

Entwurf zum Bau
eines optischen Resonators
für ein Comptonrückstreupolarimeter

Diplomarbeit von Wolfgang Ketter
geb. am 25.8.1968 in Flörsheim/Main

Institut für Kernphysik
Johannes Gutenberg-Universität Mainz
15. Dezember 1998

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Das A4-Experiment	6
2.1	Grundlagen	6
2.2	Das Experiment	8
3	Compton-Polarimeter	10
3.1	Comptonstreuung	10
3.2	Polarisationsabhängiger Wechselwirkungsquerschnitt	11
3.3	Luminosität	14
4	Optische Resonatoren	23
4.1	Die Strahlenmatrix für paraxiale Strahlen	23
4.2	Stabilität von Resonatoren	25
4.3	Die paraxiale Wellengleichung	26
4.4	Gaußsche Strahlen	28
4.5	Transversale Gaußsche Moden höherer Ordnung	31
4.6	Moden Gaußscher Strahlen in Laserresonatoren	32
4.7	Verkippen der Resonatorspiegel	33
4.8	Resonatorgeometrien	34
4.9	Intensitätsüberhöhung	37
4.10	Erhaltung der Photonenpolarisation	38
4.11	Einkopplung der Laserleistung	40
4.12	Resonatorstabilisierung und Abstimmung	41
4.13	Synchrotronstrahlung	43
5	Laserstabilisierung	44
5.1	Der Laser	44
5.2	Strahlposition und Strahlintensität	46
5.3	Strahllageschwankungen	50
5.4	Aktive Strahllagestabilisierung mit Piezoelementen	54
6	Zusammenfassung und Ausblick	65
A	Skizze des geplanten Polarimeters	68
B	Drift der unregelmäßigen und der geregelten Signale der Laserstrahlposition	70
C	Fourierspektren der unregelmäßigen und der geregelten Laserstrahlschwankungen	71

D	Sylvesters Theorem	72
E	Elektronik	74
E.1	Elektronik der Quadrantendiode	74
E.2	Signalwandler für Piezoverstärker	75
E.3	Aktiver Potenztiefpass zweiten Grades	76
E.4	Approximation einer passiven LCR-Bandsperre	77

Abbildungsverzeichnis

1	Strangeness Formfaktoren des Nukleons	8
2	Comptonstreuung im Laborsystem und Ruhesystem des Elektrons.	11
3	Kinematik der polarisationsabhängigen Comptonstreuung.	12
4	Differentieller Wirkungsquerschnitt der Comptonstreuung	13
5	Luminosität bei verschiedenen Verhältnissen der Rayleighlängen.	17
6	Luminosität bei verschiedenen Kreuzungswinkeln.	19
7	Luminosität bei transversaler Verschiebung der Strahlen.	21
8	Luminosität bei longitudinaler Verschiebung der Strahlen.	21
9	Maximum der erreichbaren Luminosität.	21
10	Strahlenbündel in der geometrischen Optik	23
11	Reflexion am sphärischen Spiegel. (Geometrische Optik)	25
12	Kugelwelle	27
13	Gaußscher Strahl	30
14	Reflexion am sphärischen Spiegel. (Gaußsche Optik)	31
15	Verkippte Resonatorspiegel	34
16	Doppelbrechung an sphärischen dielektrischen Schichten	39
17	Einkopplung des Strahls in den Resonator	40
18	Fourierspektren der Strahlrohrschwingungen	42
19	Modenspektrum des Argonionenlasers	45
20	Quadrantendiode JQ20P	46
21	Intensitätssignal der Quadrantendiodelektronik	48
22	Intensitätsabhängigkeit der Lagesignale	49
23	Positionssignale der Quadrantendiodelektronik	49
24	Korrelation der horizontalen und vertikalen Ausgangssignale	49
25	Drift der Quadrantendiodelektronik	51
26	Drift der Laserstrahls	52
27	Fourierspektren der ungeretzten Positionssignale	53
28	Schwingungen der Kühlwasserleitung	53
29	Fourierspektren der Lasertischschwingungen	53
30	Geometrie der dreiachsigen Piezoelemente	55
31	Schema des Regelkreises	57
32	Frequenzgang der Signalkette ohne Filter.	57

33	Schema der Frequenzgangmessung	57
34	Frequenzgang der Signalkette mit RC-Glied	61
35	Über RC-Glied geregelte Strahllageschwankungen	61
36	Mitkopplung mit RC-Glied	61
37	Drift des geregelten Laserstrahls.	62
38	Frequenzgang verschiedener Filter.	63
39	Über das Potenzfilter geregelte Strahllageschwankungen	63
40	Mitkopplung beim Potenzfilter	63
41	Skizze des geplanten Polarimeters	68
42	Drift des unregulierten und geregelten Laserstrahls	70
43	Fourierspektren der unregulierten und der geregelten Laserstrahl- schwankungen	71
44	Elektronik der Quadrantendiode	74
45	Signalwandler für die Piezoverstärker	75
46	Aktiver Potenziertiefpass zweiten Grades	76
47	Approximation einer passiven LCR-Bandsperre	77

Tabellenverzeichnis

1	Anforderung an die Luminosität	14
2	Erzielbare mittlere Luminosität	20
3	Resonatorgeometrien	36
4	Leistungsüberhöhung	38
5	Laserspezifikationen	44

1 Einleitung

Am Institut für Kernphysik der Universität Mainz wurde 1991 die A4-Kollaboration gegründet, um am MAMI die paritätsverletzende Asymmetrie in der Elektron-Proton-Streuung zu messen. Große Teile des Experiments sind bereits aufgebaut und während der letzten Strahlzeiten konnten die ersten Asymmetrien gemessen werden. Eine erste Datennahme ist für Sommer 1999 vorgesehen.

Im Quark-Parton-Modell wird die Struktur des Nukleons neben den Valenzquarks auch durch Beiträge von Gluonen und Seequarks bestimmt. Die Beiträge der *quark flavours* zu den Nukleonformfaktoren werden als räumliche Verteilungen interpretiert. Äquivalent zur Situation im Neutron, das zwar nach außen keine elektrische Ladung, aber einen elektrischen Ladungsradius und ein magnetisches Moment aufweist, können virtuelle $s\bar{s}$ -Paare bei räumlich verschiedenen Verteilungen der Quarks und Antiquarks meßbare Beiträge zu den Nukleonformfaktoren liefern, selbst wenn die Nettostrangeness verschwindet. Die Messung der paritätsverletzenden Asymmetrie wird Rückschlüsse auf die Beiträge der *strangeness* zu den Formfaktoren des Nukleons erlauben.

Im Experiment werden links- und rechtshändig polarisierte Elektronen an einem unpolarisierten ℓH -Target gestreut und die Zählratenasymmetrie bestimmt. Für die Messung der Elektronenpolarisation ist ein Comptonrückstreupolarimeter geplant, mit dem diese Größe während des Experiments überwacht werden kann. Diese Arbeit beschäftigt sich mit dem Entwurf eines optischen Resonators für das Comptonpolarimeter. Die Intensität des zirkular polarisierten Laserlichts soll im Resonator erhöht und mit dem polarisierten Elektronenstrahl überlagert werden. Dadurch soll eine Luminosität erzielt werden, die eine Überwachung der Elektronenpolarisation parallel zum Experiment in kurzen Meßzeitintervallen ermöglicht. Zunächst werden in Kapitel 2 die Grundlagen und der derzeitige Stand des A4-Experimentes dargelegt. Kapitel 3 gibt eine Zusammenfassung der polarisationsabhängigen Comptonstreuung; die erzielbare Luminosität wird diskutiert. Danach werden in Kapitel 4 die theoretischen Aspekte von optischen Resonatoren behandelt: das Strahlungsfeld eines Lasers und der Effekt von Hohlspiegeln auf das Strahlungsfeld werden dargestellt; die Stabilität von symmetrischen Zweispiegelresonatoren und verschiedene Resonatorgeometrien werden untersucht; die erzielbare Intensitätsüberhöhung, die Änderung der Photonenpolarisation im Resonator und die optimale Einkopplung des Laserstrahls in den Resonator werden kurz diskutiert. In Kapitel 5 wird der verwendete Laser charakterisiert; die Sensoren für die Strahlposition werden vorgestellt und charakterisiert; die gemessenen Strahllageschwankungen werden diskutiert; der Versuch der aktiven Strahllagestabilisierung wird dargestellt. Kapitel 6 gibt eine Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit und einen Ausblick, wie an diese Arbeit angeknüpft werden kann.

2 Das A4-Experiment

2.1 Grundlagen

Im A4-Experiment werden die Beiträge der *strange quarks* zu den Vektorformfaktoren des Nukleons gemessen.

Die Beiträge zum Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung $p(\vec{e}, e')p$ sind nicht nur elektromagnetischer Natur, sondern es treten auch Terme der schwachen Wechselwirkung auf. Bei der Berechnung des Wirkungsquerschnitts auf dem *tree level*, also durch den Austausch eines Bosons, muß neben dem Photonaustausch auch der Austausch eines Z_0 berücksichtigt werden.

$$\sigma \sim \left[\begin{array}{c} \text{Diagram 1: } e^-, p \text{ and } p', P' \text{ connected by } \gamma \\ \text{Diagram 2: } e^-, p \text{ and } p', P' \text{ connected by } Z^0 \end{array} \right]^2 \quad (1)$$

Der schwache Prozess ist wegen der großen Z_0 -Masse von $m_{Z_0} = 91\text{GeV}$ unterdrückt, so daß der Wirkungsquerschnitt vom Beitrag des paritätserhaltenden γ -Austauschs dominiert wird. Der schwache Beitrag ist durch eine Messung des absoluten Wirkungsquerschnittes nicht zu bestimmen. In (1) tritt ein Interferenzterm auf, der den führenden Beitrag des Z_0 -Austauschs zur Streuwahrscheinlichkeit darstellt. Während die Vektorkopplung des Z_0 an den leptonischen Strom nur $(1 - 4 \sin^2 \Theta_W) \approx 0.07$ beträgt, liegt die paritätsverletzende Axialvektorkopplung an den leptonischen Strom um Größenordnungen darüber. Der Interferenzterm mit Axialvektorkopplung an den leptonischen und Vektorkopplung an den hadronischen Strom leistet also den größten paritätsverletzenden Beitrag zum Wirkungsquerschnitt der elastischen Elektron-Proton-Streuung und ist bei Energien, die wesentlich kleiner sind als die Ruhemasse m_{Z_0} des Z_0 -Bosons, von der Größenordnung $Q^2/m_{Z_0}^2$. Die Messung des Interferenzterms über die paritätsverletzende Asymmetrie des Wirkungsquerschnitts erlaubt Rückschlüsse über den Vektorstrom am hadronischen Vertex, speziell in Bezug auf die Beiträge der *strange quarks* zu den Formfaktoren des Nukleons. Der Wirkungsquerschnitt σ ist die Summe aus einem paritätserhaltenden Term σ_0 und einem paritätsverletzenden Term $d\sigma^\pm$:

$$\sigma^\pm = \sigma_0 + d\sigma^\pm. \quad (2)$$

Der Index des Wirkungsquerschnitts gibt das Vorzeichen der Elektronenhelizität an. Die Asymmetrie der Wirkungsquerschnitte als Meßgröße des Experiments ist definiert durch

$$A = \frac{\sigma^+ - \sigma^-}{\sigma^+ + \sigma^-} = \frac{d\sigma^+ - d\sigma^-}{2\sigma_0 + d\sigma^+ + d\sigma^-}. \quad (3)$$

Die Messung der Asymmetrie erfordert die Durchführung des Streuexperiments in zwei verschiedenen Paritätszuständen, die durch Umschaltung der longitudinalen Polarisation der Elektronen an MAMI erreicht werden. Das Standardmodell macht für verschwindende Beiträge der *strangeness* eine Vorhersage der Asymmetrie A_0 . Dazu wird exakte Isospinsymmetrie der Nukleonen angenommen und die elektromagnetischen Formfaktoren der Nukleonen G_E und G_M sowie des axialen Formfaktors aus dem Betazerfall des Neutrons G_A^3 müssen bekannt sein. Der Einfluß der *strange quarks* wird durch *strangeness*-Formfaktoren des Protons $F_{1,2}^s$ und G_A^s als Korrektur zu A_0 formuliert [Mus94]:

$$A = A_0 \left(1 - \frac{(\epsilon + \tau\mu_p) F_1^s + \tau(\mu_p - \epsilon) F_2^s + \delta\mu_p G_A^s}{4K} \right), \quad (4)$$

$$A_0 = -\frac{G_F Q^2}{\sqrt{2}\pi\alpha} \frac{G_E^p}{\epsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} K$$

$$Q^2 = 4EE' \sin^2 \Theta / 2 \quad \text{Impulsübertrag}$$

$$K = \frac{\epsilon}{4} \left((1 - 4 \sin^2 \Theta_W) G_E^p - G_p^n \right) + \frac{\tau\mu_p}{4} \left((1 - 4 \sin^2 \Theta_W) G_M^p - G_M^n \right) + \frac{\delta\mu_p}{2} G_A^3$$

$$\delta = \frac{1}{2} (1 - 4 \sin^2 \Theta_W) \sqrt{1 - \epsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)}$$

$$\epsilon = (1 + 2(1 + \tau) \tan^2 \Theta / 2)^{-1} \quad \text{Polarisation des virtuellen Photons}$$

$$G_F = 1.16639(2) \cdot 10^{-5} \text{GeV}^2 \quad \text{Fermi-Kopplungskonstante}$$

$$\tau = Q^2 / (4M_N^2) \quad \text{dimensionsloser Impulsübertrag}$$

μ_p : magnetisches Moment des Protons

α : Feinstrukturkonstante

E, E' : Elektronenenergie vor und nach der elastischen Streuung

M_N : Nukleonenmasse

Θ : Streuwinkel

Für den Weinbergwinkel Θ_W gilt bei Experimenten mit niedriger Energie und bei Berücksichtigung der Austauschwechselwirkung auf dem *tree level* $\sin^2 \Theta_W = 0.212$ [Nov93]. Die Formfaktoren können prinzipiell durch eine Rosenbluth-Separation bestimmt werden, wenn Asymmetriemessungen bei gleichem Impulsübertrag Q^2 , aber verschiedenen Streuwinkeln Θ vorliegen: für kleine Impulsüberträge und unter Vorwärtsstreuwinkeln gilt $\tau \ll \epsilon$ und F_1^s dominiert in (4). Bei Rückwärtsstreuung hingegen ist man auf den Formfaktor F_2^s sensitiv. In Abbildung 1 sind einige Vorhersagen der *strangeness*-Formfaktoren $F_{1,2}^s$ des Nukleons im Rahmen verschiedener Modelle zusammengefaßt.

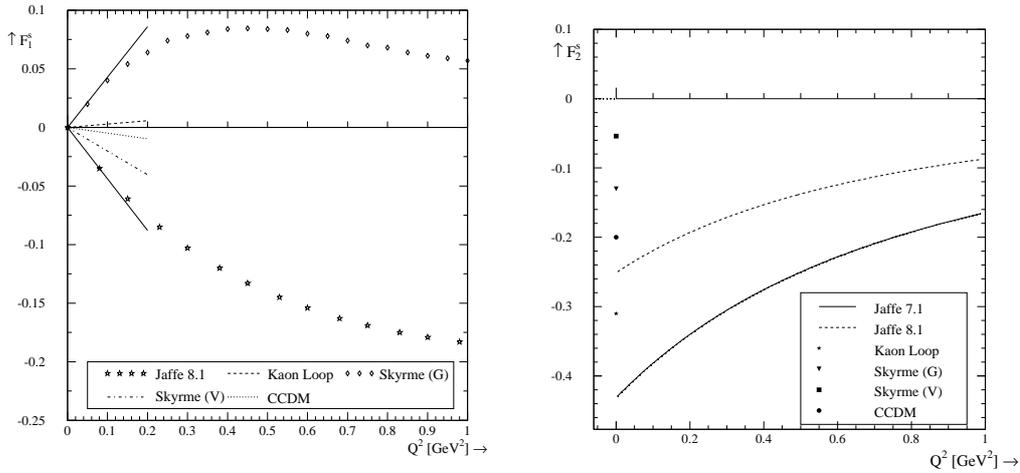


Abbildung 1: *Strangeness Formfaktoren im Rahmen verschiedener Modelle*[Hei95].

Neben dem Mainzer Paritätsexperiment werden auch am MIT-Bates [Bei96] und CEBAF [Bec91, Sou93] Experimente aufgebaut, die Beiträge der *strangeness* zur Struktur des Protons messen sollen.

2.2 Das Experiment

Im A4-Experiment wird die Asymmetrie

$$A_{exp} = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}, \quad (5)$$

in der elastischen Streuung von polarisierten Elektronen an unpolarisierten Protonen unter einem Vorwärtsstreuwinkel von $\Theta = (35 \pm 5)^\circ$ gemessen. Hierbei sind N_+ und N_- die Anzahl der unter dem Streuwinkel Θ gemessenen Ereignisse bei rechtshändiger bzw. linkshändiger Elektronenpolarisation. Ohne *strangeness*-Beiträge wird eine Asymmetrie von $A_0 = 8 \times 10^{-6}$ erwartet [Hei95] und die zu messende Asymmetrie A_{exp} wird mit dieser Größe abgeschätzt. Bei einer Polarisation von $P = 80\%$ ergibt sich eine zu messende Rohasymmetrie von

$$A_{exp} \approx P \cdot A_0 = 6.4 \times 10^{-6}.$$

Bei der derzeitigen Maximalenergie von 855MeV für Elektronen aus MAMI ergibt sich der Impulsübertrag $Q^2 = 0.227\text{GeV}^2$. Durch den Nachweis von etwa 10^{14} unter dem Winkel Θ elastisch gestreuten Elektronen wird A_{exp} mit einer statistischen Genauigkeit von 3% vermessen. Um die angestrebte Meßgenauigkeit nach einer Meßdauer von $T = 1000\text{h}$ zu erreichen, wird das 10cm lange Flüssigwasserstofftarget mit $I_e = 20\mu\text{A}$ Elektronen einer longitudinaler Polarisation von

$P_e = 80\%$ beschossen. Dabei wird eine Luminosität $\mathcal{L} = 5 \times 10^{37} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ erzielt. Das mit 1022 PbF_2 -Kristallen bestückte homogene Kalorimeter deckt einen Raumwinkel von 0.7sr ab, so daß eine Rate von 10MHz elastisch gestreuten Elektronen und 100MHz Untergrundrate auf dem Detektor erwartet wird. Eine mit dieser Präzision gemessene Assymetrie erlaubt eine Bestimmung der Formfaktoren mit einer Genauigkeit von $\delta(F_1^s + 0.13 F_2^s) = 0.02$.

Helizitätskorrelierte Schwankungen von Elektronenstrahlparametern wie der Elektronenenergie, dem Strahlstrom, der Strahlage und der auch der Elektronenpolarisation können zu vorgetäuschten Asymmetrien führen. Um die systematischen Änderungen der Asymmetrie zu minimieren, werden diese Kenngrößen des Elektronenstrahls stabilisiert und überwacht.

Zur Messung der Polarisation wurden 1996 im Rahmen einer Diplomarbeit Vorstudien betrieben [Lop96] und ein Polarimeter vorgeschlagen, das die Polarisationsabhängigkeit der Comptonrückstreuung ausnutzt. Dem Elektronenstrahl wird hierzu ein Strahl zirkular polarisierter Photonen entgegengesandt. Die im Ruhesystem der Streuzentren rückgestreuten Photonen erscheinen im Laborsystem innerhalb eines schmalen Kegels mit einem Öffnungswinkel von 1.2mrad . Die Comptongestreuten Photonen werden vom Elektronenstrahl separiert, indem der Elektronenstrahl durch eine magnetische Schikane in die Wechselwirkungszone des Polarimeters hinein- und anschließend wieder hinausgeführt wird. Die Planung und der Aufbau der Schikane ist gegenwärtig Thema einer Dissertation.

