7. Übungsblatt
Theoretische Physik 2: SS2016
Dozent: Prof. M. Vanderhaeghen
Hauptassistent: Leonardo de la Cruz

6.05.2016

Aufgabe 1 (20 Punkte): Lorentz-Invarianten

(a) (7 Punkte) Drücke die Größen

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad \tilde{F}_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}, \quad F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu},$$

durch das elektrische und magnetische Feld aus.
(b) (5 Punkte)
Welche Aussagen kann man damit über die Lorentzinvarianz der 3 Größen machen?
(c) (5 Punkte)
Zeige, dass $\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ invariant unter eigentlichen Lorentztransformationen ist.
(d) (3 Punkte)
Zeigen Sie, dass die Kontraktion eines symmetrischen Tensors $S_{\mu\nu}$ mit einem antisymmetrischen Tensor $A_{\mu\nu}$ Null ergibt.

Aufgabe 2 (35 Punkte): bewegtes magnetisches Moment

Betrachte ein magnetisches Dipolmoment $\mathbf{m}$ im Ursprung des Bezugssystems S', welches sich mit konstanter Gechwindigkeit $\mathbf{v}$ gegenüber S bewegt. In S'

sind die Potentiale durch

$$\mathbf{A}' = \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{r}'}{4\pi r'^3} \quad \text{und} \quad \phi' = 0$$

gegeben.

(a) (15 Punkte)
Leite das Potential ϕ in S her.

(b) (10 Punkte)
Was ergibt sich für das Potential ϕ im nicht-relativistischen Limes?

(c) (10 Punkte)
Berechne $\mathbf{E}$ aus ϕ.

Aufgabe 3 (20 Punkte): elektrische und magnetische Felder in unterschiedlichen Bezugssystemen

In einem Inertialsystem S seien das elektrische Feld $\mathbf{E}$ und das magnetische Feld $\mathbf{B}$ weder parallel noch senkrecht zueinander.

(a) (5 Punkte)
Zeige allgemein, dass $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ eine relativistisch invariante Größe ist.

(b) (5 Punkte)
Ist es möglich ein elektromagnetisches Feld zu haben, welches in einem Inertialsystem als rein elektrisches Feld und in einem anderen Inertialsystem als rein magnetisches Feld vorliegt?

(c) (10 Punkte) Zeige (unabhängig von der Wahl von S), dass in einem Bezugssystem S', welches sich relativ zu S mit der Geschwindigkeit $\mathbf{v}$ bewegt, wobei $\mathbf{v}$ durch

$$\frac{\mathbf{v}}{1 + v^2/c^2} = \frac{c\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{E^2 + B^2}$$

gegeben ist, die Felder $\mathbf{E}$ und $\mathbf{B}$ parallel sind.

Aufgabe 4 (25 Punkte): Bewegung eines geladenen Teilchens in einem konstanten homogenen elektrischen Feld

Betrachte ein Teilchen mit Ladung q, das sich in einem elektromagnetischen Feld mit dem Feldtensor $F_{\mu\nu}$ bewegt. Die Bewegungsgleichung in lorentzinvarianter Form sei durch

$$m\frac{du^\mu}{d\tau} = \frac{q}{c}F^\mu{}_\nu u^\nu,$$

mit $u^\mu = dx^\mu/d\tau = \gamma dx^\mu/dt$ und dem relativistischen Impuls $p^\mu = mu^\mu$, gegeben.

(a) (10 Punkte)

Leite mit Hilfe der Bewegungsgleichung und der expliziten Darstellung von $F_{\mu\nu}$ Bewegungsgleichungen für die Energie W und den Impuls $\mathbf{p}$ des Teilchens her.

(b) (15 Punkte)

Löse die Bewegsgleichungen und finde die Bahn $\mathbf{r}(t)$ einer Ladung im homogenen, konstanten Feld $\mathbf{E} = E_0\mathbf{e}_x$, wobei die Ladung im Ursprung mit Geschwindigkeit $\mathbf{v} = v_0\mathbf{v}_x$ starten soll.