Baryonspektroskopie – $\mathbf{pp} \rightarrow \mathbf{p}\boldsymbol{\pi}^0\mathbf{p}$
Partialwellenanalyse
Statusreport 14

Tobias Weisrock

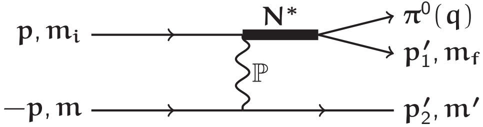
Gruppenmeeting
18. Juni 2014

JOHANNES GUTENBERG UNIVERSITÄT MAINZ

Erinnerung: Formalismus

Wir betrachten die Streuung zweier Protonen im Schwerpunktsystem

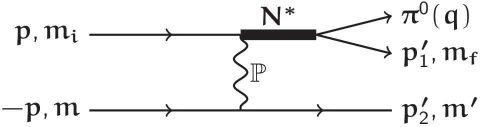
$$p(E, \vec{p}) + p(E, -\vec{p}) \longrightarrow p(E_1', \vec{p}_1') + p(E_2', \vec{p}_2') + \pi^0(\omega_\pi, \vec{q}_\pi)$$



Erinnerung: Formalismus

Wir betrachten die Streuung zweier Protonen im Schwerpunktsystem

$$p(E, \vec{p}) + p(E, -\vec{p}) \longrightarrow p(E_1', \vec{p}_1') + p(E_2', \vec{p}_2') + \pi^0(\omega_\pi, \vec{q}_\pi)$$



Es gibt 5 unabhängige kinematische Variablen:

- Die invariante Masse $\omega_{\pi p}$ des Pions und des schnellen Protons p_1'
- Die Richtung der π-p_1'-Systems (bzw. des Rückstoßprotons p_2') $\to \Omega = (\theta, \phi)$
- Die Richtung des Pions im Gottfried-Jackson-Frame $\to \Omega_\pi^* = (\theta_\pi^*, \phi_\pi^*)$

Erinnerung: Formalismus

Der Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch

$$\frac{d\sigma}{d\omega_{\pi p}\, d\Omega\, d\Omega_\pi^*} = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{2M_N^4 p_2' q}{E^2 p} \sum_{S_i, M_i, S_f, M_f} \left| T_{S_i, M_i, S_f, M_f} \right|^2$$

mit den Gesamtspins im Anfangs- und Endzustand
$S_{i,f} = 0, 1$ und $M_{i,f} = -S_{i,f}, \ldots, S_{i,f}$

Erinnerung: Formalismus

Der Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch

$$\frac{d\sigma}{d\omega_{\pi p}\,d\Omega\,d\Omega^*_\pi} = \frac{1}{(2\pi)^5}\frac{2M_N^4 p_2' q}{E^2 p}\sum_{S_i,M_i,S_f,M_f}\left|T_{S_i,M_i,S_f,M_f}\right|^2$$

mit den Gesamtspins im Anfangs- und Endzustand
$S_{i,f} = 0, 1$ und $M_{i,f} = -S_{i,f}, \ldots, S_{i,f}$

Der Drehimpuls von Pion und Pomeron relativ zum schnellen Proton ist für jedes J^π festgelegt:

$N^*(J^\pi)$	$S_{11}(\frac{1}{2}^-)$	$P_{11}(\frac{1}{2}^+)$	$P_{13}(\frac{3}{2}^+)$	$D_{13}(\frac{3}{2}^-)$	$D_{15}(\frac{5}{2}^-)$	$F_{15}(\frac{5}{2}^+)$
L_π	0	1	1	2	2	3
$L_{\mathbb{P}}$	1	0	2	1	3	2

Nur die Spinprojektionen m_π und $m_{\mathbb{P}}$ sind frei.

