

Baryonspektroskopie –  $pp \rightarrow p\pi^0p$   
Partialwellenanalyse  
Statusreport 13

Tobias Weisrock

Gruppenmeeting  
12. Mai 2014



JOHANNES GUTENBERG  
UNIVERSITÄT MAINZ

# Treffen mit Alexander Fix

- ▶ Entwicklung nach Momenten

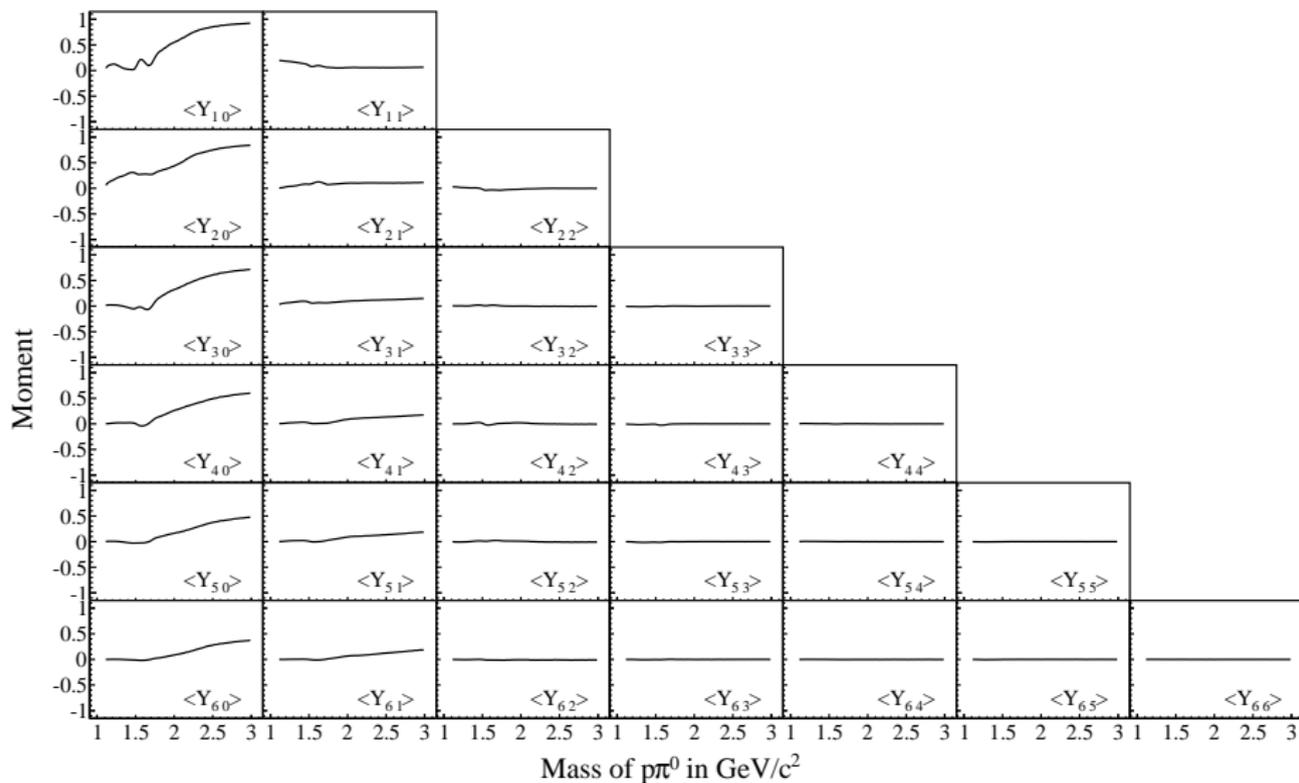
$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\Omega_p} = \sum_{LM} \sqrt{\frac{2L+1}{4\pi}} \langle Y_{LM} \rangle Y_{LM}(\Omega_p)$$

- ▶  $Y_{LM}$  sind orthogonal und normiert → Momente können berechnet werden

$$\langle Y_{LM} \rangle = \sqrt{\frac{4\pi}{2L+1}} \int Y_{LM}^*(\Omega_p) \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\Omega_p} d\Omega_p$$



# Einige Momente der Daten



# Treffen mit Alexander Fix

## Frage

Warum gibt es in den Daten eine  $\phi$ -Abhängigkeit?