Der Wirkungsquerschnitt des Comptonstreuungsprozesses ist jedoch so klein, daß die Luminosität im Polarimeter durch ein Photonenfeld hoher Intensität erhöht werden muß. Nach der gesamten Meßdauer von $T = 1000\text{h}$ wird in der Polarisationsmessung eine statistische Genauigkeit von $\Delta P_e = 1\%$ angestrebt. Um systematische Änderungen der Polarisation während dem Experiment messen zu können, wird zudem eine Genauigkeit von $\Delta P_e = 3\%$ in 15 Minuten gefordert. Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Entwicklung eines Resonators hoher Güte, in dem mit einem handelsüblichen Ar^+ -Laser optische Strahlungsfelder hoher Intensität angeregt werden können. Die Anforderungen an den Resonator und die darin zu erzielende Leistungsüberhöhung werden durch eine minimale Luminosität für Comptonrückstreuung vorgegeben.

3 Compton-Polarimeter

Die Idee, die Streuung von polarisierten Photonen an freien polarisierten geladenen Fermionen zur Polarisationsmessung an Elektronenstrahlen zu nutzen, ist nicht neu. Eine Übersicht verschiedener Polarimetertypen gibt [Bel90].

Der Vorteil der Comptonmethode liegt einerseits in der Tatsache, daß im Gegensatz zur Polarisationsmessung z.B. durch Møllerstreuung eine nichtdestruktive Messung möglich ist, was eine kontinuierliche Überwachung der Strahlpolarisation parallel zum Experiment ermöglicht. Andererseits kann die Analysierstärke der Comptonstreuung exakt berechnet werden. Das macht sie einer Polarisationsmessung durch Spintransfer auf Protonen [Apr83] überlegen, wo die erreichbare Genauigkeit durch die Kenntnis der Analysierstärke gegenwärtig auf 3% begrenzt ist.

Zur Zeit sind auch an CEBAF [Che95] und NIKHEF [Vod95] Comptonpolarimeter im Aufbau. 1996 wurde im Rahmen eines paritätsverletzenden Experiments vom erfolgreichen Aufbau eines optischen Resonators zur Erzielung hoher Photonintensitäten berichtet [Woo96].

3.1 Comptonstreuung

Die Streuung von Photonen an freien, geladenen Fermionen wird als Comptonstreuung bezeichnet. Der Wechselwirkungsquerschnitt des Prozesses kann exakt berechnet werden, so daß die prinzipiell erreichbare Genauigkeit einer Messung, die auf Compton-Streuung beruht, durch systematische Fehler der Apparatur limitiert ist.

Bevor wir uns der Polarisationsabhängigkeit des Wirkungsquerschnittes zuwenden, fassen wir kurz die Kinematik der Streuung zusammen [Lop96]. Die Ausbreitungsrichtung der Elektronen ist die Achse, auf die alle Winkel bezogen werden, wie in Abbildung 2 gezeigt. Ein Photon der Energie k_i läuft einem Elektronen mit dem Impuls p_i unter einem Kreuzungswinkel Φ_i entgegen. Bei der Lorentztransformation vom ungestrichenen Laborsystem in das gestrichene Ruhesystem der 855MeV-Elektronen vom MAMI wird der Winkel Θ_i in einen sehr kleinen Winkel Θ'_i transformiert. Bei senkrechtem Einschub der beiden Strahlen, $\Theta_i = \frac{\pi}{2}$ erhält man z.B. $\Theta'_i = \frac{1}{\gamma} = 0.6\text{mrad}$. Da im Comptonpolarimeter sehr kleine Kreuzungswinkel Θ von weniger als einigen hundert μrad realisiert werden sollen, kann die Rechnung für exakt entgegenlaufende Teilchen durchgeführt werden und der Winkel Φ_i erscheint nicht mehr im Ergebnis. Erleidet das Photon einen Stoß in Richtung Φ_f , so ist seine neue Energie gegeben durch

$$k_f(\Phi_f) = \frac{\gamma k_i m_e \left(1 + \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma}}\right)}{k_i + m_e + \cos \Phi_f \left(k_i - m_e \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma}}\right)}. \quad (6)$$

Ein Photon der Wellenlänge $\lambda = 514.5\text{nm}$, das unter $\Phi_f = \Phi'_f = 0$ an einem

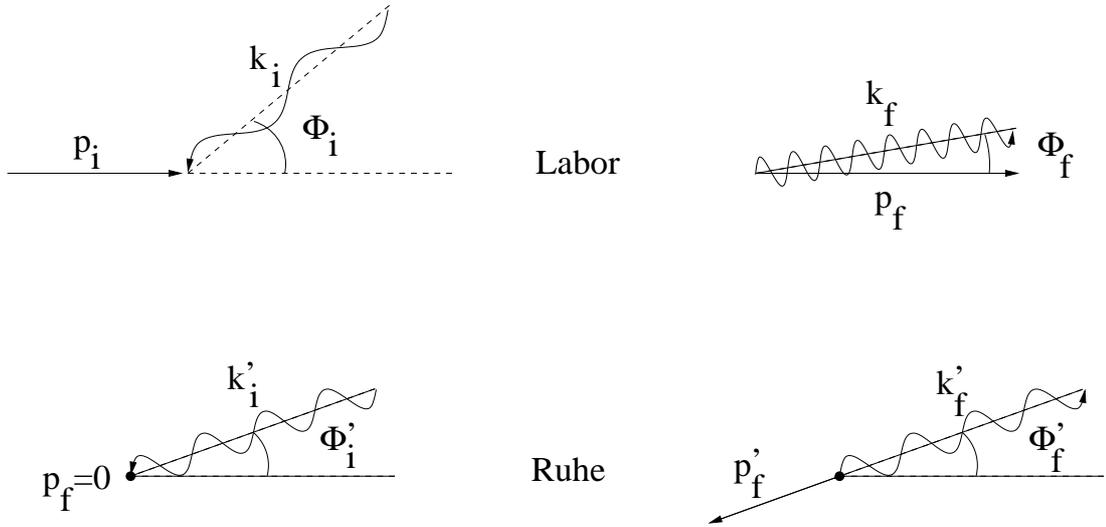


Abbildung 2: Comptonstreuung im Laborsystem (obere Reihe) und im Ruhesystem des Elektrons (untere Reihe). Links vor der Streuung, rechts nach der Streuung.

855MeV-Elektron streut, hat eine Endenergie von $k_f = 26.2\text{MeV}$. Um die Comptonphotonen vom Elektronenstrahl zu trennen, ohne die Polarisation der Elektronen zu stören, wird der Elektronenstrahl durch eine magnetische Schikane im Bereich der Comptonwechselwirkungszone seitlich versetzt. Die magnetische Schikane und der Detektor für die Comptonphotonen werden gegenwärtig im Rahmen einer Doktorarbeit entwickelt.

3.2 Polarisationsabhängiger Wechselwirkungsquerschnitt

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Streuung von zirkular polarisierten Photonen an ruhenden polarisierten Elektronen ist gegeben durch [Bjo66]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \mp \cos \Psi' P_e P_\gamma \frac{d\sigma_p}{d\Omega} \mp \sin \Psi' P_e P_\gamma \cos \vartheta'_f \frac{d\sigma_a}{d\Omega}, \quad (7)$$

wo

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{k'_f}{k'_i} \right)^2 \left(\frac{(k'_i - k'_f)^2}{k'_i k'_f} + 1 + \cos^2 \Phi'_f \right) \quad (8)$$

$$\frac{d\sigma_p}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{k'_f}{k'_i} \right)^2 \left(\frac{k'_f}{k'_i} - \frac{k'_i}{k'_f} \right) \cos \Phi'_f \quad (9)$$

$$\frac{d\sigma_a}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{k'_f}{k'_i} \right)^2 \left(1 - \frac{k'_f}{k'_i} \right) \sin \Phi'_f. \quad (10)$$

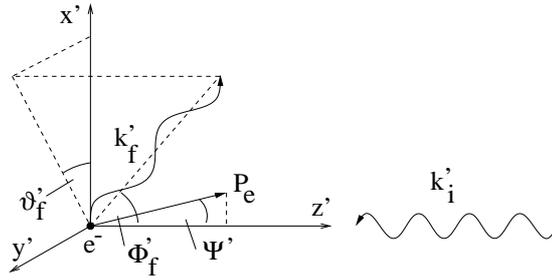


Abbildung 3: *Kinematik der polarisationsabhängigen Comptonstreuung im Ruhesystem des Elektrons. Der Polarisationsvektor des Elektrons P_e liegt in der $x' - z'$ -Ebene. Das Photon wird aus dieser Ebene herausgestreut.*

Die verwendeten Bezeichnungen sind in Abbildung 3 zusammengefaßt. Während der Term $\frac{d\sigma_p}{d\Omega}$ die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts vom Polarwinkel Φ'_f enthält, führt der Term $\frac{d\sigma_a}{d\Omega}$ zu einer Abhängigkeit vom Azimutwinkel ϑ'_f . In (7) wird für rechtszirkular polarisierte Photonen subtrahiert und für linkszirkular polarisierte Photonen addiert. Den Winkel zwischen der Polarisation der Elektronen und ihrer Ausbreitungsrichtung z' nennen wir Ψ' . Das Photon wird mit dem Azimutwinkel ϑ'_f und dem Polarwinkel Φ'_f gestreut. Das Experiment wird mit longitudinal polarisierten Elektronen, $\Psi' = 0$, durchgeführt. Darum trägt der Azimutalterm (10) im Experiment nicht zum polarisationsabhängigen Wirkungsquerschnitt bei und wir erhalten

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \mp P_e P_\gamma \frac{d\sigma_p}{d\Omega}. \quad (11)$$

Der polarisationsunabhängige Term ist für unter dem Winkel $\Phi'_f = 0$ rückgestreute Photonen um einen Faktor 30 größer als der polarisationsabhängige Term, wie man in Abbildung 4 abliest. In Abbildung 4 sind die Wirkungsquerschnitte als Funktion der relativen Energie

$$\rho := \frac{k_f}{k_{f, max}} = \frac{k_f}{k_f(\Phi'_f = 0)} \quad (12)$$

aufgetragen. Das ist möglich, weil bei einem Zweikörperprozeß wie der Comptonstreuung Endenergie und Streuwinkel des gestreuten Teilchens eindeutig zusammenhängen. Als ρ_0 bezeichnen wir die Energie der im Elektronruhesystem um $\Phi'_f = \pi/2$ gestreuten Photonen. Der Wirkungsquerschnitt dieser Streuprozesse ist polarisationsunabhängig.

Wegen des polarisationsabhängigen Wirkungsquerschnitts und

$$\dot{N} \propto \sigma \quad (13)$$

ergeben sich beim Nachweis der Comptonrückstreuphotonen verschiedene Zählraten \dot{N} für verschiedene relative Orientierungen der Polarisation von Elektronen

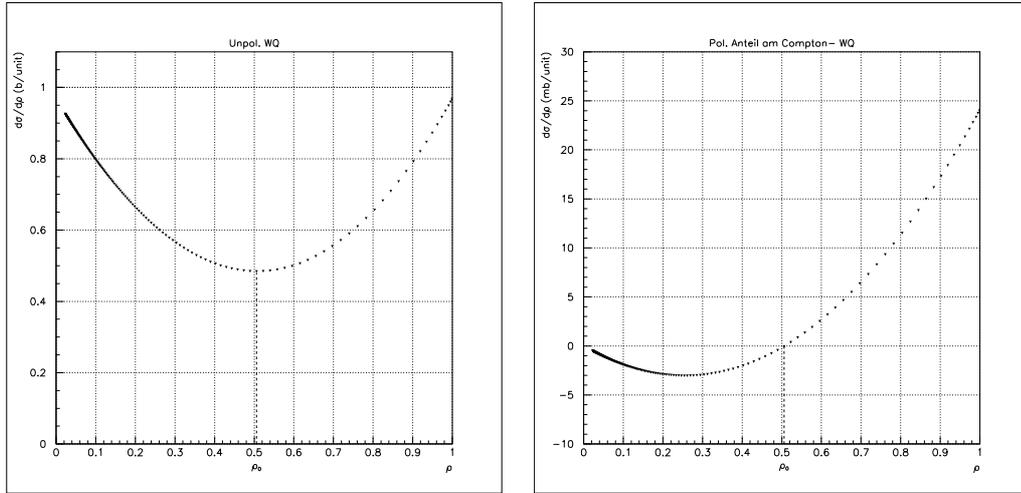


Abbildung 4: *Differentieller polarisationsunabhängiger (links) und polarisationsabhängiger (rechts) Wirkungsquerschnitt für Comptonstreuung von 514.5nm-Photonen an 855MeV-Elektronen bei einer Polarisation von $P_e P_\gamma = 0.8$, aufgetragen gegen die relative Energie ρ .*

und Photonen. Aus der Asymmetrie der Zählraten läßt sich bei bekannter Photonenpolarisation gemäß

$$A_c = P_e P_\gamma \frac{\sigma_p}{\sigma_0} \quad (14)$$

die Elektronenpolarisation bestimmen.

Der Anteil des polarisationsabhängigen Terms am Gesamtwirkungsquerschnitt (11) hängt linear von Elektronen- und Photonenpolarisation ab. Um eine Comptonasymmetrie zu messen, kann entweder die Elektronen- oder die Photonenpolarisation umgeschaltet werden. Durch Umschalten der Photonenpolarisation können zwei unabhängige Messungen für jede Elektronenhelizität durchgeführt werden. Darum kann P_e für linkshändig und rechtshändig polarisierte Elektronen unabhängig gemessen werden. Die polarisierte Elektronenquelle am MAMI liefert rechts- und linkshändig polarisierte Elektronen mit einer Polarisation von jeweils $P \approx 0.8$. Die zirkulare Polarisation der Laserphotonen kann mit einer Pockelszelle umgeschaltet werden. Hierbei werden Polarisationen von $P_\gamma \approx 1$ erreicht.

Neben den Comptonphotonen werden im Kalorimeter auch Photonen des unpolarierten Strahlungsuntergrundes durch Bremsstrahlung registriert. Zum Erreichen einer bestimmten relativen Genauigkeit der Elektronenpolarisation ist eine bestimmte Anzahl an nachgewiesenen Comptonphotonen erforderlich, die bei Berücksichtigung des Signal-Untergrund-Verhältnisses SNR mit $1 + \frac{2}{SNR}$ wächst. Der Proportionalitätsfaktor von Zählrate und Wirkungsquerschnitt heißt Luminosität \mathcal{L} :

$$\dot{N} = \mathcal{L} \cdot \sigma. \quad (15)$$

$\frac{\delta P_e}{P_e} [\%]$	$\mathcal{L}_0 [\text{kHz/b}]$	$\dot{N}_c [\text{kHz}]$	SNR
10	12.71	3.03	0.50
5	28.52	6.73	1.12
3	54.85	13.0	2.16
1	299.7	70.9	12.0

Tabelle 1: Erforderliche Luminositäten zum Erreichen verschiedener relativer Genauigkeiten $\frac{\delta P_e}{P_e}$ innerhalb von 15min.

In Tabelle 1 sind verschiedene Luminositäten \mathcal{L}_0 angegeben, die bei der Comptonstreuung von 514nm-Photonen an 855MeV-Elektronen zum Erreichen von verschiedenen relativen Genauigkeiten $\frac{\delta P_e}{P_e}$ bei Anwesenheit einer 6kHz Untergrundrate während einer Meßdauer von 15min notwendig sind.

3.3 Luminosität

Ganz allgemein kann die Luminosität zweier Strahlen aus den Teilchendichten $\rho(x, y, z)$ der Strahlen und der Relativgeschwindigkeit der Teilchen berechnet werden [Che95]:

$$\mathcal{L} := \int v_{rel} \rho_1(x, y, z) \rho_2(x, y, z) d^3x. \quad (16)$$

Der MAMI-Elektronenstrahl kann für unsere Zwecke durch einen Gaußschen Strahl gut angenähert werden [Eut94] und in Abschnitt 4.4 werden wir sehen, daß auch der Laserstrahl durch Gaußsche Profile gut beschrieben werden kann. Wir haben also für Strahlen mit Ausbreitungsrichtung z Intensitätsprofile der Form

$$\rho(x, y, z) = N_0 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x(z)} \exp \left\{ -\frac{x^2}{2\sigma_x^2(z)} \right\} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y(z)} \exp \left\{ -\frac{y^2}{2\sigma_y^2(z)} \right\} \right), \quad (17)$$

wo N_0 ein Normierungsfaktor ist. Die Strahlfleckgrößen $\sigma_{x,y}(z)$ hängen gemäß

$$\sigma_{x,y}^2(z) = \sigma_{x,y}^2(0) \left(1 + \frac{z^2}{\check{z}_{x,y}^2} \right) \quad (18)$$

von z und der sogenannten Rayleighlänge \check{z} ab, wie in Abschnitt 4.4 gezeigt wird. Der Nullpunkt der z -Achse ist willkürlich auf den Ort des schmalsten Strahldurchmessers $\sigma(z=0) = \sigma_0$, der Strahltaile, gelegt worden. Gaußsche Strahlen werden oft durch ihre Emittanzen

$$\mathcal{E} = \sigma_0 \cdot \varepsilon \quad (19)$$

charakterisiert. Mit ε wird die Divergenz des Strahls bezeichnet. Für genügend große Abstände z von der Strahltaile, nämlich $z \gg \sigma(z)$, kann die Divergenz

angenähert werden durch

$$\varepsilon \approx \tan \varepsilon \approx \frac{\sigma(z)}{z} \approx \frac{\sigma_0}{\tilde{z}}. \quad (20)$$

Damit ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen Emittanz, Rayleighlänge und Größe der Strahltaile:

$$\mathcal{E} = \frac{\sigma_0^2}{\tilde{z}}. \quad (21)$$

Die Normalisierungsfaktoren N_0 für einen Elektronenstrahlstrom I_{e^-} und einen Laserstrahl der Leistung P_L und der Wellenlänge λ sind gegeben durch

$$\begin{aligned} N_{0,e^-} &= \frac{I_{e^-}}{ec} \\ N_{0,\gamma} &= \frac{P_L \lambda}{hc^2}. \end{aligned}$$

Die typischen Parametern des A4-Experiments sind

$$\begin{aligned} I_{e^-} &= 20\mu\text{A}, & P_L &= 10\text{W}, & \ell &= 2\text{m}, \\ \lambda &= 514.5\text{nm}, & \mathcal{E}_{Laser} &\approx \frac{2\lambda}{4\pi} = 26\pi \times 10^{-9}\text{radm}, \\ \mathcal{E}_{e^-}^{horizontal} &= 8\pi \times 10^{-9}\text{radm}, & \mathcal{E}_{e^-}^{vertikal} &= 0.5\pi \times 10^{-9}\text{radm}. \end{aligned} \quad (22)$$

Mit ℓ haben wir die Länge der Wechselwirkungszone im Comptonpolarimeter bezeichnet. Eine Analyse des Überlappintegrals (16) führt zu folgenden Ergebnissen:

Maximale Luminosität:

Die maximale Luminosität \mathcal{L}_∞ erzielt man mit antiparallelen, angepaßten Strahlen in einem unendlich ausgedehnten Wechselwirkungsbereich. Unter Anpassung versteht man die Fokussierung der Strahlen, so daß die Orte der Strahltaillen und die Rayleighlängen \tilde{z} identisch sind. Für in Ausbreitungsrichtung rotationssymmetrische Strahlen ist die maximale Luminosität gegeben durch [Lop96]

$$\mathcal{L}_\infty = \frac{I_{e^-} P_L \lambda}{e hc^2} \frac{1}{\mathcal{E}_{e^-} + \mathcal{E}_{Laser}}. \quad (23)$$

Da der Elektronenstrahl durch eine horizontale und eine vertikale Emittanz charakterisiert wird, kann die maximal erreichbare Luminosität abgeschätzt werden, indem man (23) für beide Werte berechnet. Die maximale Luminosität liegt im Intervall

$$10.10\text{kHz/b} \leq \mathcal{L}_\infty \leq 12.96\text{kHz/b}. \quad (24)$$

Beschränkte Wechselwirkungszone:

Die longitudinale Ausdehnung der Wechselwirkungszone ist im geplanten Polari-
meter durch die Dimension der Schikane auf $\ell = 2\text{m}$ beschränkt. Hierdurch sinkt
die mit angepaßten Strahlen erzielbare Luminosität gemäß

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_\infty} = \frac{2}{\pi} \arctan \left(\frac{\ell}{2\check{z}} \right). \quad (25)$$

Die transversale Ausdehnung der Wechselwirkungszone überspannt bei nicht zu
stark fokussierten Strahlen viele σ -Breiten der Strahlprofile und ist daher prak-
tisch unbeschränkt.

