Baryonspektroskopie – $\mathbf{pp} \to \mathbf{p}\pi^0\mathbf{p}$
Partialwellenanalyse
Statusreport Woche 3+4

Tobias Weisrock

Gruppenmeeting
5. November 2013

JOHANNES GUTENBERG UNIVERSITÄT MAINZ

Themen für heute

Zentrale Produktion

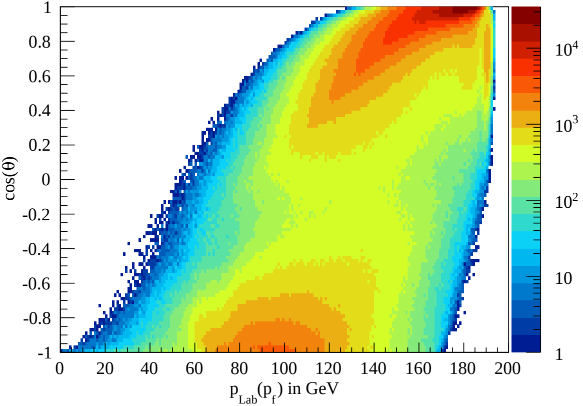
Akzeptanzkorrektur

Extended Likelihood

Minimierung

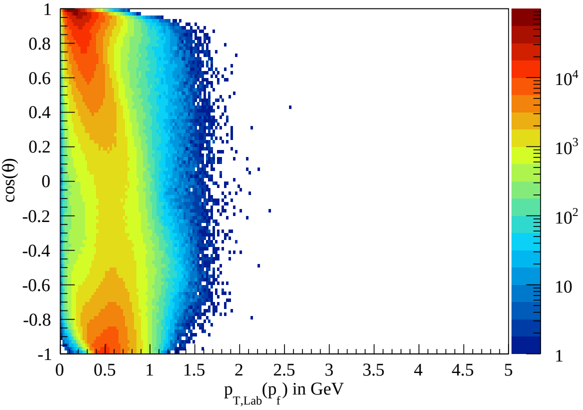
Zentrale Produktion I

Zusammenhang zwischen Winkel **cos(θ)** und Protonimpuls



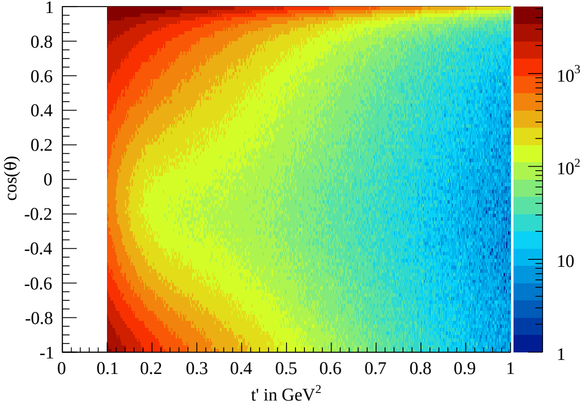
Zentrale Produktion I

Zusammenhang zwischen Winkel **cos(θ)** und Protonimpuls



Zentrale Produktion II

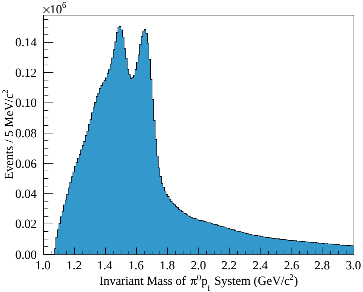
Schnitt auf $\mathbf{t' < 0.2\ GeV^2}$



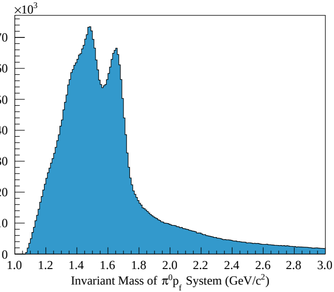
Zentrale Produktion II

Schnitt auf $\mathbf{t' < 0.2\ GeV^2}$

ohne Schnitt