Erinnerung: Amplitude

$$T_{S_i,M_i,S_f,M_f}(\vec{p},-\vec{p},\vec{p}_1',\vec{p}_2') = \sum_{N^*(J^\pi)} \sum_{m_i,m_f,m,m',m_\pi,m_{\mathbb{P}},M_J}$$

$$\left(\frac{1}{2}m_i,\frac{1}{2}m\middle|S_iM_i\right)\left(\frac{1}{2}m_f,\frac{1}{2}m'\middle|S_fM_f\right)\left(\frac{1}{2}m_i,L_{\mathbb{P}}m_{\mathbb{P}}\middle|JM_J\right)\left(\frac{1}{2}m_f,L_\pi m_\pi\middle|JM_J\right)$$

$$\frac{f_{\mathbb{P}NN^*}f_{\mathbb{P}NN}}{M_\pi^{L_\pi+L_{\mathbb{P}}}} \times F(\omega_{\pi p})f_{\pi NN^*}G_{N^*}(\omega_{\pi p}) \times G_{\mathbb{P}}(t) \times (-1)^{m_{\mathbb{P}}} P^{[L_{\mathbb{P}}]}_{-m_{\mathbb{P}}} q^{[L_\pi]}_{m_\pi}$$

Kopplung der Spins der Protonen im Anfangs- und Endzustand sowie von $p\mathbb{P}$ zur Resonanz und zurück zu $p\pi^0$

Kopplungskonstanten des Pomerons an pp und pN^*, unbekannt aber konstant

Form der Resonanz in der invarianten $p\pi$-Masse

Pomeronpropagator

Winkelabhängigkeit

Vorgehensweise

- Fit in Bins der invarianten $p\pi^0$-Masse $\omega_{\pi p}$
- Term der von Massen und Kopplungen abhängt $F(\omega_{\pi p})f_{\pi N N^*}G_{N^*}(\omega_{\pi p})$ als komplexen Fitparameter $\rho e^{i\psi}$ verwenden und später dann die korrekte Form anfitten
- Fitfunktion ist dann

$$\frac{d\sigma}{d\Omega d\Omega_\pi^*} \propto \sum_{S_i, M_i, S_f, M_f} \left| \sum_{N^*(J^\pi)} \rho e^{i\psi} \sum_{m_i, m_f, m, m', m_\pi, m_{\mathbb{P}}, M_J} \mathcal{F}(\tau) \right|^2$$

wobei $\mathcal{F}(\tau)$ alle anderen Teile der Amplitude enthält. $\mathcal{F}(\tau)$ hat eine (komplizierte) analytische Form und parametrisiert die Winkelabhängigkeit.

Vorgehensweise

Ungebinnter Maximum Likelihood Fit
$\longrightarrow$ Akzeptanzkorrektur über extended Likelihood möglich

$$\mathcal{L}(\rho, \psi) = \prod_{\text{Events}} \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega \mathrm{d}\Omega^*_\pi}(\Omega, \Omega^*_\pi | \rho, \psi)$$

Vorgehensweise

Ungebinnter Maximum Likelihood Fit
$\longrightarrow$ Akzeptanzkorrektur über extended Likelihood möglich

$$\mathcal{L}(\rho, \psi) = \prod_{\text{Events}} \frac{d\sigma}{d\Omega d\Omega^*_\pi}(\Omega, \Omega^*_\pi | \rho, \psi)$$

Problem: Performance des Fits

- Likelihood muss im Fit sehr oft berechnet werden
  Jeweils 8 Millionen Events, viele Summationen über Spinprojektionen
- Idee: Vorberechnung der winkelabhängigen Terme pro Event:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega d\Omega^*_\pi} \propto \sum_{S_i, M_i, S_f, M_f} \left| \sum_{N^*(J^\pi)} \rho e^{i\psi} \sum_{m_i, m_f, m, m', m_\pi, m_\mathbb{P}, M_J} \mathcal{F}(\tau) \right|^2$$

$$= \sum_{S_i, M_i, S_f, M_f} \left| \sum_{N^*(J^\pi)} \rho(N^*) e^{i\psi(N^*)} \mathcal{C}(N^* | S_i, M_i, S_f, M_f) \right|^2$$

