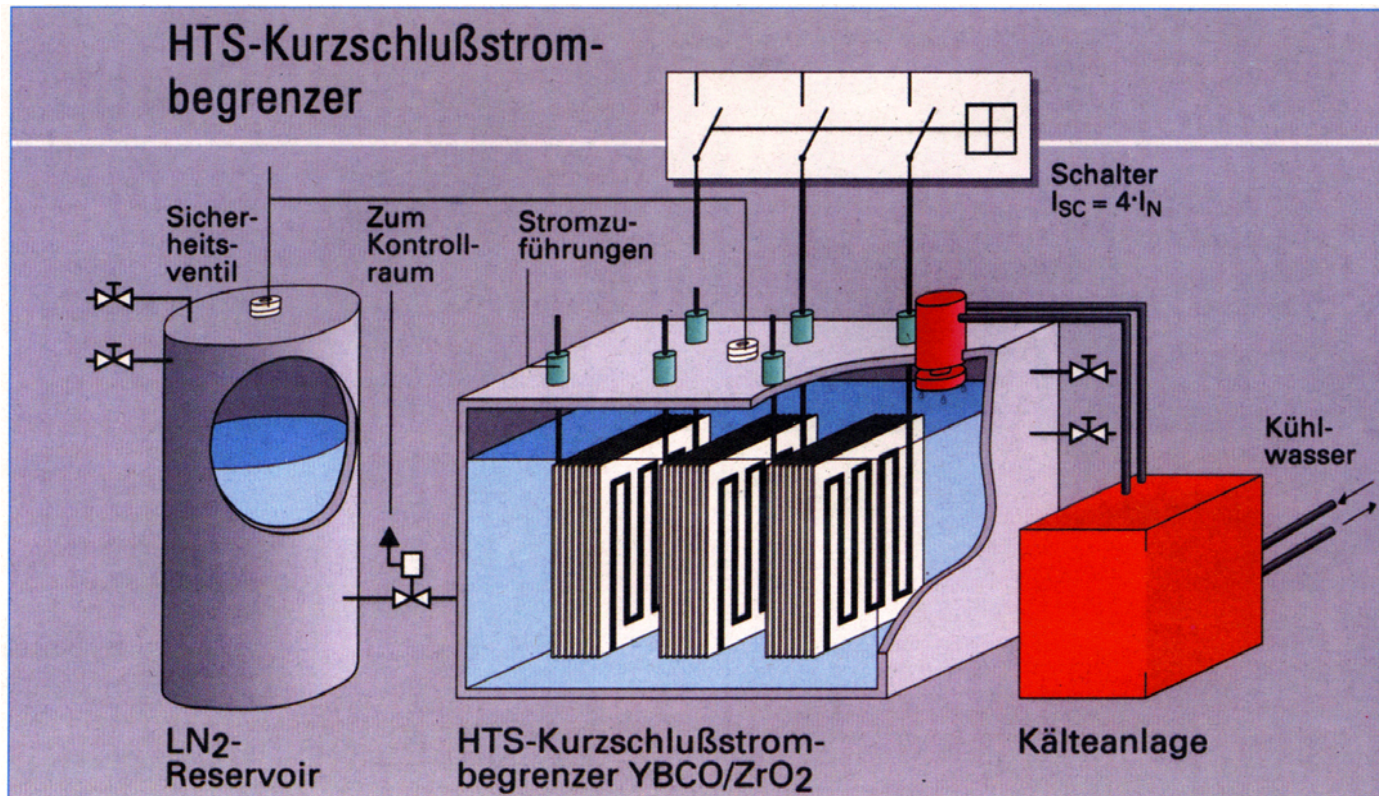
Konvent. SL: ca 10.000 Filamente $\varnothing \approx 10\text{ }\mu\text{m}$

HTSC-Kabel aus $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$ Bändern in existierendem Kabel-Schacht in Chicago als Ersatz für konventionelles Kabel





Schematische Darstellung eines HTSL-Strombegrenzers

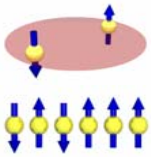


(Siemens AG)

Strom unterhalb des Nominalstromes --> Supraleiter hat Widerstand 0

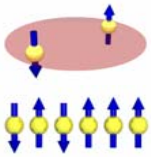
Kurzschluss --> Strom steigt innerhalb von 10 ms stark an --> Supraleiter wird normalleitend --> hoher Widerstand begrenzt Strom

Ist Kurzschluss beseitigt --> Strombegrenzer geht von selbst wieder in supraleitenden Zustand