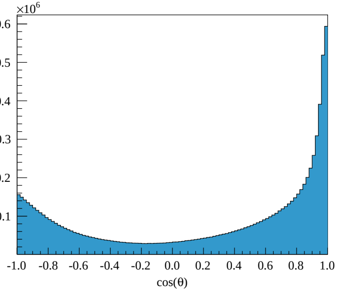
mit Schnitt



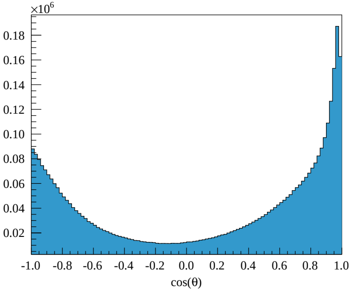
Zentrale Produktion II

Schnitt auf $\mathbf{t' < 0.2\ GeV^2}$

ohne Schnitt



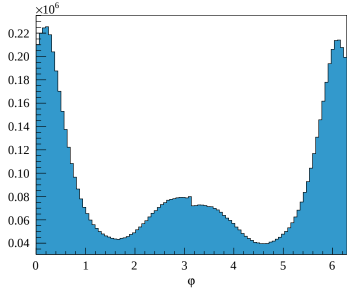
mit Schnitt



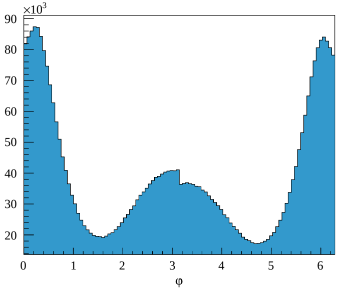
Zentrale Produktion II

Schnitt auf $\mathbf{t' < 0.2\ GeV^2}$

ohne Schnitt

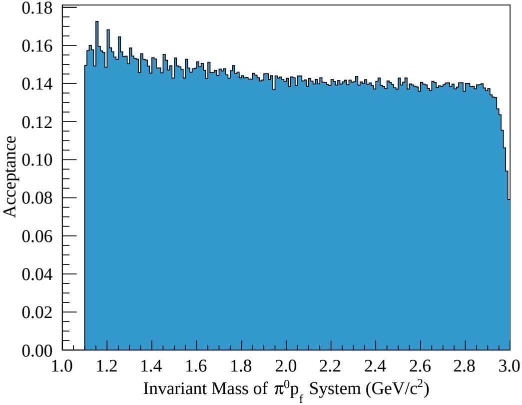


mit Schnitt



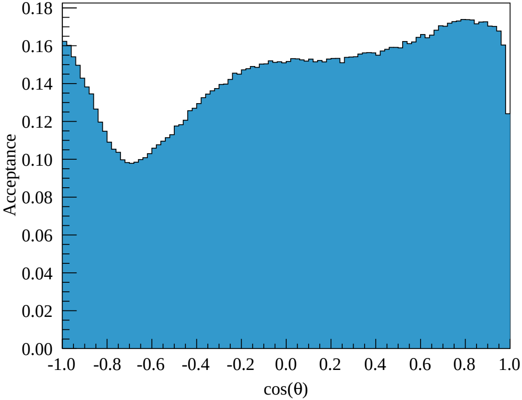
Akzeptanzkorrektur I

Akzeptanz in 3 Variablen: $\sqrt{s} = M_{p\pi^0}$, $\cos(\theta)$, ϕ



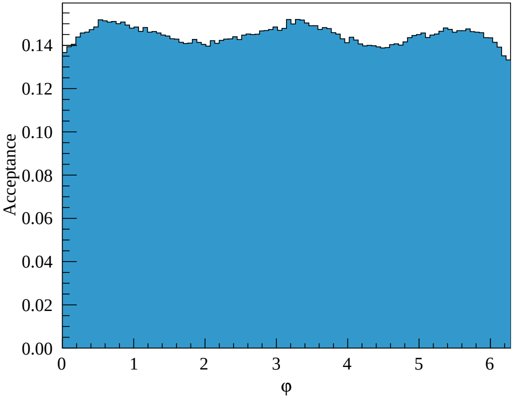
Akzeptanzkorrektur I

Akzeptanz in 3 Variablen: $\sqrt{s} = M_{p\pi^0}$, $\cos(\theta)$, ϕ



Akzeptanzkorrektur I

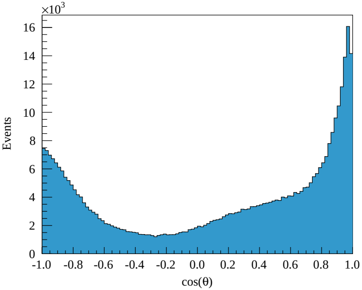
Akzeptanz in 3 Variablen: $\sqrt{s} = M_{p\pi^0}$, $\cos(\theta)$, ϕ



