

Übungsblatt 1
zur Vorlesung
"Theorie III - Quantenmechanik"
im Sommersemester 2015

Dozent: Univ.-Prof. Dr. Hartmut H. Wittig

Oberassistent: Felix Erben

Abgabe: Montag, 04.05.2015, 10:00,
im Foyer des Instituts für Kernphysik.

1. *Gaußsche Integrale*

Das Gaußsche Integral ist gegeben durch

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}, \quad \operatorname{Re}(a) > 0.$$

Verifiziere die folgenden Ergebnisse ($\operatorname{Re}(a) > 0$ wird im Folgenden immer angenommen):

(a) (4 Punkte)

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2 \pm 2bx} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{\frac{b^2}{a}},$$

(b) (3 Punkte)

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{2n+1} e^{-ax^2} dx = 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}_0,$$

(c) (3 Punkte)

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}.$$

2. *Bohrsches Atommodell*

Im Bohrschen Atommodell bewegt sich das Elektron auf diskreten Kreisbahnen um den positiv geladenen Atomkern. Der Radius r_n dieser Bahnen wird durch die Quantisierungsbedingung für den Bahndrehimpuls

$$L = n\hbar = n \frac{h}{2\pi}$$

festgelegt.

- (a) (3 Punkte) Zeige mit Hilfe der De-Broglie-Beziehung ($\lambda = \frac{h}{p}$), dass die Kreisbahn des Elektrons ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge des Elektrons ist (stehende Welle)

$$n\lambda = 2\pi r_n$$

- (b) (3 Punkte) Zeige, dass die Bahngeschwindigkeit des Elektrons viel kleiner als die Lichtgeschwindigkeit ist und somit relativistische Effekte in diesem Modell vernachlässigt werden können.
- (c) (4 Punkte) Berechne E_n , die Gesamtenergie des Wasserstoffatoms als Funktion von n . Berechne hieraus die Grundzustandsenergie ΔE_0 , wobei

$$\Delta E_0 = E_\infty - E_1.$$

Hinweise:

$$\begin{aligned} L &= mvr_n \\ F_C &= \frac{e^2}{r_n^2} && \text{(Coulombkraft, Gauß-Einheiten)} \\ F_Z &= \frac{mv_n^2}{r_n} && \text{(Zentripetalkraft)} \end{aligned}$$