Nicht angepaßte Strahlen:

Für antiparallele Strahlen mit einem Verhältnis der Rayleighlängen $K = \frac{\check{z}_{e^-}}{\check{z}_L}$ und
einem Emittanzverhältnis $E = \frac{\mathcal{E}_L}{\mathcal{E}_{e^-}}$ ist [Che95]

$$\mathcal{L}_\parallel = \mathcal{L}_\infty \frac{E + 1}{\sqrt{(E + 1)^2 + \frac{(K-1)^2}{K} E}} \cdot \frac{2}{\pi} \arctan \left(\frac{\ell}{2\check{z}_{e^-}} \sqrt{\frac{1 + EK}{1 + E/K}} \right). \quad (26)$$

In Abbildung 5 ist die in einem Wechselwirkungsbereich der Länge $\ell = 2\text{m}$ unter
dem Kreuzungswinkel $\alpha_c = 0$ erzielbare Luminosität als Funktion verschiedener
Rayleighlängen dargestellt. Hierzu wurde das Überlappintegral (16) mit *Mathe-*
matica numerisch berechnet. Die Kreuze stellen die Ergebnisse dieser Berechnung
dar. Die durchgezogenen Linien sind Fits der Punkte durch Funktionen der Form
(26) mit einer *effektiven* Elektronenstrahlemittanz $\mathcal{E}_{e^-} = \sqrt{\mathcal{E}_{e^-}^{\text{horizontal}} \mathcal{E}_{e^-}^{\text{vertikal}}}$.

Diese Funktionen haben für gegebene Emittanzen und eine feste Länge des Wech-
selwirkungsbereichs ℓ Maxima bezüglich K und \check{z}_L . Für gegenüber dem Elektro-
nenstrahl sehr stark fokussierte Laserstrahlen, d.h. für $K \gg 1$, ist die Luminosität
nur schwach abhängig von Änderungen im Verhältnis K . Mit anderen Worten,
die Luminosität ist dann unempfindlich auf Änderungen oder Unsicherheiten der
Rayleighlänge des Elektronenstrahls, wenn dieser relativ zum Laserstrahl schwach
fokussiert ist.

Die Rayleighlänge des Elektronenstrahls soll einen Mindestwert nicht unterschrei-
ten, um eine starke Fokussierung nach der Schikane zu vermeiden. Wenn sich
der Elektronenstrahl auf dem Weg vom Polarimeter zum Target nicht um
ein Vielfaches vergrößern soll, so ist eine Rayleighlänge von der Größenordnung
 $\check{z}_{e^-} \approx 10\text{m}$ zu wählen. Für diesen Wert ergeben sich für verschiedene Laserray-
leighlängen die in Abbildung 5 durch Punkte hervorgehobenen Luminositäten:
bei konstanter Fokussierung des Elektronenstrahls erzielt man mit einem stärker
fokussierten Laserstrahl eine höhere Luminosität. Wir werden jedoch in Abschnitt
4.8 sehen, daß die Stabilisierung eines Resonators für Strahlen sehr kurzer oder
sehr langer Rayleighlängen schwierig ist. Wir müssen die Rayleighlänge \check{z}_L so fest-
legen, daß Stabilität und Luminosität optimiert werden. Dazu wird im nächsten

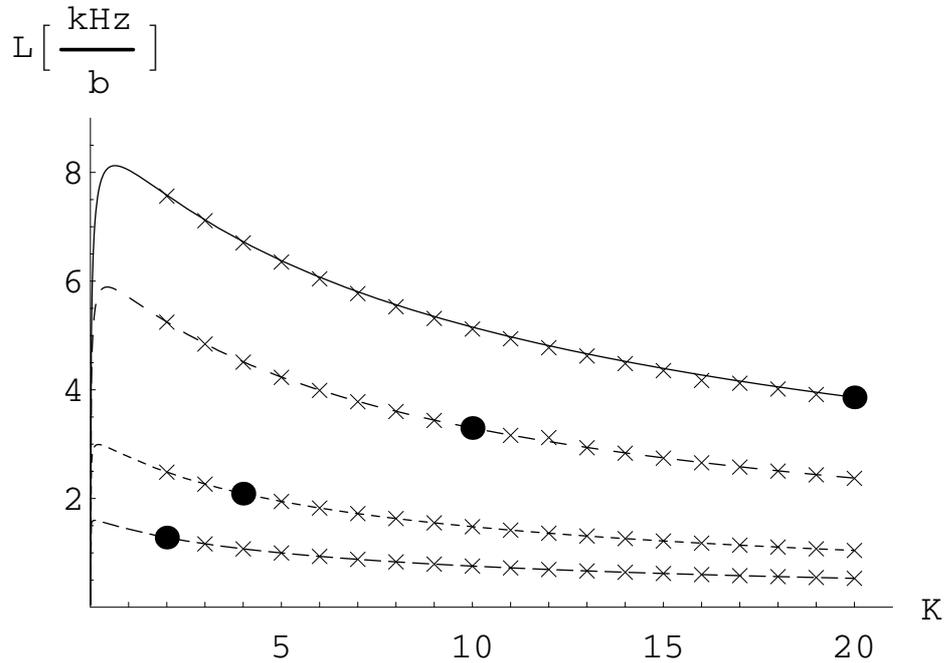


Abbildung 5: Luminosität der Strahlen als Funktion der \tilde{z}_e für vier verschiedene \tilde{z}_L . Aufgetragen sind die Luminositäten in Abhängigkeit vom Verhältnis $K = \tilde{z}_e / \tilde{z}_L$. Von oben nach unten gehören die Kurven zu den Laserrayleighlängen $\tilde{z}_L = 0.5m, 1.0m, 2.5m, 5.0m$. Der Berechnung liegen die in (22) angegebenen Parameter zugrunde. Durch Kreuze sind die Ergebnisse der numerischen Integration von (16) markiert. Die dicken Punkte kennzeichnen die Luminosität für $\tilde{z}_e = 10m$.

Punkt die Frage untersucht, inwieweit die erzielbare Luminosität von der Stabilität eines Resonators abhängt.

Endliche Kreuzungswinkel:

Laufen die Strahlen nicht exakt antiparallel, sondern unter einem Kreuzungswinkel $\alpha_c \neq 0$ aufeinander zu, so sinkt die Luminosität unter den Wert für antiparallele Strahlen \mathcal{L}_{\parallel} ab. Man erhält wegen Strahlschwankungen eine mittlere Luminosität $\bar{\mathcal{L}}$, die von der Stabilisierung der Strahlen abhängt. Die beiden Strahlen lassen sich nicht im Raum fixieren, sondern fluktuieren statistisch um ihre Sollposition.

Um quantitative Aussagen machen zu können, müssen bei den Berechnungen der mittleren Luminosität verschiedene Resonatormodelle vorausgesetzt werden. Je nach Modell variieren die Kenngrößen des im Resonator zirkulierenden Laserlichts, wie die Rayleighlänge und die Abweichungen von der Sollposition beim Verkippen der Spiegel. Die in den folgenden Berechnungen verwendeten Parameter basieren auf Berechnungen in Kapitel 4 und Messungen, die in Kapitel

5 vorgestellt werden. Wir diskutieren die Berechnung der mittleren Luminosität anhand des konfokalen Resonators, d.h. bei einer Resonatorlänge von $L = 5\text{m}$ werden sphärisch konkave Spiegel mit einem Krümmungsradius von $R = L = 5\text{m}$ verwendet. Für den Laserstrahl im Resonator ergibt sich eine Rayleighlänge von $\check{z}_L = 2.5\text{m}$. Die Ergebnisse für andere Resonatorgeometrien werden in Tabelle 2 zusammengefaßt. In Abbildung 6 ist das Ergebnis numerischer Integrationen von (16) für verschiedene Kreuzungswinkel in horizontaler und vertikaler Richtung dargestellt. Der Berechnung wurden die typischen A4-Parameter (22) und Strahlen der Rayleighlängen $\check{z}_e = 10\text{m}$, $\check{z}_L = 2.5\text{m}$ zugrundegelegt. Die Luminosität für antiparallele Strahlen beträgt $\mathcal{L}_{\parallel} = 2.09\text{kHz/b}$. Für Winkel α_c und Strahldivergenzen \mathcal{E} , die der Bedingung $\mathcal{E} \ll \alpha_c$ genügen, ist die Luminosität proportional zu

$$\frac{1 + \cos \alpha_c}{\sin \alpha_c},$$

und für sehr kleine Kreuzungswinkel α_c ist sie proportional zu

$$\frac{1}{1 + s \alpha_c^2}$$

wo s ein Fitparameter ist. Beide Näherungen sind ebenfalls in Abbildung 6 dargestellt.

Werden antiparallele Strahlen so stabilisiert, daß ein maximaler horizontaler Kreuzungswinkel * von $\alpha_c \leq 200\mu\text{rad}$ nicht überschritten wird, so wird eine Luminosität von $\mathcal{L} \leq 0.986 \mathcal{L}_{\parallel}$ erzielt. Für einen maximalen vertikalen Kreuzungswinkel von $\alpha_c \leq 200\mu\text{rad}$ erhält man entsprechend $\mathcal{L} \leq 0.971 \mathcal{L}_{\parallel}$. Zur Berechnung der mittleren Luminosität nehmen wir an, daß sich die Strahlen mit allen horizontalen und vertikalen Kreuzungswinkeln $\alpha_c \leq \alpha_{c,max}$ gleich häufig überlagern. Für $\alpha_{c,max} = 200\mu\text{rad}$ erhält man den Mittelwert

$$\bar{\mathcal{L}}_{\alpha_c \leq 200\mu\text{rad}} = 0.990 \mathcal{L}_{\parallel} = 2.07 \frac{\text{kHz}}{\text{b}}. \quad (27)$$

Die Strahllageschwankungen äußern sich nicht nur in einer Verkippung, sondern auch in einer statistisch fluktuierenden transversalen und longitudinalen Verschiebung der Strahlen gegeneinander. In Abbildung 7 sind die Luminositätsverluste aufgrund transversaler Verschiebungen dargestellt. Dazu wurde das Integral (16) mit den Parametern (22) numerisch berechnet. Die Abhängigkeit der Luminosität von transversalen Verschiebungen wird gut durch Gaußsche Funktionen beschrieben. Die Anpassung von Gaußfunktionen an die Ergebnisse der numerischen Berechnung ergab

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= 2.09\text{kHz/b} \times e^{-\Delta x^2 / (0.967 \times 10^{-3}\text{m})^2} \\ \mathcal{L} &= 2.09\text{kHz/b} \times e^{-\Delta y^2 / (0.679 \times 10^{-3}\text{m})^2}. \end{aligned}$$

*Der Wert ergibt sich aus Tabelle 3 in Abschnitt 4.8.

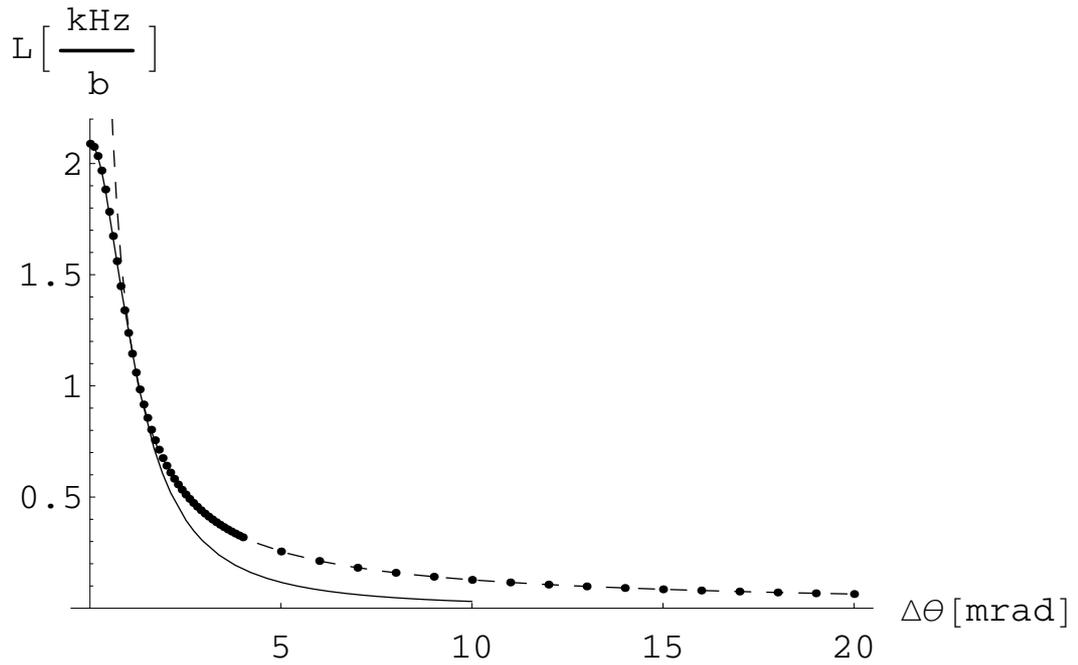
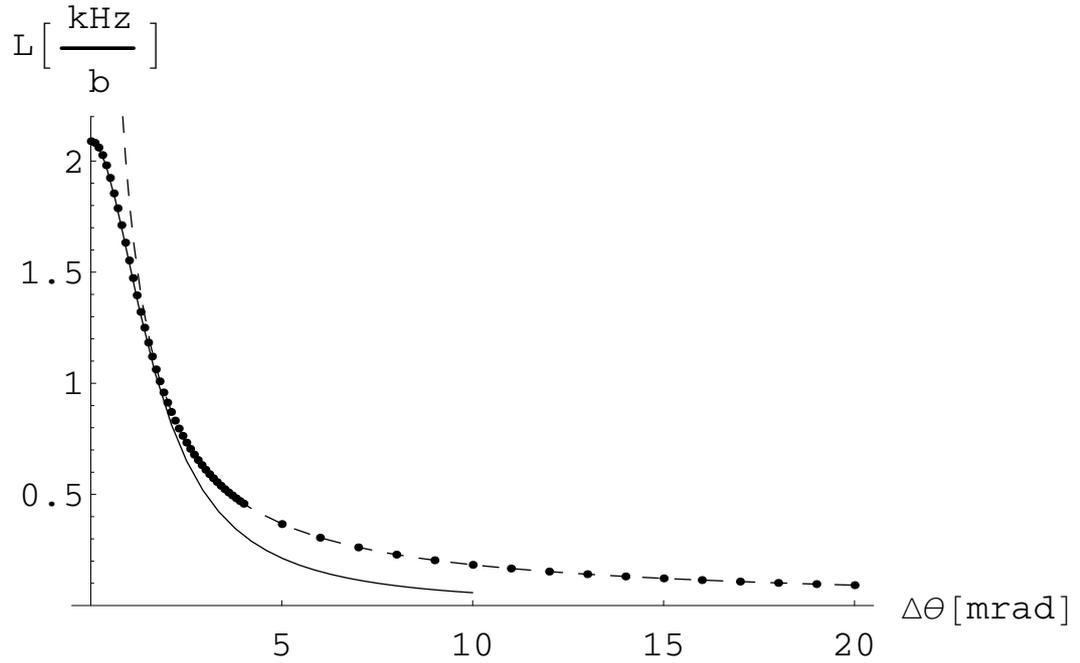


Abbildung 6: Luminosität der Strahlen bei verschiedenen Kreuzungswinkeln in horizontaler (oben) und vertikaler (unten) Richtung. Durch die Punkte werden die Ergebnisse der numerischen Berechnung des Integrals (16) mit den in (22) angegebenen Parametern und den Rayleighlängen $\check{z}_L = 2.5\text{m}$, $\check{z}_e = 10\text{m}$ dargestellt. Die durchgezogene Linie stellt die Näherung für kleine Kreuzungswinkel, die gestrichelte Linie die Näherung für große Kreuzungswinkel dar.

\check{z}_L [m]	\mathcal{L}_{\parallel} [$\frac{\text{kHz}}{\text{b}}$]	$\alpha_{c,max}$ [μrad]	$\bar{\mathcal{L}}_{\alpha_c \leq \alpha_{c,max}}$ [$\frac{\text{kHz}}{\text{b}}$]	r_{max} [mm]	$\bar{\mathcal{L}}_{r \leq r_{max}}$ [$\frac{\text{kHz}}{\text{b}}$]	$\frac{\bar{\mathcal{L}}_{r \leq r_{max}}}{\mathcal{L}_0(3\%)}$
0.40	3.87	4000	0.826	10.0	0.0127	2.32×10^{-4}
1.12	3.16	600	2.80	1.5	0.512	9.33×10^{-3}
2.50	2.09	200	2.07	0.5	1.72	3.14×10^{-2}
4.33	1.43	133	1.42	1.0	0.881	1.61×10^{-2}
6.61	1.03	114	1.02	2.0	0.326	5.94×10^{-3}

Tabelle 2: *Mittlere Luminositäten bei verschiedenen Resonatorgeometrien. Die mittlere Luminosität wird durch die transversale Verschiebung der Strahlen begrenzt, da in allen Fällen $\mathcal{L}_r < \mathcal{L}_{\alpha_c}$. In der letzten Spalte sind die mittleren Luminositäten auf die Luminosität $\mathcal{L}_0(3\%) = 54.85\text{kHz/b}$ aus Tabelle 1 bezogen, die für eine Polarisationsmessung mit $\Delta P_e = 3\%$ in 15 Minuten erzielt werden muß.*

Die Luminosität sinkt aufgrund von horizontalen Verschiebungen[†] um $500\mu\text{m}$ auf $0.766 \mathcal{L}_{\parallel}$. Aufgrund einer vertikalen Verschiebung um $500\mu\text{m}$ erzielt man $0.584 \mathcal{L}_{\parallel}$. Zur Berechnung der mittleren Luminosität nehmen wir wieder an, daß sich die Strahlen mit allen Verschiebungen $\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \leq \Delta r_{max}$ gleich häufig überlagern. Das Integral der Luminosität über alle Δr liefert den Mittelwert

$$\bar{\mathcal{L}}_{\Delta r \leq 500\mu\text{m}} = 0.823 \mathcal{L}_{\parallel} = 1.72 \frac{\text{kHz}}{\text{b}}. \quad (28)$$

Die Untersuchung der Abhängigkeit der Luminosität von der longitudinalen Strahltaillenposition zeigt, daß der Luminositätsverlust aufgrund von Verschiebungen[†] um $\Delta z \leq 10\text{cm}$ kleiner als 0.1% ist. Das Ergebnis der numerischen Berechnung für den konfokalen Resonator ist in Abbildung 8 gezeigt.