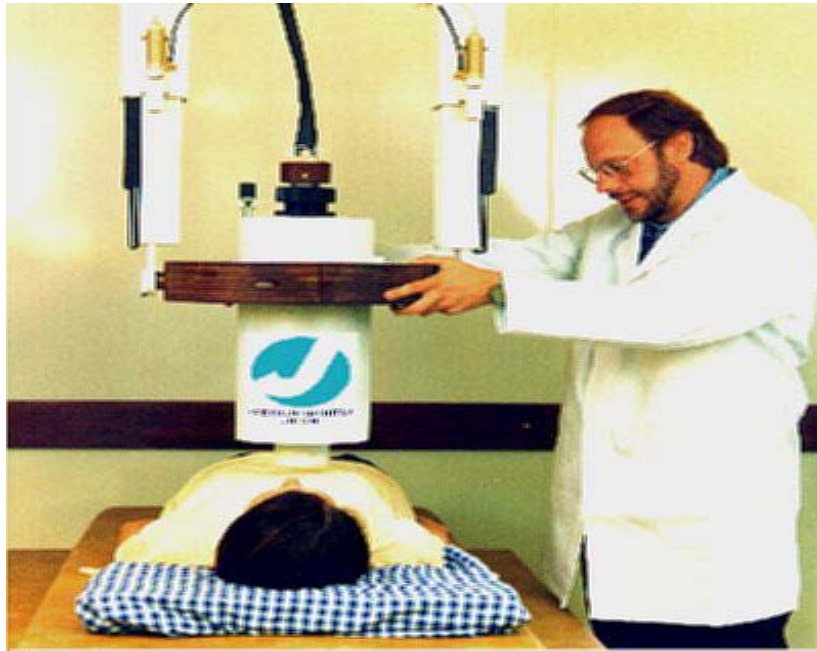
HTSL-Strombegrenzer, im Netz integriert (ABB, Schweiz)





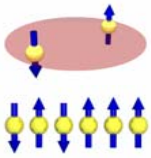
Magneto-Kardiographie mit HTSL-SQUIDs

Forschungszentrum Jülich

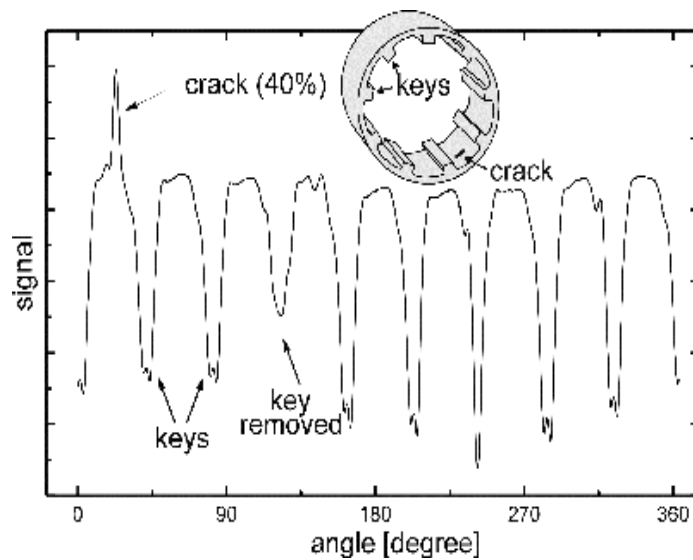
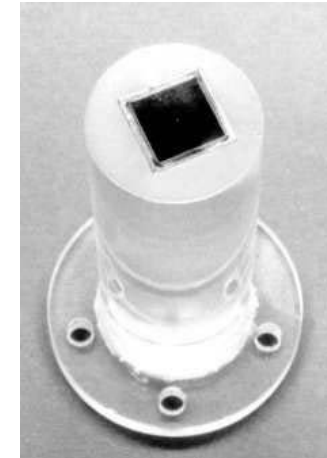
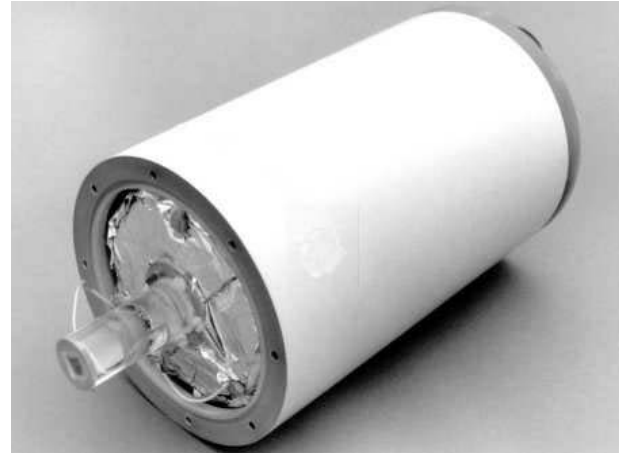