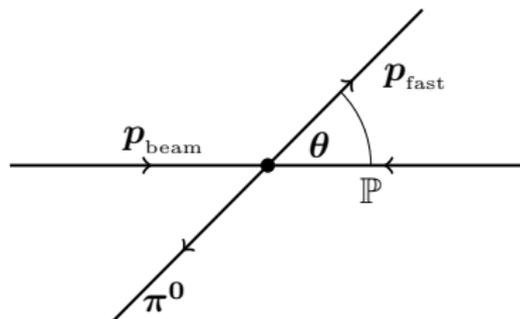
# Treffen mit Alexander Fix

## Frage

Warum gibt es in den Daten eine  $\phi$ -Abhängigkeit?

Fakten:

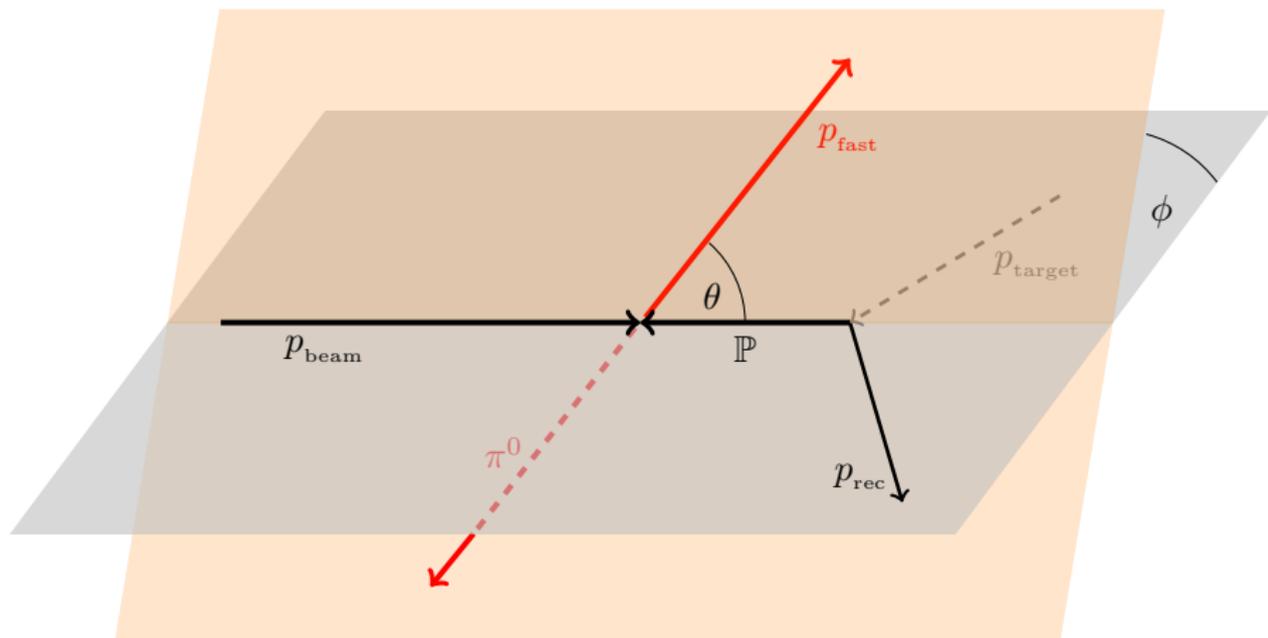
- ▶ Wir parametrisieren nur den Zerfall  $\mathbf{N}^* \rightarrow \mathbf{p}\pi^0$
- ▶ Hierbei ist a priori nur ein Winkel definiert (Streuwinkel im CMS)



- ▶ Man erwartet keine Abhängigkeit von einem zweiten Winkel
- ▶ Der zweite Winkel  $\phi$  wird durch den Gottfried-Jackson Frame definiert



# Gottfried-Jackson Frame



# Treffen mit Alexander Fix

## Frage

Warum gibt es in den Daten eine  $\phi$ -Abhängigkeit?