Die gleichen Berechnungen wurden für weitere Resonatoren durchgeführt und sind in Tabelle 2 zusammengefaßt. Man erkennt, daß die mittlere Luminosität in allen Fällen durch die transversale Verschiebung der Strahlen gegeneinander begrenzt ist, da $\mathcal{L}_r < \mathcal{L}_{\alpha_c}$. Luminositätsverluste aufgrund von longitudinalen Verschiebungen * der Strahltaillen von $\Delta z \leq 10\text{cm}$ sind in den Beispielen mit $\check{z}_L \geq 1.12\text{m}$ viel kleiner als 1% und sind deshalb nicht in der Tabelle aufgeführt. Das erste Beispiel mit $\check{z}_L = 0.400\text{m}$ wurde in die Tabelle aufgenommen, weil hier die erreichbare Luminosität \mathcal{L}_{\parallel} für $\check{z}_e = 10\text{m}$ ihr Maximum annimmt, vgl. Abbildung 9.

Die gemäß Tabelle 2 erzielbare mittlere Luminosität von 1.72kHz/b reicht nicht aus, um die Polarisation innerhalb von 15min mit einer Genauigkeit von 3% zu messen, vgl. Tabelle 1. Ziel dieser Arbeit ist, einen optischen Resonator zu entwerfen, in dem Laserlicht mit einem Vielfachen der eingekoppelten Leistung

[†]Der Wert ergibt sich aus Tabelle 3 in Abschnitt 4.8.

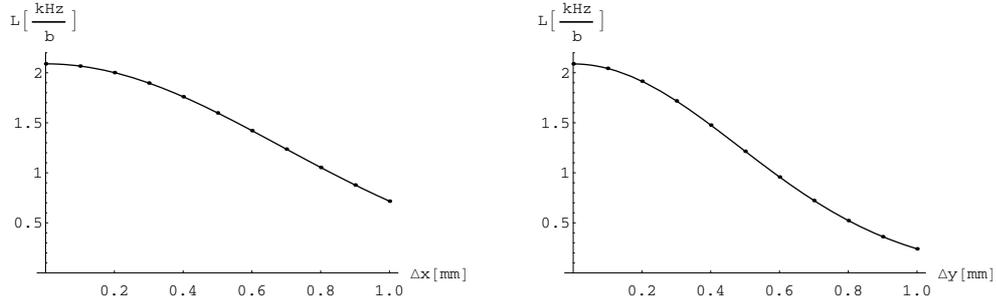


Abbildung 7: *Luminosität bei Verschiebung der Strahlen in horizontaler (links) und vertikaler (rechts) Richtung. Durch die Punkte werden die Ergebnisse der numerischen Berechnung des Integrals (16) mit den in (22) angegebenen Parametern und den Rayleighlängen $\check{z}_L = 2.5\text{m}$, $\check{z}_{e^-} = 10\text{m}$ dargestellt. Die durchgezogenen Linien sind Gaußfunktionen.*

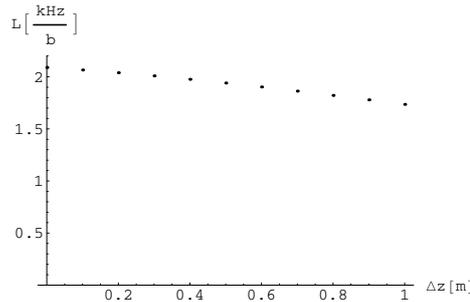


Abbildung 8: *Luminosität bei Verschiebung der Strahlen in longitudinaler Richtung. Es gelten die gleichen Parameter wie in Abbildung 7.*

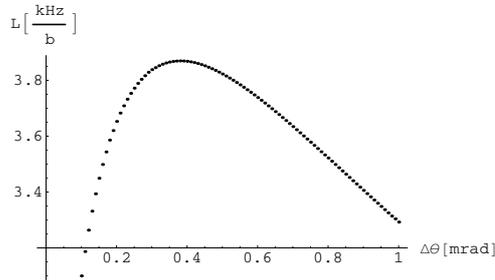


Abbildung 9: *Maximum der in einer Wechselwirkungszone der Länge $\ell = 2\text{m}$ erreichbaren Luminosität für $\check{z}_{e^-} = 10\text{m}$ und verschiedene \check{z}_L . Es gelten die Parameter aus (22).*

zirkuliert. Die im Resonator entstehende Intensitätsüberhöhung soll ausreichen, um die Messung durchzuführen. Dazu wird der Elektronenstrahl durch die Schikane in die Wechselwirkungszone der Comptonstreuung innerhalb des Resonators geführt. Der Aufbau des geplanten Polarimeters ist in Anhang A skizziert. Während ein kleiner Kreuzungswinkel α_c günstig erscheint, weil eine weniger hohe Intensitätsüberhöhung im Resonator erzielt werden muß, so bedeutet dies gleichzeitig, daß der Resonator notwendigerweise sehr lang ($L \approx 5\text{m}$) wird, weil die Resonatorspiegel hinter den Magneten der Schikane plaziert werden müssen. Mit der Länge eines Resonators nehmen auch die transversalen Strahlageverschiebungen aufgrund von Resonatorspiegelschwingungen zu. Damit sind höhere Anforderungen an die Stabilisierung der Resonatorspiegel zu stellen.

4 Optische Resonatoren

In diesem Kapitel werden Eigenschaften von optischen Resonatoren diskutiert. Aufgrund der Ergebnisse dieser Diskussion wird eine für das Polarimeter geeignete Resonatorgeometrie ausgewählt.

In Abschnitt 4.1 wird die Wirkung von einfachen optischen Elementen auf ein Strahlenbündel dargestellt. Damit können wir in Abschnitt 4.2 ein Stabilitätskriterium für optische Resonatoren formulieren. Da wichtige Eigenschaften von optischen Resonatoren aus der Wellennatur des Lichts folgen, wird in Abschnitt 4.3 die Wellengleichung für paraxiale Strahlen präsentiert. Den in Abschnitt 3.3 dargestellten Berechnungen zur Luminosität liegen Gaußsche Intensitätsprofile der Strahlen zugrunde. Deshalb gibt Abschnitt 4.4 eine Übersicht der Eigenschaften von Gaußstrahlen. Es wird gezeigt, daß Gaußsche Strahlen die paraxiale Wellengleichung lösen und daß die Ergebnisse aus 4.1 für Gaußsche Strahlen gültig bleiben. Die Eigenschaften höherer transversaler Moden werden kurz in Abschnitt 4.5 abgegrenzt. In Abschnitt 4.6 wird untersucht, welche Gestalt das stationäre Gaußsche Strahlungsfeld eines optischen Resonators hat. Das Verkippen der Resonatorspiegel aus der Resonatorachse wird in Abschnitt 4.7 kurz untersucht. Abschnitt 4.8 enthält Berechnungen der Luminosität, die mit verschiedenen Resonatortypen erzielt werden kann.

Die folgenden kurzen Abschnitte beschäftigen sich mit Fragen, die sich losgelöst von der Resonatorgeometrie stellen: In Abschnitt 4.9 werden Abschätzungen zur Intensitätsüberhöhung gemacht. In Abschnitt 4.10 wird die Erhaltung der Photonenpolarisation im Resonator angesprochen. Abschnitt 4.11 beschreibt, wie die Laserleistung in den Resonator eingekoppelt werden soll. In Abschnitt 4.12 wird die Stabilisierung und Abstimmung des Resonators skizziert. Abschnitt 4.13 schließt das Kapitel mit einer Anmerkung zur Synchrotronstrahlung.

4.1 Die Strahlenmatrix für paraxiale Strahlen

In der geometrischen Optik wird die Ausbreitung von Licht durch Strahlenbündel beschrieben. In jedem Punkt entlang der Ausbreitungsrichtung z des Lichts wird ein Strahlenbündel durch seine laterale Ausdehnung $r(z)$ und seine Divergenz $r'(z) = \frac{dr}{dz}$ charakterisiert, wenn Zylindersymmetrie des Bündels um die Ausbreitungsrichtung angenommen wird.

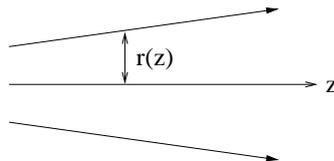


Abbildung 10: *Geometrische Optik: Das Strahlenbündel.*

Ein solches Strahlenbündel kann vollständig beschrieben werden durch einen zwei-zeiligen Vektor der Form

$$\begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix}. \quad (29)$$

Strahlen heißen *paraxial*, wenn

$$r'(z) = \tan \varphi \approx \sin \varphi \approx \varphi.$$

Der Einfluß optischer Elemente auf ein Strahlenbündel kann durch 2×2 - Matrizen dargestellt werden. Der Durchgang eines Strahlenbündels durch ein Element wird dann durch Multiplikation der Elementmatrix mit dem Strahlvektor modelliert.

$$\begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix}_{final} = \mathcal{M} \begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix}_{initial} \quad (30)$$

So, wie das optische Element auf das Strahlenbündel wirkt, wirkt auch die Matrix des Elements auf den Strahlvektor.

Wir betrachten zwei einfache optische Elemente:

1. Die Laufstrecke der Länge d im Vakuum:

Ein Strahl $\begin{pmatrix} r(z_0) \\ r'(z_0) \end{pmatrix}$ durchläuft die Strecke d , wodurch die neue laterale Ausdehnung gegeben ist durch $r(z_0 + d) = r(z_0) + dr'(z_0)$. Die Divergenz des Strahlenbündels bleibt unverändert. Der Einfluß der Laufstrecke auf das Bündel wird beschrieben durch

$$\mathcal{M}_d = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (31)$$

2. Der sphärische Spiegel vom Krümmungsradius[‡] R :

Die laterale Ausdehnung des Strahlenbündels auf der Spiegeloberfläche ist vor und nach $\frac{\tilde{L}_{r \leq r_{max}}}{\mathcal{L}_0(3\%)}$ der Reflexion gleich. Für die Divergenz haben wir:

$$\begin{aligned} r'_i &= \alpha, r'_f = -\gamma \\ \beta &= \alpha + \theta, \gamma = \alpha + 2\theta \\ \alpha + \gamma &= 2\beta \approx 2r_i/R \\ r'_f &= -\gamma = \alpha - 2\beta = r'_i - \frac{2r_i}{R} \end{aligned}$$

Es ergibt sich für sphärische Spiegel die Transformationsmatrix

$$\mathcal{M}_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix}. \quad (32)$$

Dieser Formalismus erlaubt eine einfache Analyse der Stabilität von optischen Resonatoren.

[‡]Konventionsgemäß ist R positiv für konkave Spiegel und negativ für konvexe Spiegel.

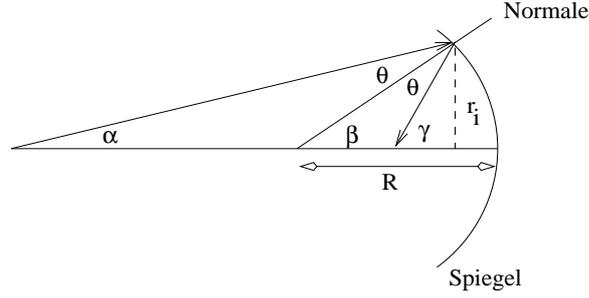


Abbildung 11: *Geometrische Optik: Transformation eines paraxialen Strahlenbündels durch einen sphärischen Spiegel*

4.2 Stabilität von Resonatoren

Ein optischer Resonator wird als stabil bezeichnet, wenn ein darin umherlaufendes Strahlenbündel den Resonator nicht verlassen kann. Im einfachsten Fall sollten sich das Bündel nach jedem Umlauf reproduzieren. Wir betrachten einen Resonator der Länge L mit sphärischen Spiegeln der Krümmungsradien R_1 und R_2 . Im Formalismus der Strahlmatrizen wird ein Umlauf im Resonator durch die Matrix der Laufstrecke L , die Matrix der Reflexion am sphärischen Spiegel R_2 , erneutes Durchlaufen der Resonatorstrecke und schließlich die Reflexion am Spiegel R_1 dargestellt. Wir erhalten eine neue Matrix, die den Effekt des Umlaufs im Resonator auf das Strahlenbündel beschreibt:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 - \frac{2L}{R_2} & 2L - \frac{2L^2}{R_2} \\ \frac{4L}{R_1 R_2} - \frac{2}{R_1} - \frac{2}{R_2} & 1 - \frac{2L}{R_2} - \frac{4L}{R_1} + \frac{4L^2}{R_1 R_2} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (33)$$

Nach N Umläufen hat das ursprüngliche Strahlenbündel die Gestalt

$$\begin{pmatrix} r_N \\ r'_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix}_N = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^N \begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix}_i. \quad (34)$$

In Anhang D wird gezeigt, daß gilt

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^N = \frac{1}{\sin \vartheta} \begin{pmatrix} A \sin N\vartheta - \sin(N-1)\vartheta & B \sin N\vartheta \\ C \sin N\vartheta & D \sin N\vartheta - \sin(N-1)\vartheta \end{pmatrix}, \quad (35)$$

wo $\cos \vartheta = \frac{1}{2}(A + D)$ definiert wurde. Mit (33) ergibt sich hierfür

$$\cos \vartheta = 1 - \frac{2L}{R_1} - \frac{2L}{R_2} + \frac{2L^2}{R_1 R_2}.$$

Mit (35) läßt sich die laterale Ausdehnung und die Divergenz des Strahlenbündels nach N Umläufen angeben. Wir sehen, daß die laterale Ausdehnung r_N endlich bleibt, solange ϑ reell ist. Für imaginäre ϑ hingegen divergiert $\sin N\vartheta = (e^{iN\vartheta} - e^{-iN\vartheta})/2i$ für $N \rightarrow \infty$. Die Bedingung für Resonatorstabilität lautet also $\vartheta \in \mathbf{R}$ bzw. $|\cos \vartheta| \leq 1$. In der Literatur wird das Stabilitätskriterium gewöhnlich als

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1 \quad (36)$$

geschrieben, wo die sogenannten g -Parameter durch $g_i = 1 - \frac{L}{R_i}$ definiert sind. Dieses Stabilitätskriterium wurde mithilfe der Beschreibung von Strahlen durch den Vektor (29) erhalten. Es muß nun untersucht werden, inwieweit das Ergebnis auf Laserstrahlen anzuwenden ist, und es zeigt sich, daß wichtige Eigenschaften von Laserresonatoren aus der Wellennatur des Lichts folgen. Um Laserresonatoren zu verstehen, ist eine Betrachtung notwendig, die von den Maxwell'schen Gleichungen ausgeht.

4.3 Die paraxiale Wellengleichung

Die Maxwell'schen Gleichungen führen auf die Wellengleichung

$$\nabla^2 E(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E(\vec{r}, t) = 0.$$

Für monochromatische Wellen, d.h. $E(\vec{r}, t) = \mathcal{E}(\vec{r})e^{-i\omega t}$ erhält man hieraus die Helmholtzgleichung für \mathcal{E} :

$$\nabla^2 \mathcal{E}(\vec{r}) + k^2 \mathcal{E}(\vec{r}) = 0$$

mit $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$. Die Lösung der Helmholtzgleichung ist also eine monochromatische Lösung der Wellengleichung. Mögliche Lösungen sind gegeben durch

1. **Die ebene Welle:**

$$\mathcal{E}(\vec{r}) = \mathcal{E}_0 e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

2. **Die Kugelwelle:**

$$\mathcal{E}(\vec{r}) = \frac{A}{r} e^{ikr}$$

Wir betrachten hierzu eine Quelle am Ort $z = 0$ und eine Kugelwellenlösung dieser Quelle in der transversalen Ebene $z = R$ und zwar in der Nähe der z -Achse: $x^2 + y^2 \ll R^2$:

$$\begin{aligned} r &= (x^2 + y^2 + R^2)^{\frac{1}{2}} = R \left(1 + \frac{x^2 + y^2}{R^2}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &\approx R \left(1 + \frac{x^2 + y^2}{2R^2} - \frac{1}{8} \left(\frac{x^2 + y^2}{R^2}\right)^2 + \dots\right) \\ \Rightarrow kr &\approx kR + k \frac{x^2 + y^2}{2R^2}, \end{aligned}$$

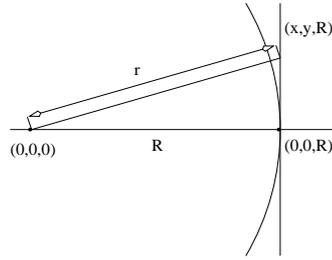


Abbildung 12: Zur Näherung der Kugelwellenlösung der Helmholtzgleichung

so daß wir schreiben können:

$$\mathcal{E}(r) \approx \frac{A}{R} e^{ikR} e^{ik \frac{x^2+y^2}{2R^2}}. \quad (37)$$

Hierbei ist der zweite Term der Entwicklung im führenden Quotienten vernachlässigt worden, da er klein gegenüber R ist. In der Exponentialfunktion hingegen muß er berücksichtigt werden, da er gegenüber k signifikant sein kann:

$$\frac{2\pi}{k} = \lambda \approx \frac{x^2 + y^2}{2R^2}.$$

Als Bedingung für die Gültigkeit dieser Approximation muß der dritte Term der Entwicklung klein gegenüber der Wellenlänge λ sein. Dies führt auf:

$$\frac{a^2}{\lambda R} \ll \left(\frac{R}{a}\right)^2, \quad a^2 = x^2 + y^2. \quad (38)$$

3. Den Strahl:

$$\mathcal{E}(r) = \mathcal{E}_0(r) e^{ikz} \quad (39)$$

Eine Strahlösung hat eine fast unidirektionale Ausbreitungsrichtung (im Gegensatz zur Kugelwelle) und einen endlichen Querschnitt (im Gegensatz zur ebenen Welle). Mit der zusätzlichen Bedingung $\mathcal{E}_0 \approx \text{const.}$ über einige Wellenlängen ergibt sich

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial \mathcal{E}_0}{\partial z} \right| &\ll k |\mathcal{E}_0| \\ \left| \frac{\partial^2 \mathcal{E}_0}{\partial z^2} \right| &\ll k \left| \frac{\partial \mathcal{E}_0}{\partial z} \right|. \end{aligned} \quad (40)$$

In dieser Approximation reduziert sich die Helmholtzgleichung für den Ansatz (39) auf

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + 2ik \frac{\partial}{\partial z} \right) \mathcal{E}_0(r) \quad (41)$$

$$= \left(\nabla_T^2 + 2ik \frac{\partial}{\partial z} \right) \mathcal{E}_0(r) = 0. \quad (42)$$

Diese Gleichung trägt den Namen *paraxiale Wellengleichung*.