Vorgehensweise

$$
\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\Omega d\Omega^*_\pi} \propto \sum_{S_i, M_i, S_f, M_f} & \left| \sum_{N^*(J^\pi)} \rho e^{i\psi} \sum_{m_i, m_f, m, m', m_\pi, m_\mathbb{P}, M_J} \mathcal{F}(\tau) \right|^2 \\
= \sum_{S_i, M_i, S_f, M_f} & \left| \sum_{N^*(J^\pi)} \rho(N^*) e^{i\psi(N^*)} \mathcal{C}(N^* | S_i, M_i, S_f, M_f) \right|^2 \\
\equiv \sum_\tau & \left| \sum_k \rho_k e^{i\psi_k} \mathcal{C}_k(\tau) \right|^2
\end{aligned}
$$

- $\mathcal{C}_k(\tau)$ können komplett berechnet werden
  $\longrightarrow$ keine komplizierten Berechnungen mehr während des Fits
- Insgesamt 13 GB gespeicherte Daten
- Fits laufen in endlicher Zeit (1-6 h je nach Zahl der Events im Massenbin)

Erste Fitversuche

$$\mathcal{L}(\rho,\psi) = \prod_{\text{Events}} \frac{d\sigma}{d\Omega d\Omega^*_\pi}(\Omega,\Omega^*_\pi|\rho,\psi)$$

Problem: Fitparameter ρ_k werden beliebig groß
Erklärung:

- Für den Wirkungsquerschnitt gilt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega d\Omega^*_\pi} \propto \left|\sum_k \rho_k e^{i\psi_k} \mathcal{C}_k(\tau)\right|^2$$

$\longrightarrow$ Wirkungsquerschnitt wächst mit ρ_k

$\longrightarrow$ Likelihood wird größer **Lösung**: Kohärente Summe der Partialwellen muss die Zahl der Events ergeben

$$\left|\sum_k \rho_k e^{i\psi_k}\right| = N_{\text{Events}}$$

Korrektur

Zuätzlicher Faktor in der Likelihood, der $\left|\sum_k \rho_k e^{i\psi_k}\right| = N_{\text{Events}}$ erzwingt:

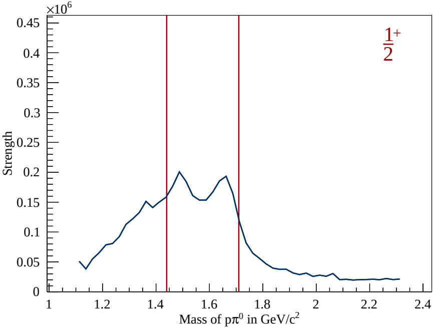
$$\mathcal{L} = e^{-\left(\left|\sum_k \rho_k e^{i\psi_k}\right| - N_{\text{Events}}\right)^2} \times \prod_{\text{Events}} \frac{d\sigma}{d\Omega d\Omega^*_\pi}(\rho_k, \psi_k)$$

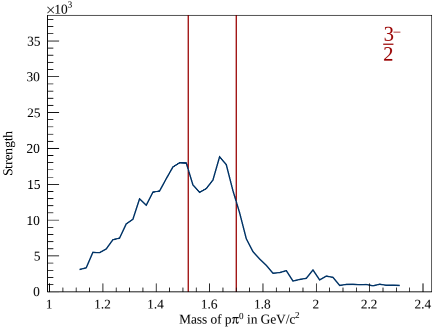
Bzw. für die Log-Likelihood

$$\log \mathcal{L} = -\left(\left|\sum_k \rho_k e^{i\psi_k}\right| - N_{\text{Events}}\right)^2 + \sum_{\text{Events}} \log \frac{d\sigma}{d\Omega d\Omega^*_\pi}(\rho_k, \psi_k)$$

Problem

- Korrektur dominiert den Fit
- (niedrige) Partialwellen folgen der Massenverteilung





Lösung

- mathematisch korrekte Behandlung der Nebenbedingung

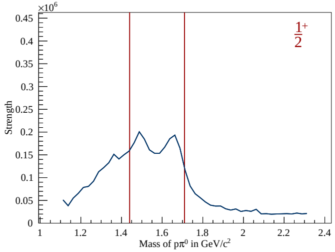
$\longrightarrow$ Lagrange-Multiplikator