# Treffen mit Alexander Fix

## Frage

Warum gibt es in den Daten eine  $\phi$ -Abhängigkeit?

Fakten:

- ▶ Der Winkel  $\phi$  wird durch den Gottfried-Jackson Frame definiert
  - ▶  $\phi$  ist der Winkel zur Produktionsebene
  - ▶ Die Produktionsebene ist über die Reaktion mit dem Rückstoßproton definiert
- Pomeron austausch



# Treffen mit Alexander Fix

## Frage

Warum gibt es in den Daten eine  $\phi$ -Abhängigkeit?

Fakten:

- ▶ Der Winkel  $\phi$  wird durch den Gottfried-Jackson Frame definiert
  - ▶  $\phi$  ist der Winkel zur Produktionsebene
  - ▶ Die Produktionsebene ist über die Reaktion mit dem Rückstoßproton definiert
- Pomeronaustausch

## Antwort

Die  $\phi$ -Abhängigkeit resultiert aus dem Pomeronaustausch



# Treffen mit Alexander Fix

## Frage

Warum gibt es in den Daten eine  $\phi$ -Abhängigkeit?

Fakten:

- ▶ Der Winkel  $\phi$  wird durch den Gottfried-Jackson Frame definiert
  - ▶  $\phi$  ist der Winkel zur Produktionsebene
  - ▶ Die Produktionsebene ist über die Reaktion mit dem Rückstoßproton definiert
- Pomeron austausch

## Antwort

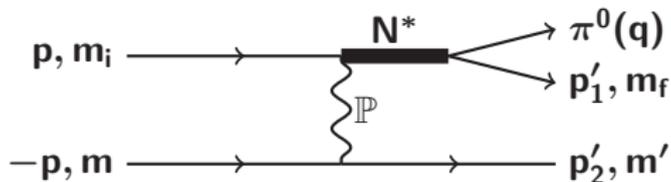
Die  $\phi$ -Abhängigkeit resultiert aus dem Pomeron austausch  
⇒ Der Pomeron austausch muss in der PWA mit parametrisiert werden!



# Formalismus

Wir betrachten die Streuung zweier Protonen im Schwerpunktsystem

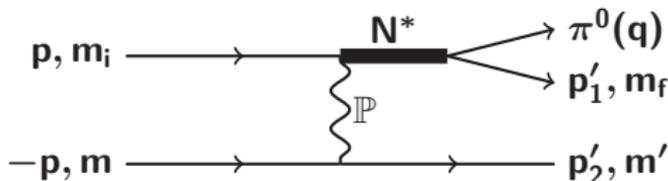
$$p(\mathbf{E}, \vec{p}) + p(\mathbf{E}, -\vec{p}) \longrightarrow p(\mathbf{E}'_1, \vec{p}'_1) + p(\mathbf{E}'_2, \vec{p}'_2) + \pi^0(\omega_\pi, \vec{q}_\pi)$$



# Formalismus

Wir betrachten die Streuung zweier Protonen im Schwerpunktsystem

$$p(E, \vec{p}) + p(E, -\vec{p}) \longrightarrow p(E'_1, \vec{p}'_1) + p(E'_2, \vec{p}'_2) + \pi^0(\omega_\pi, \vec{q}_\pi)$$



Es gibt 5 unabhängige kinematische Variablen:

- ▶ Die invariante Masse  $\omega_{\pi p}$  des Pions und des schnellen Protons  $\mathbf{p}'_1$
- ▶ Die Richtung der  $\pi$ - $\mathbf{p}'_1$ -Systems (bzw. des Rückstoßprotons  $\mathbf{p}'_2$ )  $\rightarrow \Omega = (\theta, \phi)$
- ▶ Die Richtung des Pions im Gottfried-Jackson-Frame  $\rightarrow \Omega_\pi^* = (\theta_\pi^*, \phi_\pi^*)$

