Übungsblatt 4

zur Vorlesung
"Theorie III - Quantenmechanik"
im Sommersemester 2015

Dozent: Univ.-Prof. Dr. Hartmut H. Wittig Oberassistent: Felix Erben

Abgabe: Freitag, 22.05.2015, 10:00,
im Foyer des Instituts für Kernphysik.

1. *Delta-Potentialwand*

   Gegeben sei das Potential

   $$V(x) = -V_0\delta(x) \qquad \text{mit } V_0 > 0$$

   (a) (3 Punkte) Berechne die Lösungen für die Schrödingergleichung für den fall $E < 0$. Betrachte insbesondere auch die Stetigkeit der Ableitung der Lösungen.

   (b) (1 Punkt) Berechne die gebundenen Energierzustände des Systems

   (c) (2 Punkte) Berechne für den Fall einer einlaufenden Welle und $E > 0$ die Stromdichten der einlaufenden (j_E), reflektierten (j_R) und gestreuten (j_D) Welle. Berechne die Verhältnisse

   $$R = \left|\frac{j_R}{j_E}\right|, \qquad T = \left|\frac{j_D}{j_E}\right|$$

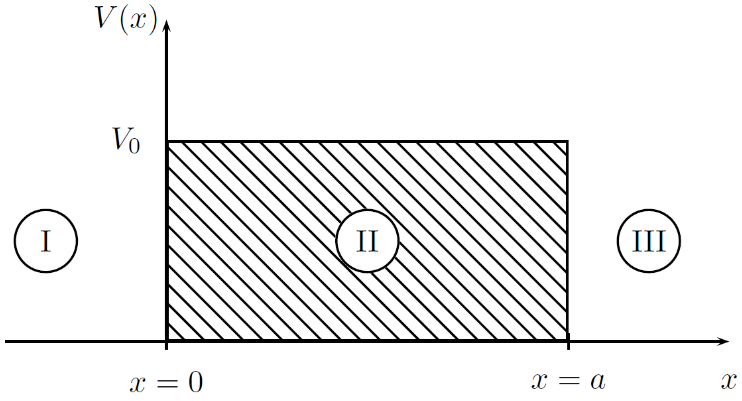
   und zeige $T + R = 1$.

   Hinweis: Um das Verhalten von $\Psi(x)$ am Punkt $x = 0$ zu bestimmen, integriere die Schrödingergleichung in dem Intervall $[-\epsilon, \epsilon]$ und untersuche den Grenzfall $\epsilon \to 0$.

2. *Rechteckpotential & Tunneleffekt*

   Ein Teilchen laufe aus der Richtung $x = -\infty$ gegen das Potential

   $$V(x) = \begin{cases} V_0, & 0 \leq x \leq a \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$



(a) (6 Punkte) Berechne die Lösungen für die Schrödingergleichung in den drei Bereichen (siehe Skizze). Mache für die drei Bereiche den Ansatz

$$\Psi_l(x) = A_l e^{ik_l x} + B_l e^{-ik_l x}$$

und treffe eine Fallunterscheidung $E > V_0$ und $E < V_0$. Skizziere die Lösung für $E < V_0$. **Hinweis:** Benutze die Stetigkeit der Wellenfunktion und ihrer ersten Ableitung, um Bedingungen für die Koeffizienten A_l und B_l zu erhalten.

(b) (3 Punkte) Berechne die Stromdichten der einlaufenden (j_E), reflektierten (j_R) und gestreuten (j_D) Welle. Berechne die Verhältnisse

$$R = \left|\frac{j_R}{j_E}\right|, \qquad T = \left|\frac{j_D}{j_E}\right|$$

und zeige $T + R = 1$.

3. *Kommutatoren*

Berechne die Kommutatoren

(a) (1 Punkt) $[x, L_x]$,

(b) (1 Punkt) $[y, L_x]$,

(c) (1 Punkt) $[x^2, e^{-p_x/b}]$,

(d) (1 Punkt) $[p_x, \sinh(\frac{x}{a})]$,

(e) (1 Punkt) $[p_x, \vec{L}]$.

Dabei ist $\vec{L}$ der Drehimpulsoperator.