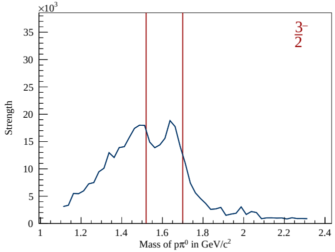
$$\log \mathcal{L} = -\lambda \left(\left| \sum_k \rho_k e^{i\psi_k} \right| - N_{\text{Events}} \right)^2 + \sum_{\text{Events}} \log \frac{d\sigma}{d\Omega d\Omega^*_\pi}(\rho_k, \psi_k)$$

- Lagrange-Multiplikator λ wird als zusätzlicher freier Parameter in der Maximierung verwendet
- sorgt für korrekte "Gewichtung" der Nebenbedingung

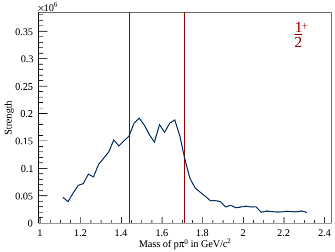
Erstes Ergebnis

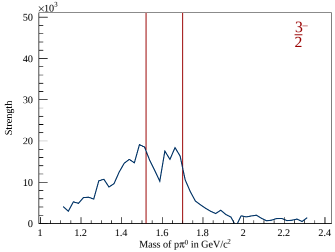
Vorher





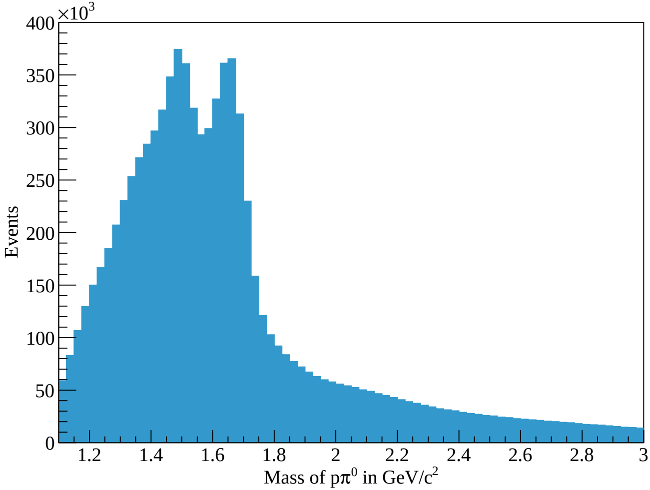