# Formalismus

Der Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch

$$\frac{d\sigma}{d\omega_{\pi p} d\Omega d\Omega_{\pi}^*} = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{2M_N^4 p_2' q}{E^2 p} \sum_{S_i, M_i, S_f, M_f} |T_{S_i, M_i, S_f, M_f}|^2$$

mit den Gesamtspins im Anfangs- und Endzustand

$S_{i,f} = 0, 1$  und  $M_{i,f} = -S_{i,f}, \dots, S_{i,f}$



# Formalismus

Der Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch

$$\frac{d\sigma}{d\omega_{\pi p} d\Omega d\Omega_{\pi}^*} = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{2M_N^4 p_2' q}{E^2 p} \sum_{S_i, M_i, S_f, M_f} |T_{S_i, M_i, S_f, M_f}|^2$$

mit den Gesamtspins im Anfangs- und Endzustand

$S_{i,f} = 0, 1$  und  $M_{i,f} = -S_{i,f}, \dots, S_{i,f}$

Der Drehimpuls von Pion und Pomeron relativ zum schnellen Proton ist für jedes  $J^{\pi}$  festgelegt:

$N^*(J^{\pi})$	$S_{11}(\frac{1}{2}^-)$	$P_{11}(\frac{1}{2}^+)$	$P_{13}(\frac{3}{2}^+)$	$D_{13}(\frac{3}{2}^-)$	$D_{15}(\frac{5}{2}^-)$	$F_{15}(\frac{5}{2}^+)$
$L_{\pi}$	0	1	1	2	2	3
$L_{\mathbb{P}}$	1	0	2	1	3	2

Nur die Spinprojektionen  $m_{\pi}$  und  $m_{\mathbb{P}}$  sind frei.

# Formalismus

Die Amplitude  $\mathbf{T}_{S_i, M_i, S_f, M_f}$  hat eigentlich Beiträge aus 4 möglichen Prozessen, allerdings dominiert bei COMPASS der oben gezeigte.

$$\mathbf{T}_{S_i, M_i, S_f, M_f}(\vec{p}, -\vec{p}, \vec{p}'_1, \vec{p}'_2) = \sum_{N^*(J^\pi)} \sum_{m_i, m_f, m, m', m_\pi, m_P, M_J}$$

$$\left(\frac{1}{2}m_i, \frac{1}{2}m \mid S_i M_i\right) \left(\frac{1}{2}m_f, \frac{1}{2}m' \mid S_f M_f\right) \left(\frac{1}{2}m_i, L_P m_P \mid J M_J\right) \left(\frac{1}{2}m_f, L_\pi m_\pi \mid J M_J\right)$$

$$\frac{f_{PNN^*} f_{PNN}}{M_\pi^{L_\pi + L_P}} \times F(\omega_{\pi p}) f_{\pi NN^*} G_{N^*}(\omega_{\pi p}) \times G_P(\mathbf{t}) \times (-1)^{m_P} P_{-m_P}^{[L_P]} q_{m_\pi}^{[L_\pi]}$$

# Amplitude

$$\begin{aligned}
 T_{S_i, M_i, S_f, M_f}(\vec{p}, -\vec{p}, \vec{p}'_1, \vec{p}'_2) &= \sum_{N^*(J^\pi)} \sum_{m_i, m_f, m, m', m_\pi, m_P, M_J} \\
 &\left(\frac{1}{2}m_i, \frac{1}{2}m \mid S_i M_i\right) \left(\frac{1}{2}m_f, \frac{1}{2}m' \mid S_f M_f\right) \left(\frac{1}{2}m_i, L_P m_P \mid J M_J\right) \left(\frac{1}{2}m_f, L_\pi m_\pi \mid J M_J\right) \\
 &\frac{f_{PNN^*} f_{PNN}}{M_\pi^{L_\pi + L_P}} \times F(\omega_{\pi p}) f_{\pi NN^*} G_{N^*}(\omega_{\pi p}) \times G_P(t) \times (-1)^{m_P} P_{-m_P}^{[L_P]} q_{m_\pi}^{[L_\pi]}
 \end{aligned}$$