 **SUMITOMO ELECTRIC**

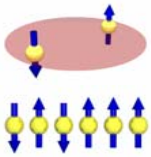




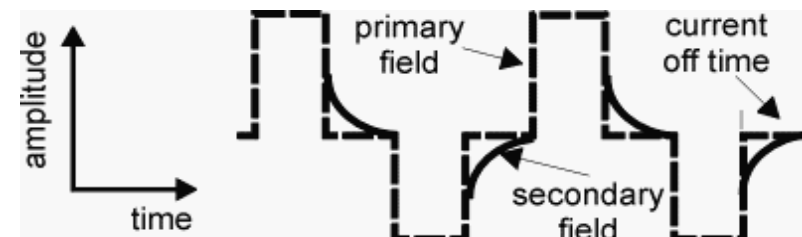
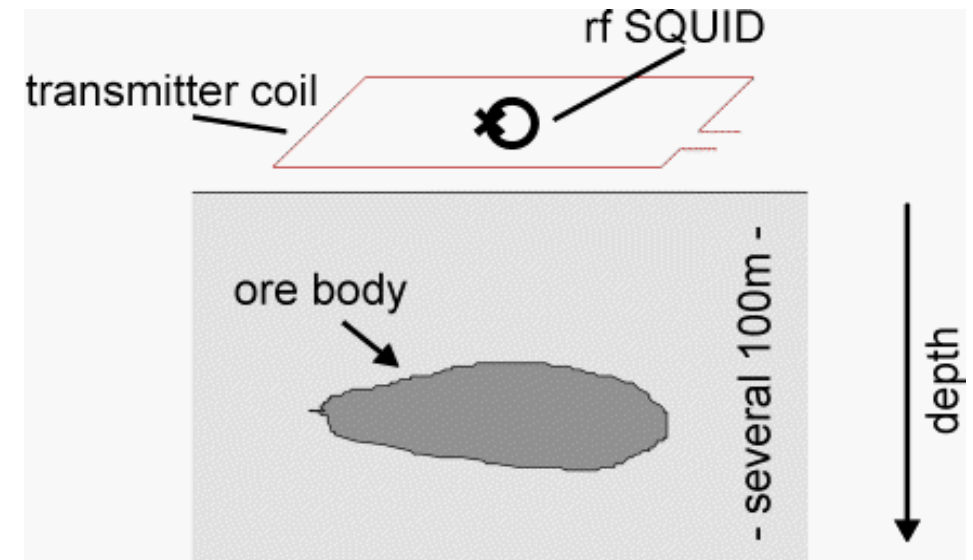
Zerstörungsfreie Materialprüfung mit HTSL-SQUIDs

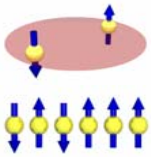


Collaboration:
Rohmann GMBH
Lufthansa Technik
Daimler Benz Aerospace - Airbus Industries
Institut für Luft- und Kältetechnik Dresden
Institut für Angewandte Physik, Uni. Giessen

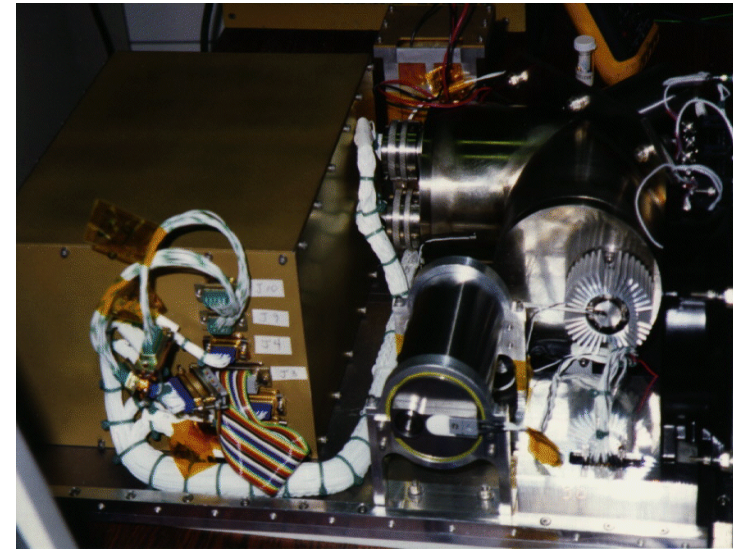
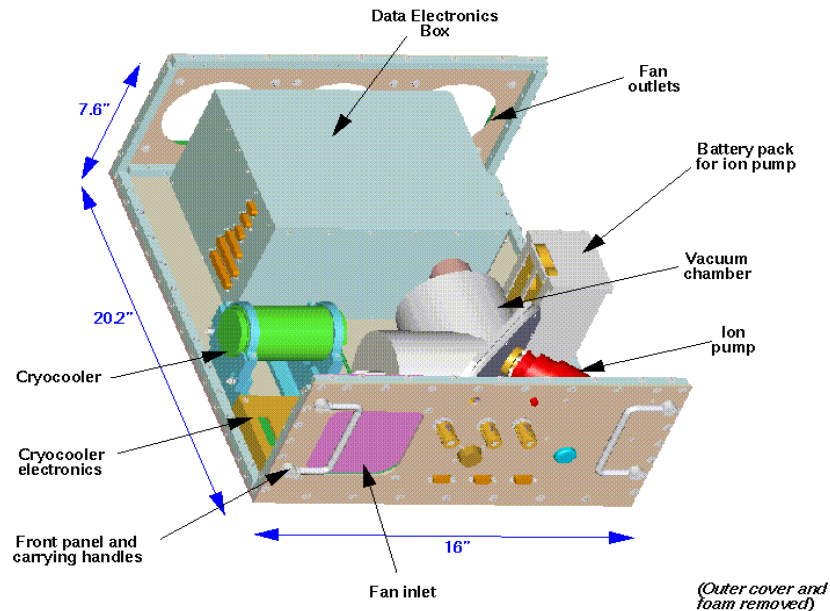