Nachher





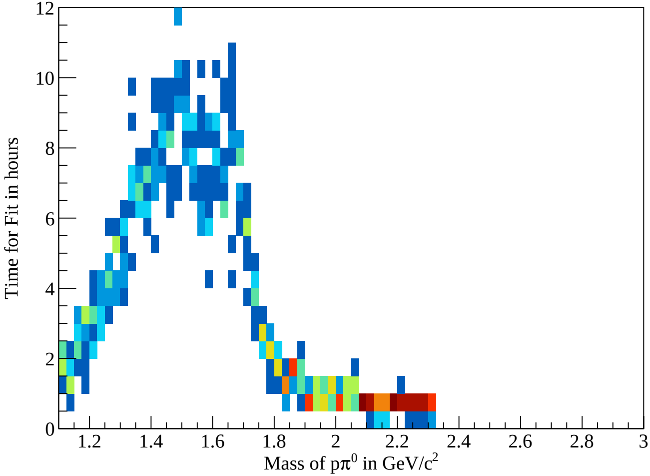
Fitperformance

Events pro Massenbin



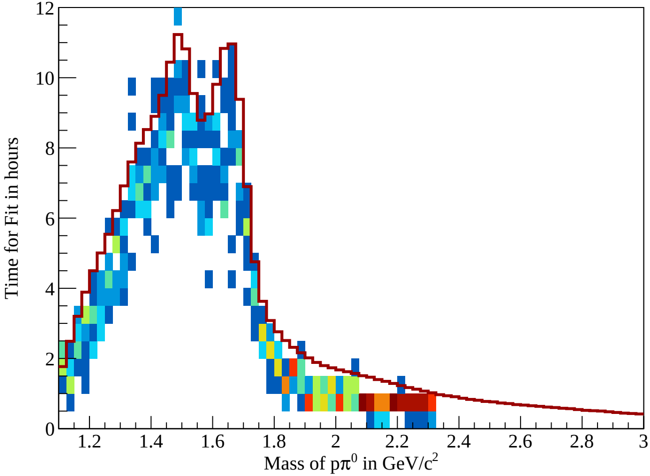
Fitperformance

Fitdauer im Massenbin



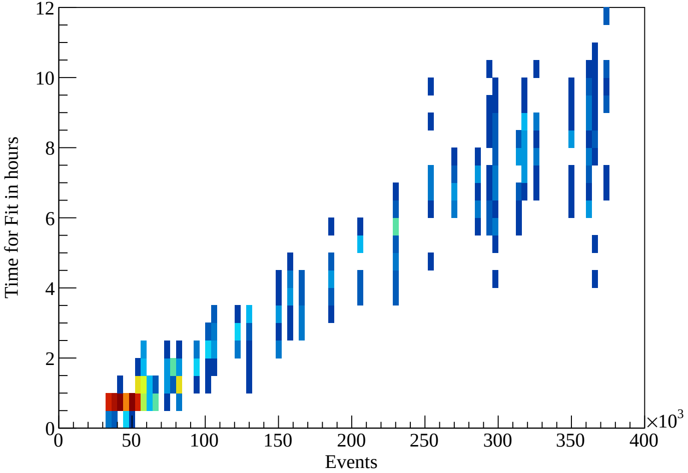
Fitperformance

Fitdauer im Massenbin



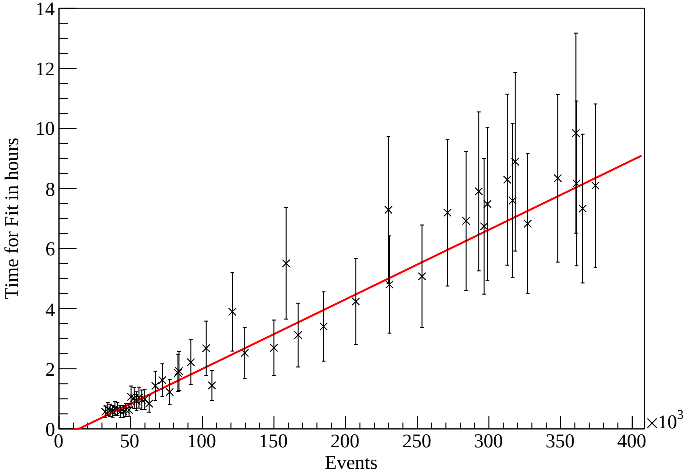
Fitperformance

Fitdauer gegen Zahl der Events im Massenbin

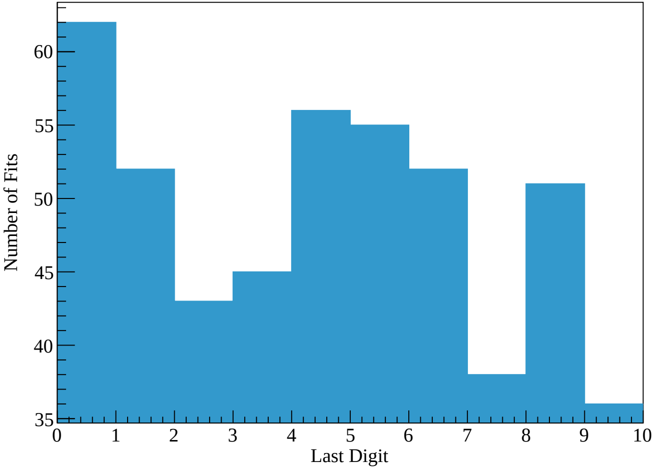


Fitperformance

Fitdauer $\mathbf{T} = \left(-0,31 + \frac{\mathbf{N}_{\text{Evt}}}{43196.5}\right)$ h