Kopplung der Spins der Protonen im Anfangs- und Endzustand sowie von  $p^P$  zur Resonanz und zurück zu  $p\pi^0$

Kopplungskonstanten des Pomerons an  $pp$  und  $pN^*$ , unbekannt aber konstant

Form der Resonanz in der invarianten  $p\pi$ -Masse →

Pomeronpropagator

Winkelabhängigkeit



# Amplitude

$$\begin{aligned}
 T_{S_i, M_i, S_f, M_f}(\vec{p}, -\vec{p}, \vec{p}'_1, \vec{p}'_2) &= \sum_{N^*(J^\pi)} \sum_{m_i, m_f, m, m', m_\pi, m_P, M_J} \\
 &\left(\frac{1}{2}m_i, \frac{1}{2}m \middle| S_i M_i\right) \left(\frac{1}{2}m_f, \frac{1}{2}m' \middle| S_f M_f\right) \left(\frac{1}{2}m_i, L_P m_P \middle| J M_J\right) \left(\frac{1}{2}m_f, L_\pi m_\pi \middle| J M_J\right) \\
 &\frac{f_{PNN^*} f_{PNN}}{M_\pi^{L_\pi + L_P}} \times F(\omega_{\pi p}) f_{\pi NN^*} G_{N^*}(\omega_{\pi p}) \times G_P(t) \times (-1)^{m_P} P_{-m_P}^{[L_P]} q_{m_\pi}^{[L_\pi]}
 \end{aligned}$$


---



# Amplitude

$$\begin{aligned}
 T_{S_i, M_i, S_f, M_f}(\vec{p}, -\vec{p}, \vec{p}'_1, \vec{p}'_2) &= \sum_{N^*(J^\pi)} \sum_{m_i, m_f, m, m', m_\pi, m_P, M_J} \\
 &\left(\frac{1}{2}m_i, \frac{1}{2}m \middle| S_i M_i\right) \left(\frac{1}{2}m_f, \frac{1}{2}m' \middle| S_f M_f\right) \left(\frac{1}{2}m_i, L_P m_P \middle| J M_J\right) \left(\frac{1}{2}m_f, L_\pi m_\pi \middle| J M_J\right) \\
 &\frac{f_{PNN^*} f_{PNN}}{M_\pi^{L_\pi + L_P}} \times \mathbf{F}(\omega_{\pi p}) \mathbf{f}_{\pi NN^*} \mathbf{G}_{N^*}(\omega_{\pi p}) \times \mathbf{G}_P(\mathbf{t}) \times (-1)^{m_P} \mathbf{P}_{-m_P}^{[L_P]} \mathbf{q}_{m_\pi}^{[L_\pi]}
 \end{aligned}$$

Vertex Formfaktor  $\mathbf{F}(\omega_{\pi p}) = \frac{\Lambda^4}{\Lambda^4 - (\omega_{\pi p}^2 - M_{N^*}^2)^2}$  mit  $\Lambda = 1.3 \text{ GeV}$

$\pi NN^*$  Kopplungskonstante  $\mathbf{f}_{\pi NN^*}$

Resonanzpropagator  $\mathbf{G}_{N^*}(\omega_{\pi p}) = \frac{1}{\omega_{\pi p} - M_{N^*} + \frac{i}{2}\Gamma_{N^*}(\omega_{\pi p})}$

$N^* \rightarrow \pi N$  Partialbreite  $\Gamma_{N^*}(\omega_{\pi p}) = \frac{f_{\pi NN^*}^2}{4\pi} \frac{F^2(\omega_{\pi p})}{\omega_{\pi p}} \frac{2M_N}{M_\pi^{2L_\pi}} \frac{L_\pi!}{(2L_\pi + 1)!!} \mathbf{q}^{2L_\pi + 1}$