Geologische Anwendungen: HTSL-SQUIDS im Feldeinsatz



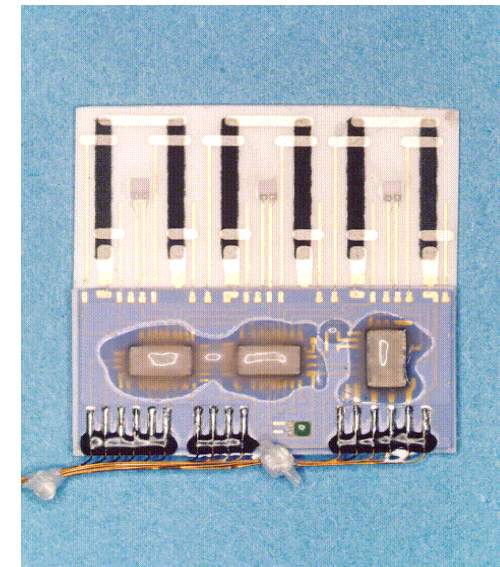


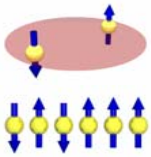
Space Applications of HTSL: Antennen und Filter



A test for HTS in space environment:

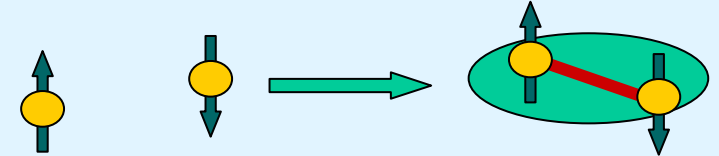
1. Sept. 1996 (Shuttle/STS-79)
2. Mir Space Station
3. Jan. 1997 (STS-81)





Zusammenfassung -- Jetzt wissen Sie, was Supraleitung ist !!

Der Kern der Supraleitung ist die Ausbildung von gebundenen Elektronenpaaren, die den Gesamtspin 0 und die Ladung $2e$ haben. Sie verhalten sich deshalb bezüglich ihrer Schwerpunktsbewegung wie ein Boson. Bosonen verhalten sich völlig anders als Fermionen. Daraus folgt der verschwindende Widerstand und die Quantisierung des magnetischen Flusses.



Ursache der Bildung gebundener Elektronenpaare ist die Existenz einer anziehenden Wechselwirkung zwischen den Leitungselektronen, die die abgeschirmte Coulomb-Abstoßung der gleichartig geladenen Elektronen überwiegt. Beispiele hierfür sind:

1. Wechselwirkung der Elektronen durch Anregung und Absorption von Gitterschwingungen. Diese Wechselwirkung ist gut verstanden und ist verantwortlich für die „konventionelle Supraleitung“ in einfachen Metallen und intermetallischen Verbindungen. $T_c \leq 23K$
2. Wechselwirkung der Elektronen durch Anregung und Absorption von antiferromagnetischen Anregungen. Diese Wechselwirkung ist noch nicht gut verstanden, wird jedoch intensiv zur Erklärung der „Hochtemperatursupraleitung“ diskutiert. (Wer überzeugende Theorie vorlegt, bekommt 6. NP). $T_c \leq 134K$

Supraleitung bedeutet einerseits Erzeugung großer Ströme und höchster Magnetfelder, andererseits höchste Empfindlichkeit beim Nachweis kleinster Signale und Magnetfelder. Vielleicht gibt es bei Zimmertemperatur supraleitende Materialien für den verlustlosen Transport elektrischer Energie, so dass Supraleitung überall selbstverständlich wird.