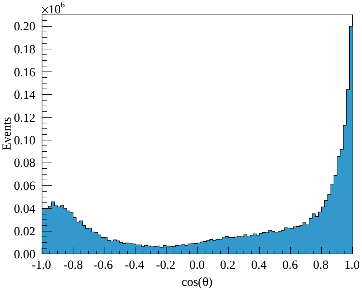
Akzeptanzkorrektur II

Auswirkungen der Korrektur auf den Bin bei **1750** MeV

ohne Korrektur



mit Korrektur



Extended Likelihood I

Wirkungsquerschnitt mit Spin:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(s,\theta,\varphi) = \frac{1}{4}\frac{1}{|\vec{q}_f|^2}\frac{1}{2}\sum_{\substack{\lambda_i=\pm\frac{1}{2}\\ \lambda_f=\pm\frac{1}{2}}}\left|\sum_{J=0}^{\infty}(2J+1){D^*}^J_{\lambda_i\lambda_f}(\varphi,\theta,0)T^J_{\lambda_i\lambda_f}(s)\right|^2$$

Fester Massenbin, vereinfachte Schreibweise:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta,\varphi) = \frac{1}{8|\vec{q}_f|^2}\sum_{\lambda}\left|\sum_{J=0}^{\infty}(2J+1){D^*}_{J\lambda}(\varphi,\theta,0)T_{J\lambda}\right|^2$$

Betragsquadrat ausführen mit $T_{JK} = t_{JK}\exp(i\phi_{JK})$:

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) &= \frac{1}{8|\vec{q}_f|^2}\sum_{J,K,\lambda}(2J+1)(2K+1)d_{J\lambda}(\theta)d_{K\lambda}(\theta)t_{J\lambda}t_{K\lambda}\cos(\phi_{J\lambda}-\phi_{K\lambda})\\ &= \frac{1}{8|\vec{q}_f|^2}I(\theta)\end{aligned}$$

Extended Likelihood II

Wahrscheinlichkeit, ein bestimmtes Event zu sehen:

$$\mathbf{P_i} = \frac{\mathbf{I}(\theta_i)}{\int \mathbf{I}(\theta)\eta(\theta,\varphi)\mathbf{d}\Omega} = \frac{\mathbf{I}(\theta)}{\overline{\mathbf{N}}}$$

mit $\overline{\mathbf{N}}$ erwarteten Events im Massenbin.
Damit wird die Likelihood normiert:

$$\mathcal{L} = \mathbf{P}(\mathrm{N\ Events}) \times \prod_{i=1}^{N} \mathbf{P_i} = \frac{\overline{\mathbf{N}}^{\mathbf{N}}}{\mathbf{N!}} \mathbf{e}^{-\overline{\mathbf{N}}} \times \prod_{i=1}^{N} \mathbf{P_i}$$

Mit $\mathbf{P_i}$ von oben:

$$\mathcal{L} = \frac{\mathbf{e}^{-\overline{\mathbf{N}}}}{\mathbf{N!}} \times \prod_{i=1}^{N} \mathbf{I}(\theta_i)$$

Minimiere $-\log \mathcal{L}$:

$$-\log \mathcal{L} = \log \mathbf{N!} + \overline{\mathbf{N}} - \sum_{i=1}^{N} \log \mathbf{I}(\theta_i)$$

Extended Likelihood III

Minimiere $-\log \mathcal{L}$:

$$-\log \mathcal{L} = \log N! + \overline{N} - \sum_{i=1}^{N} \log I(\theta_i)$$

log N! ist konstant $\longrightarrow$ ignorieren!
Damit:

$$-\log \mathcal{L} = \underbrace{\int I(\theta)\eta(\Omega)d\Omega}_{\text{MC}} - \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \log I(\theta_i)}_{\text{Daten}}$$

Zu berechnen (bzw. aus Monte-Carlo zu extrahieren) bleibt der erste Term.

Extended Likelihood IV

$$
\begin{aligned}
&\int \mathrm{I}(\theta)\eta(\Omega)\mathrm{d}\Omega \\
&= \int \mathrm{d}\Omega\eta(\Omega) \sum_{J,K,\lambda} (2J+1)(2K+1) d_{J\lambda}(\theta) d_{K\lambda}(\theta) t_{J\lambda} t_{K\lambda} \cos(\phi_{J\lambda} - \phi_{K\lambda}) \\
&= \sum_{J,K,\lambda} t_{J\lambda} t_{K\lambda} \cos(\phi_{J\lambda} - \phi_{K\lambda}) \int \mathrm{d}\Omega\eta(\Omega)(2J+1)(2K+1) d_{J\lambda}(\theta) d_{K\lambda}(\theta) \\
&= \sum_{J,K,\lambda} t_{J\lambda} t_{K\lambda} \cos(\phi_{J\lambda} - \phi_{K\lambda}) \mathcal{I}_{JK\lambda}
\end{aligned}
$$