# Amplitude

$$\begin{aligned}
 T_{S_i, M_i, S_f, M_f}(\vec{p}, -\vec{p}, \vec{p}'_1, \vec{p}'_2) &= \sum_{N^*(J^\pi)} \sum_{m_i, m_f, m, m', m_\pi, m_P, M_J} \\
 &\left(\frac{1}{2}m_i, \frac{1}{2}m \middle| S_i M_i\right) \left(\frac{1}{2}m_f, \frac{1}{2}m' \middle| S_f M_f\right) \left(\frac{1}{2}m_i, L_P m_P \middle| J M_J\right) \left(\frac{1}{2}m_f, L_\pi m_\pi \middle| J M_J\right) \\
 &\frac{f_{PNN^*} f_{PNN}}{M_\pi^{L_\pi + L_P}} \times F(\omega_{\pi\rho}) f_{\pi NN^*} G_{N^*}(\omega_{\pi\rho}) \times \mathbf{G}_P(\mathbf{t}) \times (-1)^{m_P} P_{-m_P}^{[L_P]} q_{m_\pi}^{[L_\pi]}
 \end{aligned}$$


---



# Amplitude

$$\begin{aligned}
 T_{S_i, M_i, S_f, M_f}(\vec{p}, -\vec{p}, \vec{p}'_1, \vec{p}'_2) &= \sum_{N^*(J^\pi)} \sum_{m_i, m_f, m, m', m_\pi, m_P, M_J} \\
 &\left(\frac{1}{2}m_i, \frac{1}{2}m \middle| S_i M_i\right) \left(\frac{1}{2}m_f, \frac{1}{2}m' \middle| S_f M_f\right) \left(\frac{1}{2}m_i, L_P m_P \middle| J M_J\right) \left(\frac{1}{2}m_f, L_\pi m_\pi \middle| J M_J\right) \\
 &\frac{f_{PNN^*} f_{PNN}}{M_\pi^{L_\pi + L_P}} \times F(\omega_{\pi p}) f_{\pi NN^*} G_{N^*}(\omega_{\pi p}) \times \mathbf{G}_P(\mathbf{t}) \times (-1)^{m_P} \mathbf{P}_{-m_P}^{[L_P]} \mathbf{q}_{m_\pi}^{[L_\pi]}
 \end{aligned}$$

Pomeronpropagator wird mittels Reggetrajektorie parametrisiert:

$$\mathbf{G}_P(\mathbf{t}) = \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha(t)-1} \frac{\pi\alpha'}{\sin(\pi\alpha(t))} \frac{e^{-i\pi\alpha(t)}}{\Gamma(\alpha(t))}$$

mit

$$s_0 = 1 \text{ GeV}$$

$$s = 2\sqrt{\vec{p}'_1{}^2 + M_N^2} \quad t = (E(N^*) - E)^2 - (\vec{N}^* - \vec{p})^2$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha' t, \quad \alpha_0 = 1.08, \quad \alpha' = 0.25$$



# Amplitude

$$\begin{aligned}
 T_{S_i, M_i, S_f, M_f}(\vec{p}, -\vec{p}, \vec{p}'_1, \vec{p}'_2) &= \sum_{N^*(J^\pi)} \sum_{m_i, m_f, m, m', m_\pi, m_P, M_J} \\
 &\left(\frac{1}{2}m_i, \frac{1}{2}m \middle| S_i M_i\right) \left(\frac{1}{2}m_f, \frac{1}{2}m' \middle| S_f M_f\right) \left(\frac{1}{2}m_i, L_P m_P \middle| J M_J\right) \left(\frac{1}{2}m_f, L_\pi m_\pi \middle| J M_J\right) \\
 &\frac{f_{PNN^*} f_{PNN}}{M_\pi^{L_\pi + L_P}} \times F(\omega_{\pi P}) f_{\pi NN^*} G_{N^*}(\omega_{\pi P}) \times G_P(t) \times (-1)^{m_P} P_{-m_P}^{[L_P]} q_{m_\pi}^{[L_\pi]}
 \end{aligned}$$