4.4 Gaußsche Strahlen

Gaußsche Strahlen haben Intensitätsprofile der Form

$$I(x, y, z) \propto |\mathcal{E}_0(z)|^2 e^{-2(x^2+y^2)w^2} = |\mathcal{E}_0(\vec{r})|^2.$$

Hierin ist w die sogenannte *spot size*, also die 2σ -Größe des Strahlflecks. Man kann durch Einsetzen zeigen, daß der Ansatz

$$\mathcal{E}_0(\vec{r}) = A e^{ik(x^2+y^2)/2q(z)} e^{ip(z)} \quad (43)$$

mit $\frac{1}{q(z)} = \frac{2i}{k\omega^2}$ ein Gaußsches Intensitätsprofil annimmt und die paraxiale Wellengleichung löst, wenn

$$\frac{dq}{dz} = 1 \Rightarrow q(z) = q_0 + z \quad (44)$$

und

$$\frac{dp}{dz} = \frac{i}{q} \Rightarrow p(z) = i \ln \frac{q_0 + z}{q_0}$$

mit $q_0 = q(0)$ und $p(0) = 0$. Da q im allgemeinen komplex sein kann, schreibt man:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} + \frac{i\lambda}{\pi w^2(z)}, \quad (45)$$

wo $R, w \in \mathbf{R}$. Wir zeigen nun, daß $R(z)$ und $w(z)$ vollständig bestimmt sind, wenn $R_0 = R(0)$ und $w_0 = w(0)$ bekannt sind. Da $z = 0$ beliebig definiert werden darf, legen wir die Ebene $z = 0$ so, daß $R_0 = \infty$, also $q_0 = \frac{i\lambda}{\pi w_0^2}$. Durch Einsetzen von (44) in (45) und Koeffizientenvergleich von Real- und Imaginärteil erhält man den Krümmungsradius der Wellenfront

$$R(z) = z + \frac{\check{z}^2}{z} \quad (46)$$

und die Strahlleckgröße

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{\check{z}^2}}. \quad (47)$$

Die Größe $\check{z} = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ heißt Rayleigh-Länge. Wir betrachten schließlich noch die Exponentialfunktion von $p(z)$ mit der getroffenen Wahl $z = 0$:

$$e^{ip(z)} = \frac{1}{1 + i\frac{z}{\check{z}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{z^2}{\check{z}^2}}} e^{-i\Phi(z)}.$$

In dieser trigonometrischen Darstellung ist $\Phi(z) = \arctan\left(\frac{z}{\check{z}}\right)$. Wir können jetzt den Ansatz (43) in geschlossener Form ausdrücken:

$$\mathcal{E}_0(\vec{r}) = \frac{A e^{-i\Phi(z)}}{\sqrt{1 + \frac{z^2}{\check{z}^2}}} \times e^{\frac{ik(x^2+y^2)}{2R(z)}} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{w^2(z)}}.$$

Multipliziert mit e^{ikz} ist dies die Strahlösung innerhalb der Näherung (40). Dieser Ausdruck hat folgende Eigenschaften:

- Gaußsches Intensitätsprofil in jeder Ebene $z = \text{const.}$
- in der Ebene $z = 0$ ist die Strahlfleckgröße minimal. Deshalb heißt w_0 *beam waist*. Die Strahlfleckgröße wächst wie (47). Wir haben aber noch keinen Ausdruck für w_0 .
- Die Lösung ist durch λ und w_0 charakterisiert.
- Die Strahltaile wächst entlang einer Rayleighlänge auf $w(\check{z}) = \sqrt{2}w_0$. Die Rayleighlänge \check{z} ist ein Maß für die Ausdehnung der Strahlfleckgröße entlang der Ausbreitungsrichtung. Je kleiner die Taille w_0 , desto kleiner ist auch \check{z} und desto größer ist die Divergenz des Strahls. Die Situation ist ähnlich zur Beugung an einer Lochblende vom Durchmesser D , wo der Divergenzwinkel durch das erste Beugungsminimum definiert werden kann [Mil88]:

$$\varphi = 1.22 \frac{\lambda}{D}.$$

Der Divergenzwinkel des Gaußschen Strahls kann für $z \gg \check{z}$ durch $\varphi \approx \frac{w(z)}{z} \approx \frac{w_0}{\check{z}} = \frac{\lambda}{\pi w_0}$ definiert werden. Der Divergenzwinkel ist von der gleichen Größenordnung wie bei der Beugung an einer Lochblende mit Durchmesser $D \approx w_0$.

Wir betrachten noch die Intensität und den Energiefluß des Strahls:

$$I(x, y, z) = \frac{c\epsilon_0}{2} |\mathcal{E}(x, y, z)|^2 = \frac{(c\epsilon_0)|A|^2}{1 + z^2/\check{z}^2} e^{-2(x^2+y^2)w^2(z)}.$$

Das Integral der Intensität in jeder Ebene $z = \text{const.}$ ist unabhängig von z , wie man aufgrund der Energieerhaltung erwartet:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy I(x, y, z) = \frac{c\epsilon_0}{4} |A|^2 (\pi w_0^2).$$

Schließlich wollen wir das Strahlungsfeld noch für $z \gg \check{z}$ betrachten. Wir erhalten:

$$I(x, y, z) \approx \frac{c\epsilon_0 |A|^2}{2z^2} \check{z}^2 e^{-2(x^2+y^2)w^2(z)} \quad (48)$$

$$w(z) \approx \frac{w_0 z}{\check{z}} = \frac{\lambda z}{\pi w_0} \quad (49)$$

$$\mathcal{E}(\vec{r}) \approx \frac{A\check{z}}{z} e^{i(kz - \frac{\pi}{2})} e^{ik(x^2+y^2)/2R(z)} e^{-(x^2+y^2)w^2(z)}. \quad (50)$$

Außerdem ist $R(z) \approx z$, so daß

$$\mathcal{E}(\vec{r}) \approx -iA\check{z} \left[\frac{1}{z} e^{ikz} e^{ik(x^2+y^2)/2z} \right] e^{-(x^2+y^2)w^2(z)}. \quad (51)$$

Dazu ist zu bemerken:

- Der Ausdruck in der eckigen Klammer beschreibt eine Kugelwelle einer Quelle an $x = y = z = 0$.
- Eine Gaußsche Welle wird durch die Strahlfleckgröße an der Taille w_0 , den Ort der Taille z und die Amplitude A vollständig beschrieben.
- Die Ausdrücke wurden unter der Bedingung (40) hergeleitet. Diese Bedingung impliziert, daß $w_0 \gg \lambda$, d.h. die Ergebnisse sind nur für paraxiale Strahlen gültig.

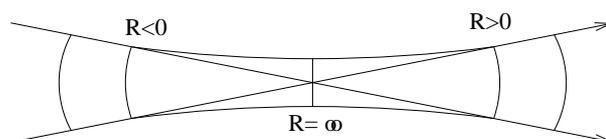


Abbildung 13: Änderung des Krümmungsradius der Wellenfronten Gaußscher Strahlen.

Die folgenden Betrachtungen werden zeigen, daß die Strahlenmatrizen aus Abschnitt 4.1 direkt auf Gaußsche Strahlen angewendet werden können, wenn der Einfluß eines optischen Elements auf den Strahl durch

$$q_f = \frac{Aq_i + B}{Cq_i + D}$$

dargestellt wird, wo q der oben eingeführte q -Parameter (44) ist. Die Koeffizienten A bis D entsprechen dann in der Darstellung $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ exakt den Strahlenmatrizen.

Wir betrachten wieder

1. die Strecke der Länge d .

Wir haben gesehen, daß ein Gaußscher Strahl auf seinem Weg Strahlfleckgröße w und den Krümmungsradius R ändert. Die Änderung dieser beiden Größen wird durch das Ausbreitungsgesetz $q_f = q_i + d = q_i + z_f - z_i$ beschrieben. Wir sehen, daß

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. der sphärische Spiegel vom Krümmungsradius R .

Die Strahlfleckgröße bleibt unverändert: $w_f = w_i$. Der Krümmungsradius ändert sich in paraxialer Näherung gemäß

$$\alpha \approx \sin \alpha = \frac{w_i}{R_i}, \gamma \approx \sin \gamma = \frac{w_i}{-R_f}$$

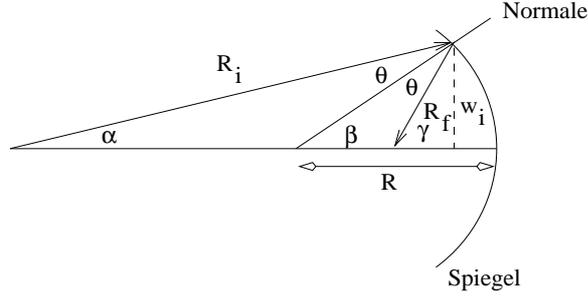


Abbildung 14: *Gaußsche Optik: Transformation eines paraxialen Strahls durch einen spärigen Spiegel*

$$\alpha + \gamma = 2\beta \approx 2\frac{w_i}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_f} \approx \frac{1}{R_i} - \frac{2}{R}$$

Also ergibt sich für die Transformation des q-Parameters

$$\frac{1}{q_f} = \frac{1}{R_f} + \frac{i\lambda}{\pi w_f^2} = \frac{1}{q_i} - \frac{2}{R}$$

Die Transformationsmatrix ist wieder, wie bei der geometrischen Analyse,

$$\mathcal{M}_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix}.$$

4.5 Transversale Gaußsche Moden höherer Ordnung

Die Abschätzungen der Luminosität in Abschnitt 3.3 wurden mit Gaußschen Intensitätsprofilen gemacht. Es existieren aber auch Strahlösungen mit anderen Intensitätsprofilen.

Wählt man anstatt von (43) einen allgemeineren Ansatz der Form

$$\mathcal{E}_0(\vec{r}) = A g\left(\frac{x}{w(z)}\right) h\left(\frac{y}{w(z)}\right) e^{iP(z)} e^{ik(x^2+y^2)/2q(z)},$$

so erhält man allgemeine Lösungen der Form

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{mn}(x, y, z) &= \frac{Aw_0}{w(z)} H_m\left(\sqrt{2}\frac{x}{w(z)}\right) H_n\left(\sqrt{2}\frac{y}{w(z)}\right) \\ &\times e^{i[kz - (m+n+1)\arctan(z/z)]} \\ &\times e^{ik(x^2+y^2)/2R(z)} e^{-(x^2+y^2)/w^2(z)}. \end{aligned} \quad (52)$$

Für diese höheren Moden gelten alle Ausdrücke aus dem vorangegangenen Absatz, insbesondere die Strahlfleckgröße und der Krümmungsradius, mit einer Ausnahme [Mil88] : die Resonanzfrequenzen für diese sogenannten transversalen Moden TEM_{mn} sind gegeben durch

$$\nu_{qmn} = \frac{c}{2L} \left(q + \frac{1}{\pi} (m + n + 1) \arccos(\sqrt{g_1 g_2}) \right).$$

Für das Vorzeichen der Wurzel gilt dieselbe Konvention wie in (56). Die höheren transversalen Moden TEM_{mn} haben breitere transversale Intensitätsprofile als die Gaußsche Mode TEM_{00} . Deshalb erzielt man bei der Überlagerung eines Elektronenstrahls mit Gaußschem Intensitätsprofil und einem Laserstrahl in einer höheren transversalen Mode nicht die in Abschnitt 3.3 berechneten Luminositäten. Die transversalen Moden höherer Ordnung müssen in dem Resonator für das Comptonpolarimeter unterdrückt werden, damit die Abschätzungen aus Abschnitt 3.3 gültig bleiben.

4.6 Moden Gaußscher Strahlen in Laserresonatoren

Wenn das Gaußsche Strahlungsfeld innerhalb des Resonators eine Mode sein soll, dann darf sich der q-Parameter in jeder transversalen Ebene des Resonators nach einem ganzen Umlauf des Strahls nicht geändert haben. Man überlegt sich leicht, daß in einem Resonator, der nur aus zwei Spiegeln und einer Laufstrecke im Vakuum besteht, der Krümmungsradius der Spiegel gleich dem Krümmungsradius des Gaußschen Strahls am Ort der Spiegel sein muß, da sich sonst der Krümmungsradius und damit der q-Parameter des Strahls bei der Reflexion ändern würde. Wir haben also $R(z_i) = z_i + \frac{z_i^2}{z_i}$. Der vom Spiegel 1 reflektierte Strahl hat konventionsgemäß einen negativen Krümmungsradius, da er konvergiert. Der konkave Spiegel bei z_1 hat aber einen positiven Krümmungsradius R_1 , wovon man sich am einfachsten mit einer geometrischen Analyse überzeugt: ein von rechts einlaufendes paralleles Strahlenbündel wird fokussiert. Der Spiegel 1 mit $R_1 > 0$ transformiert

$$r'_f = -\frac{2}{R_1} r_i < 0.$$

Wir erhalten die Krümmungsradien der Spiegel als Funktion der Position der Strahltaile und der Spiegel selbst: $R(z_1) = z_1 + \frac{z_1^2}{z_1} = -R_1$ $R(z_2) = z_2 + \frac{z_2^2}{z_2} = R_2$. Mit $L = z_2 - z_1$ können die Gleichungen nach den $z_{1,2}$ sowie \check{z} aufgelöst werden:

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{-L(R_2 - L)}{R_1 + R_2 - 2L} \\ z_2 &= \frac{-L(R_1 - L)}{R_1 + R_2 - 2L} \\ \check{z} &= \frac{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}{(R_1 + R_2 - 2L)^2}. \end{aligned} \tag{53}$$

Der Ort der Strahltaille ist kein freier Parameter, sondern durch die Resonatorgeometrie eindeutig festgelegt. Die gleiche Aussage gilt für die Größe des Strahlflecks an der Taille:

$$w_0 = \frac{(\lambda/\pi)^{1/2}[L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)]^{1/4}}{(R_1 + R_2 - 2L)^{1/2}}. \quad (54)$$

Schließlich lassen sich auch die Größen der Strahlflecke auf den Spiegeln und die Resonanzfrequenz der niedrigsten Mode angeben:

$$w_1 = \left(\frac{\lambda L}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{g_2}{g_1(1 - g_1 g_2)}\right)^{1/4}$$

$$w_2 = \left(\frac{\lambda L}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{g_1}{g_2(1 - g_1 g_2)}\right)^{1/4} \quad (55)$$

$$\nu_q = \frac{c}{2L} \left(q + \frac{1}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 g_2}\right), \quad (56)$$

Das Vorzeichen der Wurzel in der letzten Gleichung ist durch das Vorzeichen der g -Faktoren[§] gegeben. Die longitudinalen Modenzahl q ist ein Integer und darf nicht mit dem q -Parameter des Gaußschen Strahls verwechselt werden.

Gaußsche Moden bilden sich nur in stabilen Resonatoren aus, vgl. (36), ansonsten wird w_0^4 negativ, d.h. die Strahlleckgröße bleibt nicht endlich.

Die Spiegelradien a müssen groß genug sein, um den Strahl komplett aufzufangen, ansonsten ist eine Beugungsanalyse notwendig. Die Bedingung $a \gg w_1, w_2$ führt auf den Ausdruck $N_F = a^2/\lambda L \gg 1$ und ist i.a. leicht zu erfüllen. Mit einer Wellenlänge $\lambda = 514\text{nm}$ erhält man z.B. $N_F = 60$ für einen Resonator der Länge $L = 5\text{m}$ mit 1"-Standardspiegeln. N_F heißt Fresnel-Zahl.

Die letzte Bedingung lautet $N_F \ll (L/a)^2$. Dies entspricht im wesentlichen der Bedingung (38) und stellt in diesem Kontext sicher, daß das Gaußsche Strahlungsfeld an den Spiegeln gut durch sphärische Wellenfronten beschrieben wird. Mit dem Zahlenbeispiel aus dem letzten Absatz wird die Bedingung leicht erfüllt.

4.7 Verkippen der Resonatorspiegel

Beim Aufbau des Resonators in der Strahlführung muß mit mechanischen Schwingungen gerechnet werden. Die Messungen des Strahlrohrs wurden gemessen und werden in Abschnitt 4.12 diskutiert. Mit der Gaußschen Beschreibung von Laserstrahlen haben wir ein Werkzeug, um die Bedeutung der Stabilitätsfaktoren g_i von optischen Resonatoren auch anschaulich zu verstehen, nämlich durch die Betrachtung der Empfindlichkeit eines Resonators auf Verkippen der Spiegel aus ihrer Sollposition. Die optische Achse eines Zweispiegelresonators wird durch die

[§]Das Vorzeichen der g -Parameter ist für stabile Resonatoren gleich.

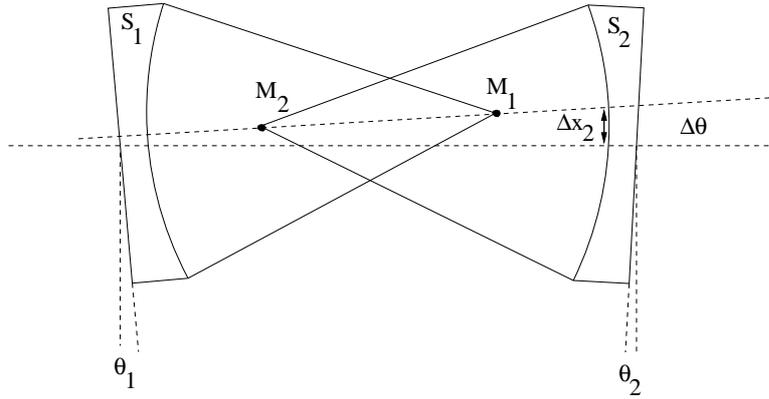


Abbildung 15: Beim Verkippen der Spiegel S_i um die Winkel θ_i verkippt sich die optische Achse um Δθ. Die Strahlmittelpunkte verschieben sich auf den Spiegeln um Δx_i. Die Mittelpunkte der Spiegelradien sind mit M_i bezeichnet.

Mittelpunkte M_i der beiden Spiegelradien festgelegt [Sie86]. Sie ist die Symmetrieachse des sich innerhalb des Resonators ausbildenden stationären Strahls. In Abbildung 15 ist die Situation skizziert. Das Verkippen der Spiegel um θ_i führt zu einer neuen optischen Achse, die gegenüber der Ruheachse um den Winkel Δθ verkippt ist. Auf den Spiegeln ist das Zentrum des Strahls um Δx_i aus der Ruhelage verschoben. Legt man eine Gerade durch die beiden Mittelpunkte M_i der Spiegelkrümmungen, so lassen sich die Änderungen für paraxiale Strahlen leicht annähern durch

$$\Delta x_1 = \frac{g_2}{1 - g_1 g_2} L \theta_1 - \frac{1}{1 - g_1 g_2} L \theta_2$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{1 - g_1 g_2} L \theta_1 - \frac{g_1}{1 - g_1 g_2} L \theta_2 \quad (57)$$

$$\Delta \theta = \frac{\Delta x_2 - \Delta x_1}{L} = \frac{(1 - g_2) \theta_1 + (1 - g_1) \theta_2}{1 - g_1 g_2}. \quad (58)$$

Unter dem Aspekt der Stabilität ist eine Resonatorgeometrie zu finden, für die selbst im ungünstigen Fall, daß sich beide Spiegel im gleichen Umlaufsinn verkippen, die Ablagen Δx_i klein gegenüber den Strahlfleckgrößen auf den Spiegeln bleiben.

4.8 Resonatorgeometrien

Die Betrachtung von unsymmetrischen Resonatoren liefert, abgesehen von der Verschiebung der Strahltaile entlang der Resonatorachse, keine neue Erkenntnis, weil man das Strahlungsfeld, das sich in einem unsymmetrischen Resonator aufbaut, immer als Ausschnitt des Strahlungsfeldes innerhalb eines symmetrischen Resonators auffassen kann. Wir betrachten deshalb symmetrische Resonatoren,

d.h. $g_1 = g_2 = g$. Die Strahltaile soll innerhalb des Resonators liegen, um die größtmögliche Luminosität zu erhalten. Der Resonator soll also aus zwei gleichartigen, konkaven Spiegeln bestehen.

Wir untersuchen einige Geometrien auf ihre Stabilität und die mit ihnen erzielbare Luminosität unter dem Strahlkreuzungswinkel $\alpha_c = 0$.

In Abschnitt 3.3 haben wir gesehen, daß bei einem Verhältnis der Rayleighlängen von Elektronen- und Photonenstrahl von $K = \frac{\check{z}_{e^-}}{\check{z}_L} > 1$ die Luminosität der Compton-Streuung innerhalb einer begrenzten Wechselwirkungszone der Länge ℓ nur schwach vom Verhältnis K abhängt. Man erkennt aber, daß der Verlust an Luminosität durch die endliche Länge des Überlapps der beiden Strahlen durch eine Fokussierung des Laserstrahls teilweise kompensiert werden kann. Eine Verkürzung der Rayleighlänge des Laserstrahls durch Modifikation der Resonatorgeometrie ist mit einer Einbuße an Resonatorstabilität zu erkaufen, wie wir gleich sehen werden.