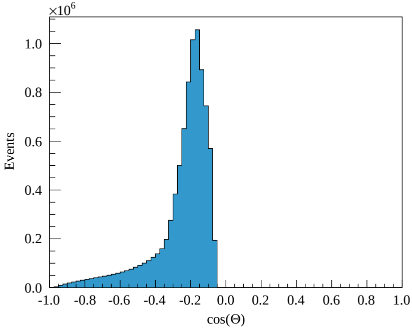
Fitperformance

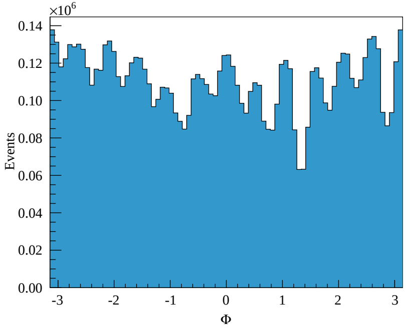


Mögliche Problemquelle

Ein Teil der Fitfunktion ist das Moment des Pomerons (= Kugelflächenfunktion)

$$Q_M^{[L]} = \sqrt{\frac{4\pi L!}{(2L+1)!!}} Q^L Y_{LM}(\theta_Q, \phi_Q)$$

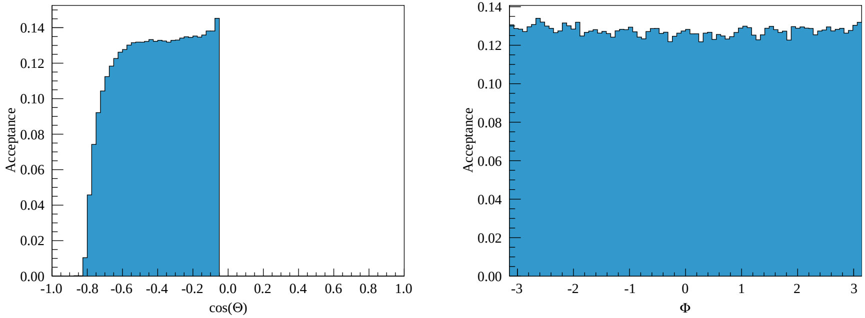




Mögliche Problemquelle

Ein Teil der Fitfunktion ist das Moment des Pomerons (= Kugelflächenfunktion)

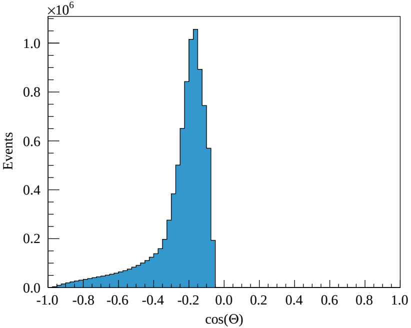
$$Q_M^{[L]} = \sqrt{\frac{4\pi L!}{(2L+1)!!}}\, Q^L Y_{LM}(\theta_Q, \phi_Q)$$

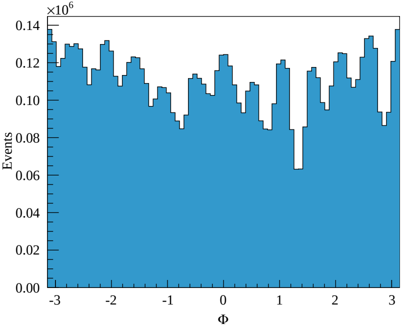


Mögliche Problemquelle

Ein Teil der Fitfunktion ist das Moment des Pomerons (= Kugelflächenfunktion)

$$Q_M^{[L]} = \sqrt{\frac{4\pi L!}{(2L+1)!!}}\, Q^L Y_{LM}(\theta_Q, \phi_Q)$$





Kein vernünftiger Fit einer Kugelflächenfunktion an diese Verteilungen möglich!
Fit nur in den Gottfried-Jackson Winkeln?