

12. Übungsblatt / Probeklausur
Theoretische Physik 1 WS2015/2016
Dozent: Prof. M. Vanderhaeghen
Hauptassistent: Fabian Ewert

25.01.2016

Dieses Blatt dient Ihnen als Test für die Klausur am 16.02.2016.
Lösen Sie es möglichst ohne Hilfsmittel und innerhalb von drei Stunden!

Aufgabe 1 (35 Punkte): Masse auf rotierendem Ring

Eine Masse m bewegt sich auf einem Ring, der sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω vertikal im Gravitationsfeld der Erde um seine Diagonale dreht (siehe Abbildung).

- a) Leiten Sie die Lagrange-Funktion

$$L = \frac{m}{2} R^2 \left(\dot{\vartheta}^2 + \omega^2 \sin^2 \vartheta \right) - mgR \cos \vartheta$$

her. Bestimmen Sie hieraus die Bewegungsgleichung.

- b) Indem Sie alle Terme zusammenfassen, welche nur vom Winkel ϑ abhängen, erhalten Sie ein effektives Potential $V_{\text{eff}}(\vartheta)$. Berechnen Sie dieses. Bestimmen Sie die kritische Winkelgeschwindigkeit ω_c , ab der die Lage $\vartheta = \pi$ instabil wird. Was ist die Gleichgewichtslage für $\omega > \omega_c$? Skizzieren Sie das effektive Potential für diese Situation.

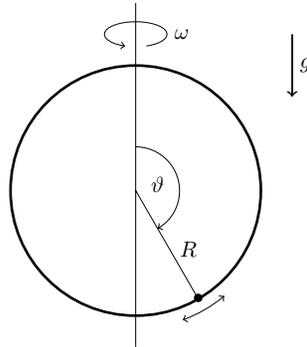


Abbildung 1: Rotierender Ring im Schwerfeld der Erde

Aufgabe 2 (40 Punkte): Dreiecksprisma

Ein rechtwinkliges, gleichschenkliges Dreieck mit Hypotenusenlänge a ist die Grundfläche eines geraden Prismas der Höhe h mit konstanter Dichte ρ .

- Bestimmen Sie mit Symmetrieargumenten (Rechnungen sind auch erlaubt, aber bedeutend aufwendiger) die Lage der drei Hauptträgheitsachsen und berechnen Sie den Schwerpunkt. Wählen Sie das Koordinatensystem entsprechend und fertigen Sie eine Skizze an. (Tipp: zeichnen Sie zuerst das Prisma und dann die Koordinatenachsen.)
- Berechnen Sie den diagonalen Trägheitstensor bezüglich des Schwerpunktes.
- Bestimmen Sie die kinetische Energie und den Drehimpuls einer Drehung um die Raumdiagonale $\vec{\omega} = \frac{\omega}{\sqrt{3}}(\vec{e}_x + \vec{e}_y + \vec{e}_z)$ durch den Schwerpunkt.

Aufgabe 3 (25 Punkte): Teilchen auf einer hyperbolischen Bahn

Auf ein Teilchen der Masse m , welches sich in der $x - y$ -Ebene bewegt, wirkt eine Kraft $F_y(x)$ parallel zur y -Achse. Bestimmen Sie die Abhängigkeit dieser Kraft $F_y(x)$ von der x -Koordinate, wenn sich das Teilchen auf einer hyperbolischen Bahn – beschrieben durch $xy = 1$ – durch die Ebene bewegt. Als Anfangsbedingung können Sie $x(0) = 1$ und $\dot{x}(0) = 1$ wählen.