

7. Übungsblatt  
Theoretische Physik 2: SS2016  
Dozent: Prof. M. Vanderhaeghen  
Hauptassistent: Leonardo de la Cruz

06.06.2016

**Aufgabe 1 (20 Punkte): Lorentz-Invarianten**

(a) (7 Punkte) Drücke die Größen

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad \tilde{F}_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}, \quad F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu},$$

durch das elektrische und magnetische Feld aus.

(b) (5 Punkte)

Welche Aussagen kann man damit über die Lorentzinvarianz der 3 Größen machen?

(c) (5 Punkte)

Zeige, dass  $\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$  invariant unter eigentlichen Lorentztransformationen ist.

(d) (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Kontraktion eines symmetrischen Tensors  $S_{\mu\nu}$  mit einem antisymmetrischen Tensor  $A_{\mu\nu}$  Null ergibt.

**Aufgabe 2 (35 Punkte): bewegtes magnetisches Moment**

Betrachte ein magnetisches Dipolmoment  $\mathbf{m}$  im Ursprung des Bezugssystems  $S'$ , welches sich mit konstanter Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  gegenüber  $S$  bewegt. In  $S'$

sind die Potentiale durch

$$\mathbf{A}' = \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{r}'}{4\pi r'^3} \quad \text{und} \quad \phi' = 0$$

gegeben.

**(a) (15 Punkte)**

Leite das Potential  $\phi$  in  $S$  her.

**(b) (10 Punkte)**

Was ergibt sich für das Potential  $\phi$  im nicht-relativistischen Limes?

**(c) (10 Punkte)**

Berechne  $\mathbf{E}$  aus  $\phi$ .

### Aufgabe 3 (20 Punkte): elektrische und magnetische Felder in unterschiedlichen Bezugssystemen

In einem Inertialsystem  $S$  seien das elektrische Feld  $\mathbf{E}$  und das magnetische Feld  $\mathbf{B}$  weder parallel noch senkrecht zueinander.

**(a) (5 Punkte)**

Zeige allgemein, dass  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$  eine relativistisch invariante Größe ist.

**(b) (5 Punkte)**

Ist es möglich ein elektromagnetisches Feld zu haben, welches in einem Inertialsystem als rein elektrisches Feld und in einem anderen Inertialsystem als rein magnetisches Feld vorliegt?

**(c) (10 Punkte)** Zeige (unabhängig von der Wahl von  $S$ ), dass in einem Bezugssystem  $S'$ , welches sich relativ zu  $S$  mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  bewegt, wobei  $\mathbf{v}$  durch

$$\frac{\mathbf{v}}{1 + v^2/c^2} = \frac{c\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{E^2 + B^2}$$

gegeben ist, die Felder  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$  parallel sind.

## Aufgabe 4 (25 Punkte): Bewegung eines geladenen Teilchens in einem konstanten homogenen elektrischen Feld

Betrachte ein Teilchen mit Ladung  $q$ , das sich in einem elektromagnetischen Feld mit dem Feldtensor  $F_{\mu\nu}$  bewegt. Die Bewegungsgleichung in lorentzinvarianter Form sei durch

$$m \frac{du^\mu}{d\tau} = \frac{q}{c} F^\mu{}_\nu u^\nu,$$

mit  $u^\mu = dx^\mu/d\tau = \gamma dx^\mu/dt$  und dem relativistischen Impuls  $p^\mu = mu^\mu$ , gegeben.

**(a) (10 Punkte)**

Leite mit Hilfe der Bewegungsgleichung und der expliziten Darstellung von  $F_{\mu\nu}$  Bewegungsgleichungen für die Energie  $W$  und den Impuls  $\mathbf{p}$  des Teilchens her.

**(b) (15 Punkte)**

Löse die Bewegungsgleichungen und finde die Bahn  $\mathbf{r}(t)$  einer Ladung im homogenen, konstanten Feld  $\mathbf{E} = E_0 \mathbf{e}_x$ , wobei die Ladung im Ursprung mit Geschwindigkeit  $\mathbf{v} = v_0 \mathbf{v}_x$  starten soll.