Wir betrachten einen Resonator der Länge $L = 5\text{m}$ und einer Wechselwirkungszone der Länge $\ell = 2\text{m}$. Die Rayleighlänge des Laserstrahls ergibt sich nach (54) aus dem Krümmungsradius der Spiegel. Zur Berechnung der erzielbaren Luminosität wurde eine Rayleighlänge des Elektronenstrahls von $\check{z}_{e^-} = 10\text{m}$ angenommen, weil sich dieser Wert einerseits größenordnungsmäßig im A4-Experiment realisieren läßt; andererseits ergeben sich aus den diskutierten Resonatorgeometrien Werte für die Laserrayleighlänge, die das Verhältnis K der Rayleighlängen groß genug werden lassen, so daß die erzielbare Luminosität abgeschätzt werden kann, ohne den Wert von \check{z}_{e^-} exakt kennen zu müssen. Tabelle 3 faßt die Ergebnisse zusammen. Neben den Strahlfleckgrößen auf den Spiegeln w_i und der mit dem Resonator maximal erreichbaren Luminosität \mathcal{L}_{\parallel} wurden zwei Größen berechnet, die zur Beurteilung der Stabilität der Resonatorgeometrie herangezogen werden sollen. Zum einen handelt es sich um die Verkippung (58) der optischen Achse aus der Sollachse unter der Annahme, daß sich beide Spiegel um den gleichen Winkel $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ verkippem. Angegeben ist die Verkippung $\Delta\theta$ der optischen Achse als Vielfaches von θ . Zum anderen wurde die Verschiebung (57) berechnet, die angibt, wie weit sich der Strahl aus der Spiegelmitte verschiebt, wenn sich beide Spiegel gegeneinander um den gleichen Winkel verdrehen, also $\theta_1 = -\theta_2 = \theta$. Die Verschiebung Δx ist als Vielfaches von $L\theta$ angegeben.

Die erreichbare Luminosität \mathcal{L}_{\parallel} sinkt mit großen Spiegelradien, d.h. schwach fokussierten Laserstrahlen. In Beispiel 1 erreicht die Luminosität \mathcal{L}_{\parallel} für die Rayleighlängen $\check{z}_L = 40\text{cm}$ und $\check{z}_{e^-} = 10\text{m}$ ihr Maximum, vgl. Abbildung 9. Für noch kleinere Rayleighlängen des Laserstrahls, $R \rightarrow 2.5\text{m}$, sinkt die Luminosität schnell ab. Der Laserstrahl ist überfokussiert. Für kleine und große Spiegelradien werden die Beugungsverluste an den Spiegelrändern zunehmend wichtig, weil die Strahlfleckgrößen auf den Spiegeln w_i immer größer werden. Wir kommen hierauf im nächsten Abschnitt noch einmal kurz zurück.

Zur Diskussion der Konsequenzen der verschiedenen Geometrien nehmen wir aufgrund der in Abschnitt 5.3 dargestellten Messungen einen typischen maximalen

Beispiel	1	2	3	4	5
$R[\text{m}]$	2.56	3	5	10	20
$\check{z}_L[\text{m}]$	0.400	1.12	2.50	4.33	6.61
g	-0.95	$-\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
$w_0[\text{mm}]$	0.26	0.43	0.64	0.84	1.0
$w_i[\text{mm}]$	1.6	1.1	0.91	0.97	1.1
$\mathcal{L}_{\parallel}[\frac{\text{kHz}}{\text{b}}]$	3.87	3.16	2.09	1.43	1.03
$\Delta\theta/\theta$	40	6	2	$\frac{4}{3}$	$\frac{8}{7}$
$\bar{\mathcal{L}}_{\Delta\theta}[\frac{\text{kHz}}{\text{b}}]$	0.826	2.80	2.07	1.42	1.02
$ \Delta x /L\theta$	20	3	1	2	4
$\mathcal{L}_{\Delta x}[\frac{\text{kHz}}{\text{b}}]$	0.0127	0.512	1.72	0.881	0.326

Tabelle 3: *Konsequenzen verschiedener Resonatorgeometrien. Wendet man das Fehlerfortpflanzungsgesetz auf (53) an, kann die Unsicherheit der Strahltaillenposition Δz abgeschätzt werden. Sind die Werte von L und R auf 1% bekannt, so ergibt sich bei der Resonatorlänge $L = 5\text{m}$ ein $\Delta z < 10\text{cm}$.*

Kippwinkel $\theta = 100\mu\text{rad}$ an. In Beispiel 1 führt ein gleichsinniges Verkippen beider Spiegel um den Winkel θ zu einem Verkippen der Strahlachse um das Vierzigfache dieses Winkels. Aus Tabelle 2 entnehmen wir ein Absinken der mittleren Luminosität $\bar{\mathcal{L}}$ auf 21.3% des Maximalwertes \mathcal{L}_{\parallel} , falls die Spiegel mit einer Amplitude $\theta = 100\mu\text{rad}$ schwingen. Die mittleren Luminositäten aufgrund der Strahlverkipfung sind in der Zeile $\bar{\mathcal{L}}_{\Delta\theta}$ zusammengefaßt.

Andererseits zeigt sich die Empfindlichkeit in der Verschiebung des Strahls aus der Strahlachse bei gegensinnigem Verkippen der Spiegel um θ . In Beispiel 5 beträgt die Verschiebung $|\Delta x| = 4L\theta = 20\text{m} \cdot \theta$. Bei Spiegelschwingungen mit einer Amplitude von $\theta = 100\mu\text{rad}$ ist die Maximalverschiebung $|\Delta x| = 2\text{mm}$ doppelt so groß wie die Strahltaille w_0 und die mittlere Luminosität $\bar{\mathcal{L}}$ sinkt gemäß Tabelle 2 ab auf 31.7% des Maximalwertes. In der Zeile $\bar{\mathcal{L}}_{\Delta\theta}$ sind die mittleren Luminositäten aufgrund von Strahlverschiebungen aufgeführt.

Es zeigt sich, daß die mittlere Luminosität in erster Linie durch die transversale Verschiebung der Strahlen gegeneinander absinkt. Aus diesem Grunde ist die Geometrie für das Comptonpolarimeter vorzuziehen, die bei gegebener Schwingungsamplitude der Resonatorspiegel den kleinsten Strahlversatz erzeugt.

In diesem Sinne am unempfindlichsten gegenüber Spiegelschwingungen ist der

in Beispiel 3 dargestellte, sogenannte konfokale Resonator. Aufgrund von Strahlverkipfungen sinkt die mittlere Luminosität $\bar{\mathcal{L}}$ auf 99.0%, falls die Spiegel mit einer Amplitude von $\theta = 100\mu\text{rad}$ schwingen. Aufgrund von Strahlverschiebungen sinkt die mittlere Luminosität bei der gleichen Schwingungsamplitude der Spiegel auf 82.3%. Obwohl die maximal erzielbare Luminosität \mathcal{L}_{\parallel} beim konfokalen Resonator geringer ist als bei den stärker fokussierenden Resonatoren, wird wegen der guten Stabilitätseigenschaften dennoch eine höhere mittlere Luminosität $\bar{\mathcal{L}}$ erzielt.

In der Tat werden konfokale Resonatoren wegen ihrer guten Stabilitätseigenschaften oft als Prototypen für Laserresonatoren eingesetzt. Der im Vergleich zu anderen Resonatoren kleine Strahldurchmesser der niedrigsten Gaußschen transversalen Mode TEM_{00} extrahiert i.d.R. nicht genug Leistung aus einem aktiven Lasermedium, um ein Anschwingen höherer transversaler Moden zu unterdrücken. Dies schränkt die Nützlichkeit der konfokalen Geometrie für Laserresonatoren ein, weil man oft an TEM_{00} -Laserstrahlung interessiert ist. In unserem Fall ist der kleine Strahldurchmesser jedoch von Vorteil, wie wir bei der Untersuchung der Luminosität in Abschnitt 3.3 gesehen haben.

4.9 Intensitätsüberhöhung

In Tabelle 1 haben wir gesehen, daß eine Luminosität von $\mathcal{L} = 54.85\text{kHz/b}$ eine Polarisationsmessung mit 3% statistischem Fehler an $20\mu\text{A}$ Elektronen innerhalb von 15min erlaubt. Die bei einfacher Überlagerung der Strahlen erzielbare mittlere Luminosität beträgt beim konfokalen Resonator $\bar{\mathcal{L}} = 1.72\text{kHz/b}$, wenn die Lichtleistung $P_L = 10\text{W}$ beträgt. Für eine Messung auf 3% innerhalb von 15min muß die im Resonator zirkulierende Intensität demnach 320W betragen. Die Verluste eines in einem Resonator umlaufenden Laserstrahls sind gegeben durch die Transmissionsverluste an den Spiegeln, Brechungsverluste an den Spiegelrändern sowie Absorptionsverluste im Medium zwischen den Spiegeln und auf den Spiegeln selbst, wie z.B. durch Verunreinigungen. Sämtliche Intensitätsverluste werden durch sogenannte Deltaparameter beschrieben, die durch

$$I_f = I_i e^{-(\delta_0 + \delta_1 + \dots)},$$

definiert werden. Die auf die Leistung bezogene Transmission (Reflexion) der Spiegel seien identisch: $\mathcal{T}_1 = \mathcal{T}_2 = \mathcal{T}$ ($\mathcal{R}_1 = \mathcal{R}_2 = \mathcal{R}$). Die Brechungsverluste werden durch geeignete Wahl der Spiegelgröße klein gehalten. Mit der in Abschnitt 4.6 eingeführten Fresnel-Zahl $N_F = \frac{a^2}{L\lambda}$ hat man z.B. für konfokale runde Spiegel gefunden [Sie86], daß

$$\delta_{\text{Brechung}} \approx (4\pi)^2 N_F e^{-4\pi N_F}.$$

In unserem Fall mit $N_F = 60$ ist dieser Ausdruck praktisch Null. Die Absorptionsverluste sind vernachlässigbar [Aul98], weil sich der Elektronenstrahl, und damit auch der Resonator im Hochvakuum bei 10^{-7}mbar befindet. Wir fassen die

G		δ_0			
		0	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}
\mathcal{R}	0.99	100	99.9	99.0	90.8
	0.999	1000	990	907	—
	0.9999	10000	9070	—	—

Tabelle 4: Leistungsüberhöhung G mit Spiegeln verschiedener Reflektivität \mathcal{R} bei verschiedenen Verlustgraden δ_0 . In den leeren Tabellenfeldern ist die Bedingung $\delta_0 \ll \delta_{\mathcal{R}}$ nicht mehr erfüllt.

Verluste durch Absorption und Brechung auf der Spiegeloberfläche, z.B. durch Verunreinigungen, zusammen in einen Absortionskoeffizienten δ_0 :

$$I_{n+1} = I_n e^{-\delta_0},$$

wo I_n die Laserstrahlintensität nach dem n -ten Umlauf bezeichnet. Es werden hochreflektierende Spiegel mit $\mathcal{R} \geq 99.9\%$ eingesetzt. Die Leistungsüberhöhung G im Resonator kann unter diesen Voraussetzungen und $\delta_{\mathcal{R}} \approx 1 - \mathcal{R} \ll 1$, $\delta_0 \ll \delta_{\mathcal{R}}$ ausgedrückt werden als [Che95]

$$G = \frac{\mathcal{T}}{\left(1 - \mathcal{R} \cdot e^{-\frac{\delta_0}{2}}\right)}.$$

Tabelle 4 gibt für Spiegel verschiedener Reflexion die erreichbare Leistungsüberhöhung bei verschiedenen Verlustgraden an.

4.10 Erhaltung der Photonenpolarisation

Da die Polarisation direkt in die Asymmetrie (14) eingeht, ist die Kenntnis und die Erhaltung der Photonenpolarisation im Resonator von großem Interesse.

Die optischen Eigenschaften von dünnen Schichten, wie sie als Beschichtung auf den Resonatorspiegeln verwendet werden, sind schon lange Gegenstand von zahlreichen Untersuchungen [Mac86]. 1957 konnte Doppelbrechung in dünnen CaF_2 -Filmen nachgewiesen werden. Die Berechnungen optischer Konstanten in dünnen Schichten beruhen auf Modellen der Mikrostruktur der dielektrischen Kristalle. Die Packdichte der Schicht

$$p = \frac{\text{Volumen des dielektrischen Feststoffs}}{\text{Gesamtvolumen der Schicht}}$$

spielt in diesen Modellen eine herausragende Rolle. Außerdem zeigt sich, daß auch Parameter des Bedampfungsprozesses, wie z.B. der Auftreffwinkel des Dampfes auf das Substrat und die Richtung des Kristallwachstums meßbaren Einfluß auf

die Brechungsindizes entlang der Kristallachsen haben. Wegen der Säulenstruktur des Kristallwachstums haben alle Kristalle parallel gerichtete Hauptachsen. Bei einem konkaven Substrat und einem stationären Gaußschen Strahlungsfeld, das überall senkrecht auf das Substrat auftrifft, führt das zu einem radiusabhängigen Auftreffwinkel zwischen dem Wellenvektor des Lichts und den Kristallhauptachsen, vgl. Abbildung 16.

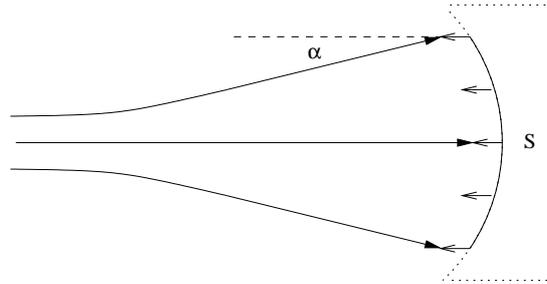


Abbildung 16: Radiusabhängiger Einfallswinkel des Strahlungsfeldes bezüglich der Hauptachsen der Kristalle einer dielektrischen Schicht. Von links einfallendes Strahlungsfeld. Die Pfeile auf der konkaven Spiegeloberfläche geben die Richtung der Kristallhauptachsen an. S bezeichnet das Spiegelsubstrat.

Zu einer Berechnung der Polarisationsänderung bei der Reflexion von Licht an dielektrischen Schichten ist außerdem die Kenntnis der Grobstruktur der Schicht, wie Abfolge und Dicke der einzelnen H-/L-Bedampfung[¶] notwendig. Eine rechnerische Abschätzung der oberen Grenze der Polarisationsänderung ist schwer zu geben. Trifft zirkular polarisiertes Licht

$$\vec{E} = E_x \cos(\omega t - kz_0) + E_y \sin(\omega t - kz_0)$$

auf einen optisch anisotropen Spiegel an der Stelle $z = z_0$, so kommt es bei der Reflexion zu einer Phasenverschiebung $d\phi$ in einer der beiden Polarisationsrichtungen, z.B.

$$\vec{E}' = E_x \cos(\omega t - kz_0) + E_y \sin(\omega t - kz_0 - d\phi).$$

Das transmittierte Licht eines in einem Resonator zirkulierenden Strahlungsfeldes wird beschrieben durch die Überlagerung von Wellen, die die Polarisationsänderung aufgrund einer Transmission und einem Vielfachen von zwei Reflexionen erlitten haben, also einer Überlagerung von

$$\vec{E}^n = E_x \cos(\omega t - kz_0) + E_y \sin(\omega t - kz_0 - (2n + \frac{1}{2})d\phi) \quad n = 0, 1, \dots, N.$$

Die effektive Polarisierung wird im Experiment am transmittierten Licht zu messen sein.

[¶]H: high index of refraction, L: low index of refraction

4.11 Einkopplung der Laserleistung

Um die Verluste beim Einkoppeln der Laserleistung in den Resonator so gering wie möglich zu halten, soll der externe Strahl so fokussiert werden, daß er beim Durchgang durch den Einkoppelspiegel dem stationären, zirkulierenden Strahlungsfeld der longitudinalen Mode im Resonator angepaßt wird. Eine anti-reflektierende Beschichtung auf der Außenseite des Einkoppelspiegels ist notwendig. Um eine Abstimmung während des Experimentes zu erleichtern, wird der vom Laser kommende Strahl zunächst mit einem Teleskop achsenparallel fokussiert. Anschließend wird dem Strahl mit einem Hohlspiegel oder einer Linse ein Krümmungsradius aufgeprägt, der eine effiziente Einkopplung erlaubt. An der Grenzfläche vom Substrat in das Resonatorinnere trifft der Strahl immer senkrecht zur Grenzfläche auf, weil die Krümmungsradien von Resonatorspiegel und Gaußscher Wellenfront für das stationäre Strahlungsfeld identisch sind.

Am einfachsten ist die Situation, wenn sich der Krümmungsradius bei Durchgang durch den Einkoppelspiegel stetig ändert, d.h. wenn keine Brechung an der Grenzfläche des Substrats stattfindet. Dazu muß der Einkoppelspiegel eine mit der Innenseite konzentrische Wölbung auf der Außenseite besitzen:

$$R_{\text{außen}} = R_{\text{innen}} + d,$$

wo wir mit d die Dicke des Substrats bezeichnet haben. Da ein Hohlspiegel vom Radius R_{ext} einen einfallenden parallelen Strahl auf den Brennpunkt im Abstand $R_{\text{ext}}/2$ bündelt, muß der Radius des externen Spiegels gemäß

$$R_{\text{ext}} = 2(z_{\text{ext}} + d + z_{\text{int}})$$

gewählt werden. Durch den senkrechten Einfall des externen Strahls auf das Substrat werden Brechungsverluste minimiert.

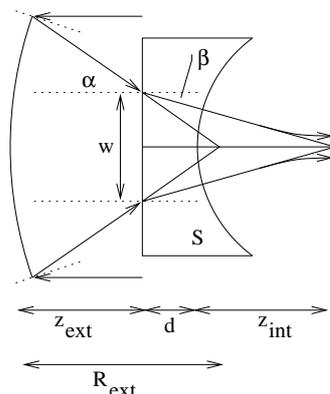


Abbildung 17: *Einkopplung des Strahls in den Resonator mit externem Hohlspiegel (links) bei rückseitig planpoliertem Resonatorspiegelsubstrat.*

Mit einem Standardsubstrat, das auf der Außenseite planpoliert ist, muß die Brechung des einfallenden Strahls zum Lot hin berücksichtigt werden. Für den Winkel β in Abbildung 17 erhält man für $d \ll z_{int}$

$$\beta \approx \tan \beta = \frac{w(z_{int} + d)}{z_{int} + d} \approx \frac{w(z_{int})}{z_{int}}.$$

Nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz ist der Winkel α gegeben durch

$$\sin \alpha = \frac{n_{substrat}}{n_{Vakuum}} \sin \beta.$$

Da die Winkel α, β von der Größenordnung 10^{-3} rad sind und $n_{Vakuum} = 1$, können wir schreiben

$$\alpha \approx n_{substrat} \beta.$$

Der Krümmungsradius des externen Hohlspiegels ergibt sich aus dem Abstand z_{ext} des externen Spiegels vom Einkoppelspiegel, dem Winkel α und der Strahlfleckgröße w gemäß

$$R_{ext} = 2(z_{ext} + \frac{w(z_{int} + d)}{\tan \alpha}) \approx 2(z_{ext} + \frac{z_{int}}{n_{substrat}}),$$

solange der externe Strahldurchmesser linear von z_{ext} abhängt, was für

$$z_{ext} \ll R_{ext} \tag{59}$$

gewährleistet ist. Der Faktor 2 ergibt sich wieder, weil ein fast paralleler Strahl auf den externen Hohlspiegel auftreffen soll. Das verwendete Substrat besteht aus Kronglas BK7 und hat den Brechungsindex $n_{BK7} = 1.52$ [Kuc91]. Für einen Wert von $z_{int} = 2.5$ m kommt man zu dem Ergebnis, daß R_{ext} nur wenig größer als 3.30m sein darf, wenn (59) erfüllt sein soll. Ein externer Hohlspiegel mit Krümmungsradius $R_{ext} = 4.00$ m im Abstand $z_{ext} = 35.5$ cm vor dem Einkoppelspiegel läßt genügend Raum zwischen den Spiegeln, um dem Einkoppelspiegel zu stabilisieren. Die Reflexionsverluste an der Außenseite des Einkoppelspiegels sind wegen des geringen Einfallswinkels $\alpha < 1$ mrad vernachlässigbar.