---



# Amplitude

$$\begin{aligned}
 T_{S_i, M_i, S_f, M_f}(\vec{p}, -\vec{p}, \vec{p}'_1, \vec{p}'_2) &= \sum_{N^*(J^\pi)} \sum_{m_i, m_f, m, m', m_\pi, m_P, M_J} \\
 &\left(\frac{1}{2}m_i, \frac{1}{2}m \middle| S_i M_i\right) \left(\frac{1}{2}m_f, \frac{1}{2}m' \middle| S_f M_f\right) \left(\frac{1}{2}m_i, L_P m_P \middle| J M_J\right) \left(\frac{1}{2}m_f, L_\pi m_\pi \middle| J M_J\right) \\
 &\frac{f_{PNN^*} f_{PNN}}{M_\pi^{L_\pi + L_P}} \times F(\omega_{\pi p}) f_{\pi NN^*} G_{N^*}(\omega_{\pi p}) \times G_P(t) \times (-1)^{m_P} P_{-m_P}^{[L_P]} q_{m_\pi}^{[L_\pi]}
 \end{aligned}$$

Die Winkelabhängigkeit ist in Form von Momenten parametrisiert:

$$Q_M^{[L]} = \sqrt{\frac{4\pi L!}{(2L+1)!!}} Q^L Y_{LM}(\theta_Q, \phi_Q)$$

Dabei ist  $\vec{P}$  der Relativimpuls von Pomeron und Strahlproton:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_P E - \vec{p} E_P}{E + E_P}$$

$$\vec{p}_P = \vec{N}^* - \vec{p} \quad E_P = E(N^*) - E$$



# Amplitude

$$\begin{aligned}
 T_{S_i, M_i, S_f, M_f}(\vec{p}, -\vec{p}, \vec{p}'_1, \vec{p}'_2) &= \sum_{N^*(J^\pi)} \sum_{m_i, m_f, m, m', m_\pi, m_P, M_J} \\
 &\left(\frac{1}{2}m_i, \frac{1}{2}m \mid S_i M_i\right) \left(\frac{1}{2}m_f, \frac{1}{2}m' \mid S_f M_f\right) \left(\frac{1}{2}m_i, L_P m_P \mid J M_J\right) \left(\frac{1}{2}m_f, L_\pi m_\pi \mid J M_J\right) \\
 &\frac{f_{PNN^*} f_{PNN}}{M_\pi^{L_\pi + L_P}} \times F(\omega_{\pi p}) f_{\pi NN^*} G_{N^*}(\omega_{\pi p}) \times G_P(t) \times (-1)^{m_P} P_{-m_P}^{[L_P]} q_{m_\pi}^{[L_\pi]}
 \end{aligned}$$


---

# Amplitude

$$\begin{aligned}
 T_{S_i, M_i, S_f, M_f}(\vec{p}, -\vec{p}, \vec{p}'_1, \vec{p}'_2) &= \sum_{N^* (J^\pi)} \sum_{m_i, m_f, m, m', m_\pi, m_P, M_J} \\
 &\left(\frac{1}{2}m_i, \frac{1}{2}m \mid S_i M_i\right) \left(\frac{1}{2}m_f, \frac{1}{2}m' \mid S_f M_f\right) \left(\frac{1}{2}m_i, L_P m_P \mid J M_J\right) \left(\frac{1}{2}m_f, L_\pi m_\pi \mid J M_J\right) \\
 &\frac{f_{PNN^*} f_{PNN}}{M_\pi^{L_\pi + L_P}} \times F(\omega_{\pi p}) f_{\pi NN^*} G_{N^*}(\omega_{\pi p}) \times G_P(t) \times (-1)^{m_P} P_{-m_P}^{[L_P]} q_{m_\pi}^{[L_\pi]}
 \end{aligned}$$

