11. Übungsblatt
Theoretische Physik 6: WS2014/15
Dozent: Prof. M. Vanderhaeghen

19.01.2015

Aufgabe 1 (60 Punkte): Elektron-Positron-Annihilation in ein skalares Quark-Antiquark-Paar: $e^+e^- \to q\bar{q}$

Betrachte die Elektron-Positron-Annihilation in ein Quark-Antiquark-Paar $e^+(k_2)\, e^-(k_1) \to q(p_2)\, \bar{q}(p_1)$. Das Elektron soll als masseloses Dirac-Teilchen und das Quark als masseloses Klein-Gordon-Teilchen angesehen werden.

(a) (20 Punkte) Das quadrierte Matrixelement erhält man durch die Mittelung über die Spinkonfigurationen des Elektrons und Positrons. Es lässt sich in der Form

$$|M|^2 = \frac{e^4 e_q^2}{s^2} L^{\mu\nu} Q_{\mu\nu}$$

schreiben, mit der Quarkladung - $e_q e$.

Finde einen Ausdruck für den Quarktensor $Q_{\mu\nu}$ und den leptonischen Tensor $L_{\mu\nu}$ in Abhängigkeit von k_1, k_2, p_1, p_2.

Lösung:

$$L^{\mu\nu} = k_2^\mu k_1^\nu + k_1^\mu k_2^\nu - \frac{s}{2} g^{\mu\nu}$$
$$Q^{\mu\nu} = (p_2 - p_1)_\mu (p_2 - p_1)_\nu$$

(b) (10 Punkte) Berechne $L^{\mu\nu} Q_{\mu\nu}$ in Abhängigkeit von der Mandelstam-variablen s und dem Winkel zwischen dem einlaufenden Elektron und dem

Antiquark im Endzustand im Schwerpunktsystem.

Lösung:

$$L^{\mu\nu} Q_{\mu\nu} = \frac{s^2}{2} \sin^2 \theta$$

(c) (10 Punkte) Finde einen Ausdruck für $L^{\mu\nu} Q_{\mu\nu}$ in Abhängigkeit von den Mandelstamvariablen $s = (k_1 + k_2)^2$ und $t = (k_1 - p_1)^2$.

Lösung:

$$L^{\mu\nu} Q_{\mu\nu} = -2t(s + t)$$

(d) (5 Punkte) Gib einen Ausdruck für den differenziellen Wirkungsquerschnitts im Schwerpunktsystem in Abhängigkeit vom Matrixelement $|M|^2$ an.

(e) (10 Punkte) Integriere über den Phasenraum des Quark und den Impuls des Antiquarks um einen Ausdruck des differenziellen Wirkungsquerschnitts in Abhängigkeit von der Energie im Schwerpunktsystem $s = (k_1 + k_2)^2$ und dem Winkel zwischen k_1 und p_1 zu erhalten.

Lösung:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\cos\theta} = \frac{1}{32\pi s} |M|^2$$

(f) (5 Punkte) Bestimme den differenziellen Wirkungsquerschnitt im Schwerpunktsystem.

Aufgabe 2 (40 Punkte): Elektron-Positron-Annihilation: $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$

Betrachte die Elektron-Positron-Annihilation in ein Myon-Antimyon-Paar $e^+(k_2)e^-(k_1) \to \mu^+(p_2)\mu^-(p_1)$. Elektron und Myon sollen als masselose Dirac-Teilchen angesehen werden.
Leite den differentiellen Wirkungsquerschnitt im Schwerpunktsystem

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\cos\theta}(e^+e^- \to \mu^+\mu^-) = \frac{\pi\alpha^2}{2s}(1 + \cos^2\theta)$$

ausgehend von

$$\mathrm{d}\sigma = \frac{1}{2s}\frac{1}{(2\pi)^2}\int d\Omega_{\vec{p}_1}\frac{\mathrm{d}|\vec{p}_1|\,|\vec{p}_1|^2}{4(p_1^0)^2}\delta(\sqrt{s}-2|\vec{p}_1|)\frac{e^4}{4s^2}\,\mathrm{Tr}(\not{k}_2\gamma_\mu\not{k}_1\gamma_\nu)\,\mathrm{Tr}(\not{p}_1\gamma^\mu\not{p}_2\gamma^\nu)$$

her.