4.12 Resonatorstabilisierung und Abstimmung

Der Resonator muß aus zwei Gründen stabilisiert werden. Zum einen haben wir in Abschnitt 3.3 gesehen, daß die mittlere Luminosität vom maximalen Strahlkreuzungswinkel und damit direkt von der Stabilisierung der Resonatorspiegel abhängt. Da der Elektronenstrahl den Resonator passieren muß, werden Schwingungen des Strahlrohrs über Flansche an den Resonatoraufbau angekoppelt. Die Schwingungen des Strahlrohrs in der Nähe des Pumpstandes am Strahlrohrein- gang zur A4-Halle wurden mit einem kapazitiven Beschleunigungsmesser *Kistler*

Typ 8302A2 aufgezeichnet. Das Gerät liefert ein beschleunigungsproportionales Signal von ca. $\mathcal{K} = 2V/g$. Mit g ist die Erdbeschleunigung bezeichnet. Die Fourierspektren der gemessenen Schwingungssignale sind in Abbildung 18 gezeigt. Durch zweifache Integration der gemessenen spektralen Beschleunigung $a(\omega) = a_0(\omega) \sin \omega t$ erhält man eine Abschätzung der Schwingungsamplitude $x_0(\omega)$:

$$x_0(\omega) = \frac{a_0(\omega)}{\omega^2}. \quad (60)$$

Die horizontalen Schwingungen bei 10Hz und 50Hz haben eine Amplitude von etwa 0dB bezogen auf 100mV, woraus Schwingungsamplituden in der Größenordnung von $100\mu\text{m}$ berechnet wurden. Die vertikale Schwingung bei 10Hz ist mit etwa 10dB unterdrückt und man errechnet eine Schwingungsamplitude in der Größenordnung von einigen $10\mu\text{m}$. Da die Messung in unmittelbarer Nähe eines Pumpstandes durchgeführt wurde, stellen die Zahlen den ungünstigsten Fall dar. Beim Aufbau des Resonators werden die Spiegel passiv zu stabilisieren

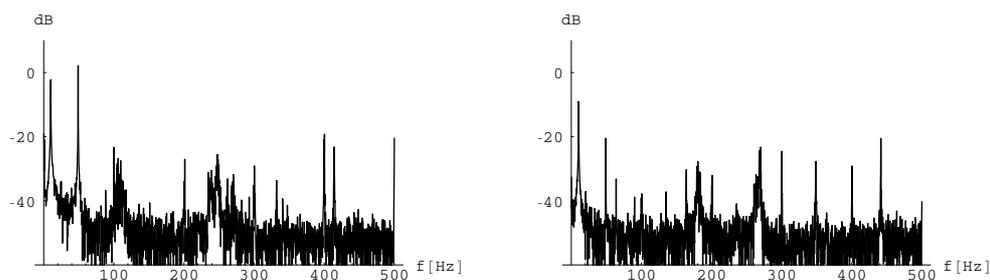


Abbildung 18: *Fourierspektren der horizontalen(links) und vertikalen(rechts) MAMI-Strahlrohrschwingungen am Strahlrohreingang zur A3-Halle, bezogen auf 100mV.*

sein, d.h. an sehr massive Halterungen angebracht, die ihrerseits fest mit dem Hallenboden zu verbinden sind. Das Strahlrohr wird durch je einen Vakuumbalg am Ein- und Ausgang zum Resonator angeschlossen, um die Einkopplung von Schwingungen zu minimieren.

Der zweite Grund für eine Stabilisierung des Resonators liegt in der Resonanzbedingung für longitudinale Lasermoden. Da der verwendete Laser nicht abstimmbar ist, muß der Resonator mit dem Laserlicht in Resonanz gebracht werden, vgl. Abschnitt 4.6. Man erfüllt die Bedingung durch eine Abstimmung der Resonatorlänge L . Da die Transmission des Laserstrahls durch den Resonator im Resonanzfall maximal wird [Sie86], kann die Resonatorlänge auf das transmittierte Intensitätssignal geregelt werden. Im Kapitel 5 wird der Intensitätssensor beschrieben und Einzelheiten der aktiven Positionierung der Spiegel durch Piezoelemente werden diskutiert.

4.13 Synchrotronstrahlung

Am MAMI wurden auf den Spiegeln, die zur Überwachung der Synchrotronstrahlung im RTM3 eingesetzt werden, lichtinduzierte opake Ablagerungen beobachtet [Kai98]. Die Spiegel waren fünf Jahre im RTM3 eingebaut. Vermutlich handelt es sich um Kohlenstoff, der aus Restgasmolekülen stammt, die vor der Spiegeloberfläche durch die Synchrotronstrahlung gespalten wurden. Die Ablagerungen lassen sich nicht entfernen. Da sich die Resonatorspiegel in unmittelbarer Nähe der Schikanendipole befinden werden, wird der strahlabwärts gelegene Resonatorspiegel ebenfalls einer gewissen Synchrotronstrahlung ausgesetzt sein. Durch differentielles Pumpen kann das Vakuum vor den Resonatorspiegeln weiter verbessert werden, falls sich die Polarimeteigenschaften durch Ablagerungen auf den Spiegeln verschlechtern.

5 Laserstabilisierung

Im vorliegenden Kapitel beschäftigen wir uns mit der Charakterisierung und Stabilisierung der Lasereigenschaften. In Abschnitt 5.1 werden einige Eigenschaften des verwendeten Lasers besprochen. Vorbereitende Messungen und Maßnahmen zur Frequenzstabilisierung werden dargestellt. Abschnitt 5.2 beschreibt, wie ein Instrument zur Messung der Strahlgröße gebaut wurde. Die Messungen zur Charakterisierung dieses Instruments werden vorgestellt. Abschnitt 5.3 enthält die Ergebnisse aus den Messungen der Strahlgrößenabweichungen. In Abschnitt 5.4 wird beschrieben, wie die aktive Stabilisierung der Strahlgrößenabweichungen realisiert wurde. Die Ergebnisse der Messungen und ein Vergleich mit den Ergebnissen aus Abschnitt 5.3 werden präsentiert.

5.1 Der Laser

Der verwendete Laser ist ein Argonionenlaser vom Typ *Coherent Innova 425* mit folgenden Spezifikationen: Es handelt sich um einen Laser, der ab Werk auf

Ausgangsleistung <i>multi line</i> sichtbar	25.0W
e^{-2} -Strahldurchmesser am Auskoppelspiegel	1.9mm
Strahldivergenz	0.4mrad
lineare Polarisation	100 : 1 vertikal

Tabelle 5: Spezifikationen zum Argonionenlaser *Coherent Innova 425*.

mehreren atomaren Übergängen im Wellenlängengereich von 455nm bis 529nm schwingt. Die 488nm-Linie konnte ohne weiteres mit einem Prisma von der 514nm-Linie getrennt und beobachtet werden. Zur Einkopplung in einen schmalbandigen, frequenzselektiven Resonator ist der Anteil von einkoppelbarem Licht an der Gesamtintensität bei allen Wellenlängen zu klein. Durch den Austausch des Auskoppelspiegels gegen einen schmalbandigen Typ wurde *single line* Betrieb auf der 514nm-Linie erreicht, d.h. die gesamte Lichtleistung ist auf einen kleinen Wellenlängenbereich konzentriert. Die Modifikation wurde mit einem Prisma kontrolliert und die maximale Ausgangsleistung mit einem *Coherent Power Meter*, Modell *Fieldmaster*, gemessen: $P_{514\text{nm}} \approx 10\text{W}$.

Der Laser ist mit einer Apertur variablen Durchmessers ausgerüstet, wodurch sich ein Anschwingen höherer transversaler Moden unterdrücken läßt. Argonionenlaser neigen zu einem statistisch stark fluktuierenden Spektrum longitudinaler Moden [Dem93], was mit einem *Coherent Spectrum Analyzer SA240-2A* verifiziert werden konnte.

Der SA240 ist ein Fabry-Perot-Etalon mit zwei konkaven Spiegeln, deren Distanz mit einem Piezoelement in einem kleinen Bereich verändert werden kann. Die Resonanzfrequenz des Etalons kann über die an den Piezo angelegte Spannung kontrolliert werden. Der Spiegelsatz 2A ist für einen Wellenlängenbereich von 450nm bis 550nm ausgelegt und hat einen freien Spektralbereich von 1.5GHz. In Abbildung 19 sind vier kurz nacheinander aufgenommene Modenspektren gezeigt. Der Laser wurde mit einer Ausgangsleistung von 0.26W betrieben und der Strahl mit einem Neutraldichtfilter $\parallel OD = 2$ auf 2.6mW heruntergeteilt. Kanal 1 zeigt die Sägezahnspannung, die den Piezo des Spectrum Analyzers steuert und das Oszilloskop triggert. Kanal 2 zeigt das Modenspektrum. Der Abstand zwischen den einzelnen Resonanzen entspricht dem freien Spektralbereich des Lasers von etwa 100MHz. Es ist deutlich zu erkennen, wie die einzelnen Moden konkurrieren und zu einem stark fluktuierenden Modenspektrum führen. Für unsere

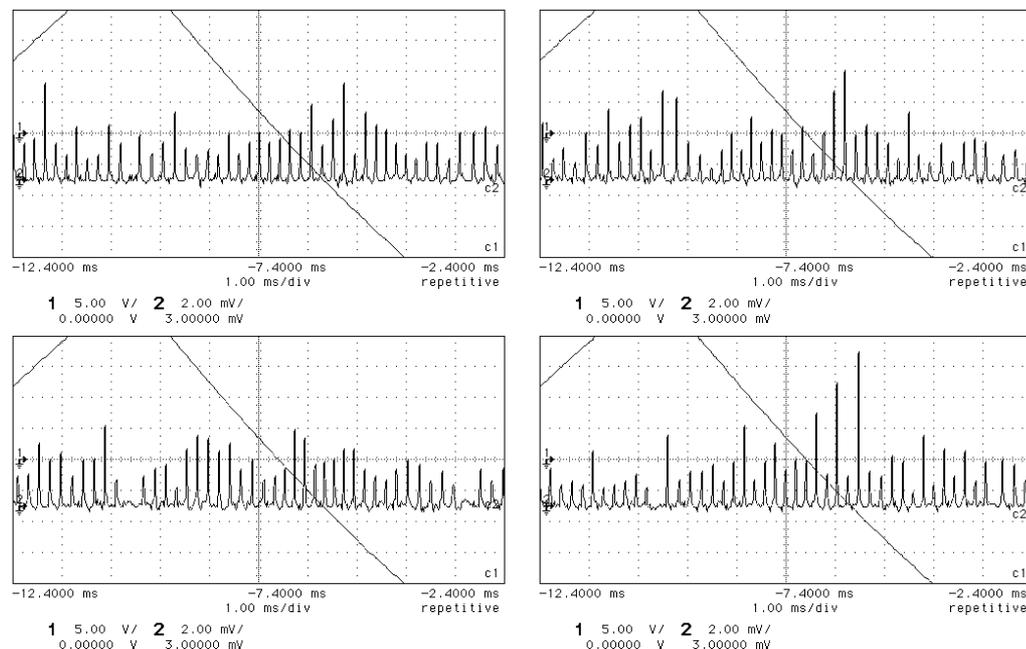


Abbildung 19: Kurz nacheinander aufgenommene Modenspektren des Innova 425.

Zwecke muß der Laser auf eine longitudinale Mode stabilisiert werden. Die Firma *Coherent* hat uns zu diesem Zweck ein thermisch geregeltes *intracavity etalon* zur Verfügung gestellt, das anstelle der Apertur in den Laser eingebaut werden kann. Es wird zu prüfen sein, ob eine technische Möglichkeit besteht, das Etalon mit einer Apertur zu kombinieren, um longitudinale Modenstabilisierung bei gleichzeitiger Unterdrückung höherer transversaler Moden zu erreichen. Eine lon-

^{||}Die optische Dichte OD gibt an, um wieviele Zehnerpotenzen die vom Filter transmittierte Intensität abgeschwächt wird.

gitudinale Modenstabilisierung des Lasers durch ein externes Fabry-Perot-Etalon soll in Zukunft ebenfalls untersucht werden.

5.2 Strahlposition und Strahlintensität

Das Anschwingen resonanter Strahlung im Resonator hängt stark von einer stabilen Position des Laserstrahls ab, wie man aus der Analyse der Resonatorgeometrie weiß. Um den Resonator auf die stabilisierte Laserstrahlung abzustimmen, muß außerdem die vom Resonator transmittierte Intensität gemessen werden. In diesem Abschnitt wird die Schaltung beschrieben, mit der die Strahlage und die Strahlintensität überwacht werden soll. Die Messungen der Ausgangssignale der Schaltung werden besprochen.

- **Beschreibung der Schaltung.** Um die Strahlposition und -intensität zu überwachen, wurde eine Quadrantendiode vom Typ JQ20P der Firma *Laser Components* verwendet.

Die Photoströme der Quadrantendiode werden mit einer Schaltung in positions- und intensitätsabhängige Spannungssignale umgeformt. Der Schaltplan ist in Anhang E.1 wiedergegeben. Die Schaltung besteht aus vier Stufen. In der ersten Stufe werden aus den Photoströmen mit Strom-Spannungswandlern Spannungssignale V_i erzeugt. In der zweiten Stufe werden die Spannungssignale der einzelnen Quadranten mit Addierern kombiniert, um Signale zu erhalten, die der Lichtleistung proportional sind, die jeweils auf die obere, untere, rechte und linke Hälfte der Quadrantendiode fällt. In einem fünften Kanal wird die Summe aller Ausgangsspannungen der ersten Stufe gebildet. Wir haben also

$$\begin{aligned} V_{oben} &= V_1 + V_2 \propto I_1 + I_2 \\ V_{links} &= V_1 + V_3 \propto I_1 + I_3 \\ &\dots \\ U_{\Sigma} &= V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \propto I_1 + I_2 + I_3 + I_4. \end{aligned}$$

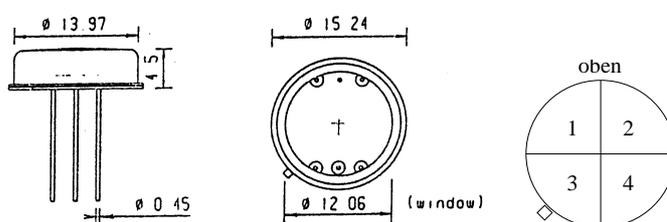


Abbildung 20: *Links und Mitte: Ansicht der Quadrantendiode JQ20P. Rechts: zur Benennung der Quadranten.*

In der dritten Stufe erhält man durch Differenzbildung Spannungssignale, die von der horizontalen und vertikalen Strahlposition abhängen. Bewegt sich der Strahl nur wenig aus der Mittenstellung, die wir durch das Verschwinden der Ausgangssignale der Differenzstufen definieren, so ist das Ausgangssignal der Strahlposition proportional. Die Bedingung hierfür ist, daß die Strahlablage Δx auf der Quadrantendiode viel kleiner als die Strahlfleckgröße ist:

$$\Delta x \ll 2\sigma_L. \quad (61)$$

In der letzten Stufe werden die Signale auf die einfallende Gesamtintensität normiert, indem die Ausgangsspannungen der dritten Stufe mit einem Dividierer durch die Gesamtspannung V_Σ geteilt werden. An den Ausgängen der Schaltung können folgende Signale abgegriffen werden:

$$\begin{aligned} V_\Sigma &= V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \\ V_{\text{hori}} &= -10V \times \frac{(V_1 + V_3) - (V_2 + V_4)}{V_\Sigma} \\ V_{\text{vert}} &= -10V \times \frac{(V_1 + V_2) - (V_3 + V_4)}{V_\Sigma}. \end{aligned}$$

Wegen der Dividierstufe dürfen nicht zu kleine Intensitäten auf die Quadrantendiode fallen, weil sonst die Dividierstufe in Sättigung geht (Division durch Null). Um die Überwachung dieser Bedingung im Experiment zu erleichtern, wurde der Schaltung ein Komparator hinzugefügt, der V_Σ mit einer festen Spannung vergleicht und eine rote LED versorgt, sobald weniger als $100\mu\text{W}$ Lichtleistung bei 514nm auf die Diode trifft. Es muß jedoch dafür Sorge getragen werden, daß die auftreffende Lichtleistung die Zerstörschwelle der Diode nicht übersteigt. Sie liegt bei $5\text{mA}/\text{mm}^2$, was bei einer spektralen Empfindlichkeit von $0.3\text{A}/\text{W}$ bei 514nm und einem 2σ -Strahldurchmesser von 1.9mm die Maximalleistung auf ca. 50mW limitiert. Im normalen Betrieb werden solche Intensitäten nicht auf die Quadrantendiode fallen, da die aktiven Bauteile vorher in Sättigung gehen. Die Schaltung liefert dann keine brauchbaren Signale mehr.

Die Anstiegszeit t_r des Photostroms der Quadranten liegt unterhalb einigen μs . Die Bandbreiten der verwendeten Operationsverstärker, Subtrahierer und Multiplizierer sind größer oder gleich 1MHz bei einer Verstärkung von $A = 1$. Damit ist der Positionsdetektor prinzipiell in der Lage, Schwankungen des Positionssignals bis zu einigen hundert kHz zu messen.

- **Messung des Intensitätssignals.** Um die Eigenschaften der Quadrantendiode und deren Schaltung sowie die Laserstrahllageschwankungen zu messen, wurde die Quadrantendiode im Abstand von 1.50m zur Apertur des Lasers montiert. Der Strahl wurde nicht fokussiert, so daß wegen der Divergenz des Laserstrahls von 0.4mrad eine 2σ -Strahlfleckgröße von ca.

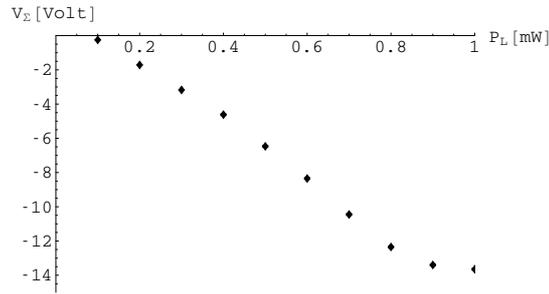


Abbildung 21: *Signal des V_Σ -Ausgangs als Funktion der eingestrahnten Lichtintensität für 514nm-Licht.*

4mm auf die Quadrantendiode trifft. In allen folgenden Messungen wurde der Strahl vor dem Auftreffen auf die Diode mit einem Neutraldichtefilter $OD = 2$ auf ein Hundertstel der Ausgangsleistung heruntergeteilt.

Zunächst wurde die Abhängigkeit des Gesamtintensitätssignals V_Σ als Funktion der auf die Diode fallenden Gesamtlichtleistung für grünes 514nm-Licht gemessen. Die Meßpunkte sind in Abbildung 21 dargestellt. Ist die Diode abgedunkelt, liefert die Schaltung ein kleines positives Signal. Mit zunehmender Lichtleistung wird das Ausgangssignal zunehmend negativer. Im Bereich zwischen $400\mu\text{W} \dots 600\mu\text{W}$ wächst das Signal fast linear mit der eingestrahnten Intensität $I_{514\text{nm}}$:

$$V_\Sigma \approx 19.5 \frac{\text{mV}}{\mu\text{W}} I_{514\text{nm}}.$$

Für Lichtleistungen von $P_L \geq 800\mu\text{W}$ tritt die Sättigung der Ausgangsoperationsverstärker in den Vordergrund.

