

1. Übungsblatt
Theoretische Physik 2: SS2016
Dozent: Prof. M. Vanderhaeghen
Hauptassistent: Leonardo de la Cruz

18.04.2016

Aufgabe 1 (20 Punkte): Divergenz

Berechne die Divergenz:

$$\nabla \cdot (\mathbf{r}f(r)), \quad (1)$$

als Funktion von f und df/dr .

Benutze das vorherige Resultat für den Spezialfall $f(r) = r^{n-1}$.

Für welchen Wert von n verschwindet die Divergenz ?

Aufgabe 2 (40 Punkte): Zylinderkoordinaten

Die Navier-Stokes Gleichungen aus der Hydrodynamik enthalten einen nicht-linearen Term der Form

$$\nabla \times [\mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v})], \quad (2)$$

wobei der Vektor $\mathbf{v}$ die Geschwindigkeit der Flüssigkeit darstellt. Betrachte eine Flüssigkeit die durch eine zylindrische Röhre in z-Richtung strömt mit

$$\mathbf{v} = v(r)\mathbf{e}_z, \quad (3)$$

wobei $\mathbf{e}_z$ den Einheitsvektor in z-Richtung darstellt. Benutze Zylinderkoordinaten (r, ϕ, z) und berechne

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{v}, \\ \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v}), \\ \nabla \times [\mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v})], \end{aligned} \tag{4}$$

in der Basis der Einheitsvektoren $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\phi, \mathbf{e}_z$ für Zylinderkoordinaten.

Aufgabe 3 (40 Punkte): Kugelkoordinaten

Betrachte ein magnetisches Vektorpotential der Form

$$\mathbf{A} = C \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{r}}{r^3}. \tag{5}$$

Dies entspricht ein punktförmiger magnetischer Dipol. Der konstante Vektor $\mathbf{m}$ ist das sogenannte magnetische Dipolmoment, und C ist ein konstanter Faktor.

Betrachte $\mathbf{m} = m \mathbf{e}_z$, und zerlege die Komponenten des magnetischen Feldes $\mathbf{B}$ in Kugelkoordinaten (r, θ, ϕ) , mit Einheitsvektoren $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi$.