Freie Parameter in der Amplitude:

- ▶ Masse der Resonanz  $N^*$
- ▶ Kopplungskonstante  $f_{\pi NN^*}$  (→ Breite der Resonanz)
- ▶ Unabhängig von Spins und Spinprojektionen der Teilchen im Anfangs- und Endzustand und der Spinprojektion  $m_J$  der Resonanz, d.h nur zwei Parameter pro  $J^\pi$



# Mögliche Vorgehensweise?

- ▶ Fit in Bins der invarianten  $p\pi^0$ -Masse  $\omega_{\pi p}$
- ▶ Term der von Massen und Kopplungen abhängt  $\mathbf{F}(\omega_{\pi p})\mathbf{f}_{\pi NN^*}\mathbf{G}_{N^*}(\omega_{\pi p})$  als komplexen Fitparameter  $\rho e^{i\psi}$  verwenden und später dann die korrekte Form anfitten
- ▶ Fitfunktion ist dann

$$\frac{d\sigma}{d\Omega d\Omega_{\pi}^*} \propto \sum_{S_i, M_i, S_f, M_f} \left| \sum_{N^*(J^{\pi})} \rho e^{i\psi} \sum_{m_i, m_f, m, m', m_{\pi}, m_p, M_J} \mathcal{F}(\tau) \right|^2$$

wobei  $\mathcal{F}(\tau)$  alle anderen Teile der Amplitude enthält.  $\mathcal{F}(\tau)$  hat eine (komplizierte) analytische Form und parametrisiert die Winkelabhängigkeit.

# Mögliche Vorgehensweise?

Ungebinnter Maximum Likelihood Fit

→ Akzeptanzkorrektur über extended Likelihood möglich

$$\mathcal{L} = \prod_{\text{Events}} \frac{d\sigma}{d\Omega d\Omega^*_{\pi}}$$



# Mögliche Vorgehensweise?

Ungebinnter Maximum Likelihood Fit

→ Akzeptanzkorrektur über extended Likelihood möglich

$$\mathcal{L} = \prod_{\text{Events}} \frac{d\sigma}{d\Omega d\Omega^*_\pi}$$

**Problem:** Performance des Fits

- ▶ Likelihood muss im Fit sehr oft berechnet werden  
Jeweils 8 Millionen Events, viele Summationen über Spinprojektionen
- ▶ Idee: Vorberechnung der winkelabhängigen Terme pro Event:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega d\Omega^*_\pi} &\propto \sum_{S_i, M_i, S_f, M_f} \left| \sum_{N^*(J^\pi)} \rho e^{i\psi} \sum_{m_i, m_f, m, m', m_\pi, m_P, M_J} \mathcal{F}(\tau) \right|^2 \\ &= \sum_{S_i, M_i, S_f, M_f} \left| \sum_{N^*(J^\pi)} \rho e^{i\psi} \mathcal{C}(N^*, S_i, M_i, S_f, M_f) \right|^2 \end{aligned}$$

# Mögliche Vorgehensweise?

$$\frac{d\sigma}{d\Omega d\Omega_{\pi}^*} \propto \sum_{S_i, M_i, S_f, M_f} \left| \sum_{N^*(J^{\pi})} \rho e^{i\psi} \sum_{m_i, m_f, m, m', m_{\pi}, m_{\mathbb{P}}, M_J} \mathcal{F}(\tau) \right|^2$$

$$= \sum_{S_i, M_i, S_f, M_f} \left| \sum_{N^*(J^{\pi})} \rho e^{i\psi} \mathcal{C}(N^*, S_i, M_i, S_f, M_f) \right|^2$$

- ▶  $\mathcal{C}(N^*, S_i, M_i, S_f, M_f)$  können komplett berechnet werden  
 → keine komplizierten Berechnungen mehr während des Fits
- ▶ Deutlich bessere Performance erwartet