Übungsaufgaben zur Vorlesung 08.128.121 im WS 17/18
„Theoretische Physik 2, Elektrodynamik“
Prof. Dr. Peter van Dongen
Institut für Physik, KOMET 7

JOHANNES GUTENBERG UNIVERSITÄT MAINZ

Aufgabenblatt 09, Abgabe: Montag, 08.01.2018, 10:15 Uhr

Aufgabe 24. Der relativistische Würfel - Fortsetzung (Präsenzanteil)

Wir möchten das optische Bild des Würfels im ultrarelativistischen Limes ($\gamma \gg 1$) nun aus der Nähe untersuchen und wählen einen Standort $\mathbf{x}_L$ für die Kamera, wobei $L > \frac{1}{2}a$, jedoch nicht mehr $L \gg a$ gilt. Wir richten die Kamera wieder auf den Ursprung und machen zur Zeit $t = L/c$ ein Foto.

(a) Berechnen Sie das optische Bild des Würfels im ultrarelativistischen Limes und skizzieren Sie es.

Schließlich kann man sich noch fragen, wie das optische Bild der Würfeloberfläche von *innen* aus betrachtet aussieht. Hierzu platzieren wir einen punktförmigen Beobachter im Ursprung des Inertialsystems K. (Damit der Beobachter das Vorbeirasen des Würfels überlebt, nehmen wir an, dass sich im Würfel ein kleines Tunnelloch befindet.)

(b) Beschreiben Sie quantitativ, welches optische Bild der Beobachter zur Zeit $t = 0$ von der Würfeloberfläche erhält und skizzieren Sie es.

Aufgabe 25. Lorentz-Transformationen und komplexe Drehungen (Hausaufgabe, 12 Punkte)

Der elektromagnetische Feldtensor $F^{\mu\nu} = (\mathbf{E}, c\mathbf{B})$ wird - wie jeder Tensor zweiter Stufe - wie $(F')^{\mu\nu} = \Lambda^{\mu}{}_{\rho}\Lambda^{\nu}{}_{\sigma}F^{\rho\sigma}$ transformiert, wobei (in der Notation von Seite 26 des e-Skripts) $\Lambda^{\mu}{}_{\nu} = e^{-i\boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{L}-\boldsymbol{\phi}\cdot\mathbf{M}}$ eine eigentliche orthochrone Lorentz-Transformation bezeichnet: $\Lambda \in \mathcal{L}_{+}^{\uparrow}$. Fügen wir die im Feldtensor $F^{\mu\nu}$ enthaltenen $\mathbf{E}$- und $\mathbf{B}$-Felder zu einem *komplexen* Vektor zusammen: $\mathbf{F} \equiv \mathbf{E} + ic\mathbf{B}$, so lässt sich die Lorentz-Transformation von $F^{\mu\nu}$ interessanterweise auch als komplexe Drehung von $\mathbf{F}$ formulieren: $\mathbf{F}' = R(\boldsymbol{\alpha} - i\boldsymbol{\phi})\mathbf{F}$. Beweisen Sie dies.