Die Integrale $\mathcal{I}_{JK\lambda}$ können für jeden Massenbin vorher aus Monte-Carlo berechnet werden:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{I}_{JK\lambda} &= \int \mathrm{d}\Omega(2J+1)(2K+1) d_{J\lambda}(\theta) d_{K\lambda}(\theta) \eta(\Omega) \\
&= \frac{\int \mathrm{d}\Omega}{N_{MC}} \sum_{l=1}^{N_{MC}} (2J+1)(2K+1) d_{J\lambda}(\theta_l) d_{K\lambda}(\theta_l) \eta(\Omega_l)
\end{aligned}
$$

Extended Likelihood IV

$$\int \mathrm{I}(\theta)\eta(\Omega)\mathrm{d}\Omega$$
$$= \int \mathrm{d}\Omega\eta(\Omega) \sum_{J,K,\lambda} (2J+1)(2K+1)d_{J\lambda}(\theta)d_{K\lambda}(\theta)t_{J\lambda}t_{K\lambda}\cos(\phi_{J\lambda}-\phi_{K\lambda})$$
$$= \sum_{J,K,\lambda} t_{J\lambda}t_{K\lambda}\cos(\phi_{J\lambda}-\phi_{K\lambda}) \int \mathrm{d}\Omega\eta(\Omega)(2J+1)(2K+1)d_{J\lambda}(\theta)d_{K\lambda}(\theta)$$
$$= \sum_{J,K,\lambda} t_{J\lambda}t_{K\lambda}\cos(\phi_{J\lambda}-\phi_{K\lambda})\mathcal{I}_{JK\lambda}$$

Die Integrale $\mathcal{I}_{JK\lambda}$ können für jeden Massenbin vorher aus Monte-Carlo berechnet werden:

$$\mathcal{I}_{JK\lambda} = \int \mathrm{d}\Omega(2J+1)(2K+1)d_{J\lambda}(\theta)d_{K\lambda}(\theta)\eta(\Omega)$$
$$= \frac{\int \mathrm{d}\Omega}{N_{MC}} \sum_{l=1}^{N_{MC,acc}} (2J+1)(2K+1)d_{J\lambda}(\theta_l)d_{K\lambda}(\theta_l)$$

Extended Likelihood IV

Größe zum Minimieren:

$$
\begin{aligned}
-\log\mathcal{L} = \overline{N} - \sum_{i=1}^{N} \log I(\theta_i) \\
&= \int I(\theta)\eta(\Omega)d\Omega - \sum_{i=1}^{N} \log I(\theta_i) \\
&= \sum_{J,K,\lambda} t_{J\lambda} t_{K\lambda} \cos(\phi_{J\lambda} - \phi_{K\lambda}) \mathcal{I}_{JK\lambda} \\
&\quad - \sum_{i=1}^{N} \log \sum_{J,K,\lambda} (2J+1)(2K+1) d_{J\lambda}(\theta_i) d_{K\lambda}(\theta_i) t_{J\lambda} t_{K\lambda} \cos(\phi_{J\lambda} - \phi_{K\lambda})
\end{aligned}
$$

- Nicht gebinnt in $\cos(\theta)$
- Komplizierte Funktion mit vielen Parametern
- Schwierig zu minimieren

Minimierung

- Viele Implementierungen zum Minimieren in ROOT
- Teilweise veraltet
- Nach einiger Suche: ROOT Numerical Minimization Library
  - Einfach zu benutzen
  - Viele verschiedene Algorithmen
    - MINUIT2 (Migrad, Simplex, Fumili)
    - GSL Minimizer (Conjugate Gradient, Broyden-Fletcher–Goldfarb-Shanno, Steepest Descent)
    - GSL NL Least Square (Levemberg-Marquardt)
    - GSL Simulated Annealing
  - schlecht dokumentiert!
  - SEHR langsam auf ungebinnten Daten
  - Zwei Möglichkeiten:
    - Fit auf akzeptanzkorrigierten Histogrammen
    - Binned Extended Likelihood Fit

Programmstatus

Codezeilen gesamt:	2087(1377)
davon Header (inkl. Doxygen Dokumentation):	877(636)