- **Messung der Intensitätsabhängigkeit der Lagesignale.** Anschließend wurde untersucht, wie das Lagesignal von der Schwankung der auftreffenden Lichtleistung abhängt. Dazu wurde die Quadrantendiode auf einem Verschiebetisch montiert, der sich durch Mikrometerschrauben in horizontaler und vertikaler Richtung justieren läßt. Die Quadrantendiode wurde so im Strahl verschoben, daß horizontales und vertikales Signal minimiert wurden: $V_{\text{hor}} \approx V_{\text{vert}} \approx 0\text{V}$. Anschließend wurde die Quadrantendiode um $100\mu\text{m}$ in eine der beiden Richtungen verschoben und das Ausgangssignal bei verschiedenen Laserausgangsleistungen gemessen. Abbildung 22 zeigt die Meßpunkte.

Bis zu einer eingestrahnten Leistung von 1mW sind die Lagesignale im Rahmen der Meßgenauigkeit leistungsunabhängig. Darüber ist ein – für beide Kanäle verschiedenes – Anwachsen der Lagesignale meßbar.

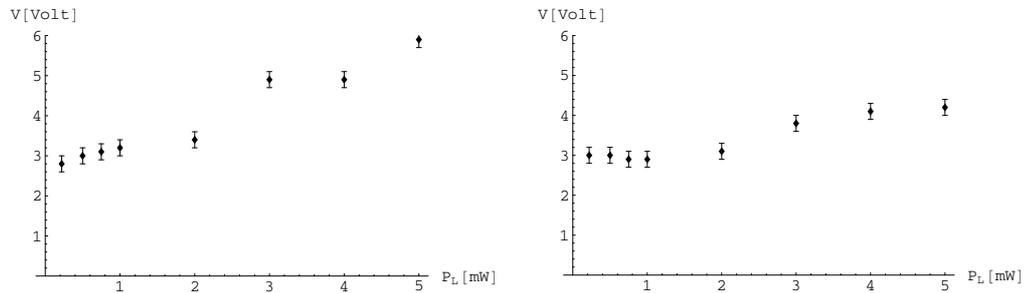


Abbildung 22: Intensitätsabhängigkeit der Lagesignale der Quadrantendiode bei einer Verschiebung von $100\mu\text{m}$ aus der Nullposition.

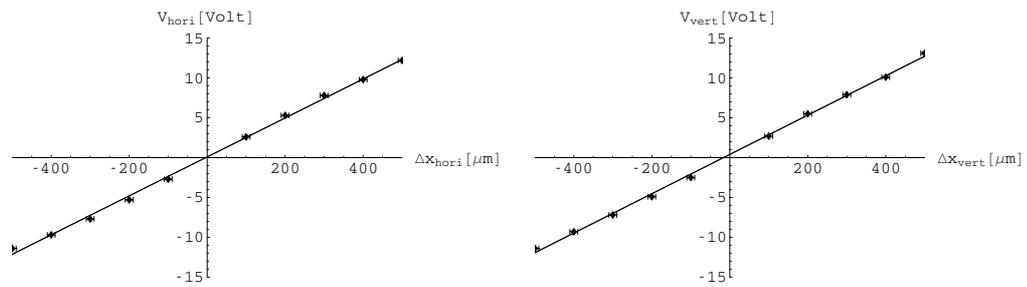


Abbildung 23: Ausgangssignale V_{hori} (links) und V_{vert} (rechts) der Schaltung.

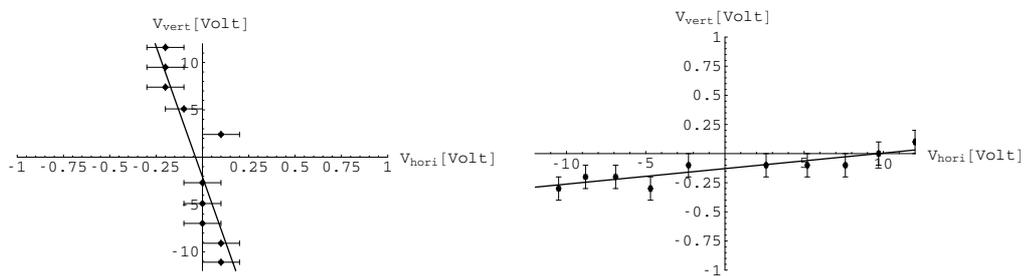


Abbildung 24: Korrelation der Ausgangssignale der Quadrantendiode. Links horizontales Signal bei vertikalem Verschieben, rechts umgekehrt.

- **Messung der Lagesignale.** Um die Bedingung (61) zu überprüfen, wurde der Laser mit 50mW Ausgangsleistung betrieben, weil unterhalb 20mW Ausgangsleistung kein stabiles Lasen gewährleistet ist: der Laser „flackert“. Hinter dem Neutraldichtefilter haben wir $500\mu\text{W}$ auf der Quadrantendiode. In Abbildung 23 sind die Ausgangssignale der Schaltung gegen die relative Verschiebung der Quadrantendiode aus der Nullposition gezeigt. Man erkennt für Ablagen $\Delta x \geq 300\mu\text{m}$ eine leichte Sättigung des Ausgangssignals. Da die Operationsverstärker bei einer Ausgangsspannung von $\pm 8\text{V}$ noch nicht in Sättigung sind, ist dieses Verhalten auf eine Verletzung der Bedingung (61) zurückzuführen. Beide Meßreihen können mit einem Fehler von weniger als 5% durch eine lineare Regression $\Delta V = 26\frac{\text{mV}}{\mu\text{m}}\Delta x$ beschrieben werden.
- **Messung der Korrelation der Lagesignale.** Anschließend wurde untersucht, ob eine Korrelation zwischen horizontalem und vertikalem Ausgangssignal besteht. Dazu wurde je ein Signal gemessen, während die Quadrantendiode in dazu orthogonaler Richtung verschoben wurde. In Abbildung 24 sind die Ergebnisse der Korrelationsmessung gezeigt.

Beide Messungen zeigen eine schwache Korrelation

$$\frac{V_{vert}}{V_{hori}} \approx -\frac{V_{hori}}{V_{vert}} \approx 0.014.$$

Wegen der guten Linearität der Ausgangssignale zur Strahlablage ist das Ergebnis der Korrelationsmessung – insbesondere wegen der verschiedenen Vorzeichen – mit einer Drehung der Quadrantendiode um die Strahlachse von $0.014\text{rad} \approx 1^\circ$ verträglich. Horizontale und vertikale Signale sind also weitgehend unabhängig.

- **Drift der Lagesignale.** Der Drift der Ausgangssignale wurde mit dem aufgestreuten Licht einer Halogenlampe bestimmt. Dadurch wurden Signale aufgrund von Intensitätsänderungen und Lageschwankungen weitgehend ausgeschlossen. Die Lampe wurde sorgfältig unterstützt und der Strahl mit einer Zerstreulinse so aufgeweitet, daß die gesamte Quadrantendiode möglichst gleichmäßig beleuchtet war. Die Ausgangssignale wurden mit einem Plotter über einen Zeitraum von 43 Stunden aufgezeichnet. Die gemessenen Drifts waren für beide Kanäle kleiner als $700\mu\text{V}/\text{h} \hat{=} 27\text{nm}/\text{h}$ über einen Zeitraum von 43 Stunden, vgl. Abbildung 25. Beide Signale zeigen Rauschen mit einer Amplitude von ca. 5mV. Für 514nm-Licht entspricht das Positionsschwankungen mit einer Amplitude von 400nm.

5.3 Strahllageschwankungen

In diesem Abschnitt beschäftigen wir uns mit der Messung der Strahllageschwankungen des Lasers. Die Messungen wurden mit der im letzten Abschnitt vor-

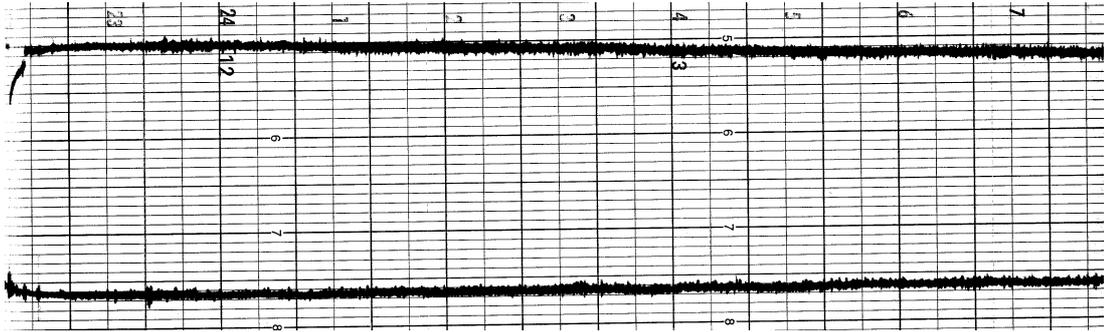


Abbildung 25: *Drift der Elektronik der Quadrantendiode. Die Teilung entspricht 1h/Div. von links nach rechts und 10mV/Div. von oben nach unten. Der obere Plot zeigt das vertikale Lagesignal.*

gestellten Schaltung gemacht. Mögliche Ursachen für die gemessenen Drifts der Strahlage werden aufgezählt.

Bei einer Messung der Schwankungen der Strahlposition mit einem Oszilloskop im X-Y-Betrieb wurden sowohl in horizontaler wie auch in vertikaler Richtung Rauschamplituden von $(1300 \pm 50)\text{mV} \hat{=} (50 \pm 2)\mu\text{m}$ im Frequenzbereich bis 1kHz gemessen. Ein Einfluß des über dem Lasertisch angebrachten großflächigen Strömungsfilters, der als Staubschutz einen gefilterten, laminaren Luftstrom über dem Lasertisch erzeugt, konnte nicht gemessen werden: die Maximalausschläge blieben nach dem Ausschalten der Umwälzung unverändert. Bei einem Abstand der Quadrantendiode zur Laserapertur von 150cm haben wir eine maximale Winkelabweichung von etwa $30\mu\text{rad}$. Mit dem Plotter wurden wieder – diesmal über einen Zeitraum von 16 Stunden – die Lagesignale aufgezeichnet. Abbildung 26 zeigt einen Ausschnitt aus dem Plot. Man erkennt große Lageverschiebungen innerhalb kurzer Zeit in der Größenordnung von $3\text{V}/10\text{min} \hat{=} 8\mu\text{rad}/\text{min}$. Der Langzeitdrift beträgt etwa $100\text{mV}/\text{h} \hat{=} 3\mu\text{rad}/\text{h}$, das Rauschen zeigt eine Amplitude von $250\text{mV} \hat{=} 10\mu\text{m}$. Die Rauschamplitude ist hier wegen der Trägheit der Plotterarme geringer als in der Messung mit dem Oszilloskop. Drift und Rauschen der Laserstrahlschwankungen liegen damit zwei Größenordnungen über den Werten der Schaltung. Es ist auffällig, daß die horizontalen und vertikalen Lagesignale korreliert sind. Da die Plotterstifte um 5mm in Papierlaufrichtung versetzt sind, müssen die Graphen in Abbildung 26 um eine halbe Skaleneinheit gegeneinander verschoben werden, damit zeitgleiche Ereignisse untereinander erscheinen. Die Korrelation kann nicht mit der Quadrantendiode oder der Schaltung zusammenhängen, wie wir bei der Diskussion von Abbildung 24 gesehen haben. Als Ursache für die beobachteten Drifts kommen in Frage:

- Die interne Leistungsregelung des Lasers. Der Laser wurde im sogenannten *light regulation mode* betrieben: der Strom der Argonröhre wird in dieser Betriebsart nachgeregelt, um die Ausgangslichtleistung konstant zu halten.

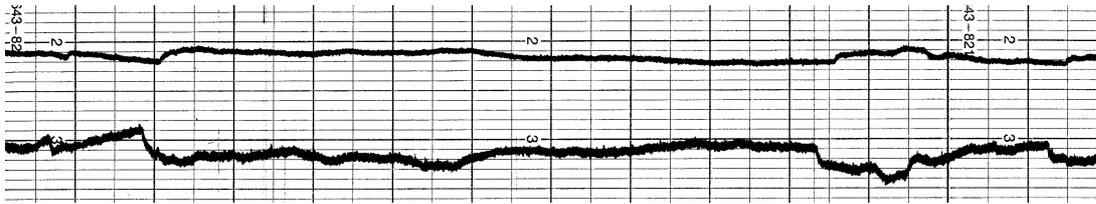


Abbildung 26: *Drift des Laserstrahls. Die Teilung entspricht 10min/Div. von links nach rechts und 500mV/Div. $\hat{=}$ 13 μ rad/Div. von oben nach unten. Der obere Plot zeigt das vertikale Lagesignal.*

Die Regelung kann abgeschaltet werden.

- Schwankungen der Netzspannung. Die elektronischen Kleingeräte können aus einer Batterie gespeist werden. Da der Laser aber vom Netz betrieben werden muß, wird in einer Strahlpositionsmessung die Netzspannung zu überwachen sein.
- Schwankungen der Kühlwassertemperatur. Es ist geplant, die Temperatur mit einem temperaturabhängigen Widerstand PT100 parallel zur Strahlpositionsmessung zu überwachen.

Die Messungen machen deutlich, daß neben der Modenstabilisierung eine Positionsstabilisierung des Laserstrahls notwendig ist.

Das in Abbildung 26 gezeigte Signal haben wir oben durch eine Rauschamplitude von (1300 ± 50) mV charakterisiert. Die Kenntnis des Fourierspektrums dieser Fluktuationen ist notwendig, um geeignete Maßnahmen zur aktiven Rauschunterdrückung zu ergreifen.

Abbildung 27 zeigt die Fourierspektren des gemessenen horizontalen und vertikalen Signals. Die Abschwächungen in Dezibel sind auf 1V Amplitude bezogen. Die Fourierspektren der Quadrantendiodesignale zeigen starke 40Hz- und 300Hz-Komponenten mit mehr als -5 dB. Harmonische 70Hz-, 140Hz- und 240Hz-Komponenten sind mit -20 dB... -5 dB schwächer ausgeprägt, aber deutlich identifizierbar. Für Frequenzen oberhalb 600Hz schließt sich dem Spektrum ein breiter -40 dB-Untergrund an.

Um die Frage zu beantworten, wo die Ursache für diese harmonischen Komponenten zu suchen und gegebenenfalls auszuschalten ist, wurden die Schwingungen der Kühlwasserleitung und des Lasertischs gemessen. Als Sensor für die Messungen diente ein kapazitiver Beschleunigungsmesser** vom Typ 8302B2 der Firma *Kistler*.

Dieses Gerät liefert ein beschleunigungsproportionales Spannungssignal von $3V/g$, bezogen auf die Erdbeschleunigung g .

**Es handelt sich um ein anderes Gerät als bei der Messung der Strahlrohrschwingungen.

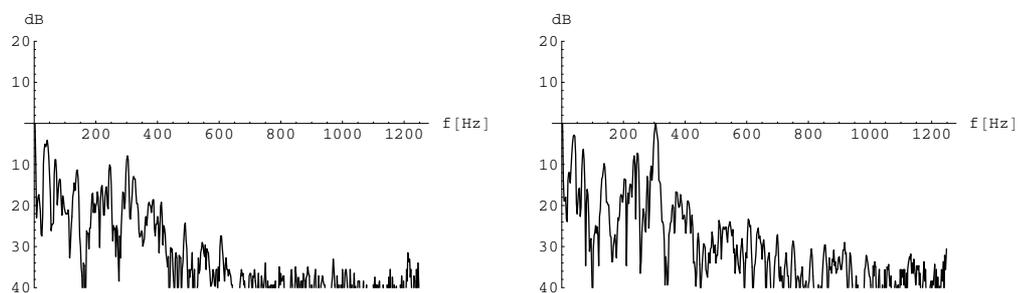


Abbildung 27: *Fourierspektren der horizontalen(rechts) und vertikalen(links) Strahlageschwankungen, bezogen auf 1V Signalamplitude. Der Laufweg des Lichts von der Apertur des Lasers bis zur Quadrantendiode betrug $d = 150\text{cm}$.*

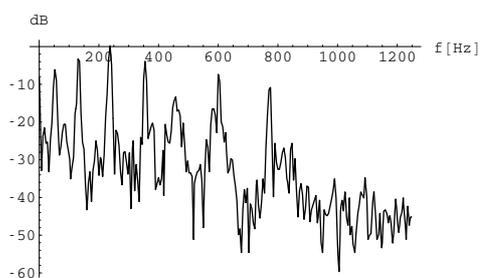


Abbildung 28: *Schwingungen der Kühlwasserleitung. Abschwächung bezogen auf eine Amplitude von 500mV.*

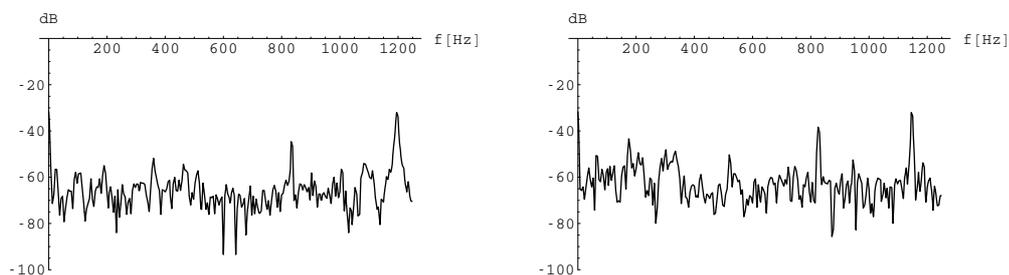


Abbildung 29: *Fourierspektren der horizontalen(links) und vertikalen(rechts) Laserschwingungen, bezogen auf 500mV.*

Der Laser ist durch flexible Gummischläuche von einigen Metern Länge mit dem Kühlwasserkreislauf verbunden, so daß sich akustische Schwingungen fast ausschließlich über Druckschwankungen im Wasser zum Laser fortpflanzen. Bereits bei der Installation des Kühlwasseranschlusses im Laserlabor wurde ein Druckausgleichsbehälter im Wasserkreislauf eingebaut. Dieser besteht im wesentlichen aus einem geschlossenen Tank, in dem sich über der Wasseroberfläche ein Volumen von einigen Litern Luft befindet. Das Spektrum der Schwingungen auf der Kühlwasserleitung sind in Abbildung 28 dargestellt. Schwingungskomponenten mit 130Hz, 240Hz und 360Hz sind mit mehr als -5dB relativ stark ausgeprägt. Darüberhinaus sind im Abschwächungsbereich $-20\text{dB} \dots -5\text{dB}$ Harmonische der Frequenzen 50Hz, 450Hz, 600Hz und 780Hz vertreten. So lassen sich bestenfalls die 140Hz- und die 240Hz-Komponente der Strahllageschwankungen durch den Einfluß der Schwingungen auf der Wasserleitung erklären.

Der Lasertisch ist aus einem Styroporblock mit den Maßen $60\text{cm} \times 50\text{cm} \times 240\text{cm}$ (BHT) aufgebaut, auf dem eine Granitplatte der Abmessung $100\text{cm} \times 10\text{cm} \times 280\text{cm}$ (BHT) ruht. Abbildung 29 zeigt die Schwingungsspektren, die mit dem seitlich bzw. von oben montierten Beschleunigungsmesser aufgenommen wurden. Die Messungen machen deutlich, daß der Laser durch den Tisch ausgezeichnet von Gebäudeschwingungen entkoppelt ist. Die Amplituden der Schwingungen sind mit -60dB gegenüber den Schwingungen auf der Wasserleitung unterdrückt. Mit Ausnahme der Eigenresonanz des *Kistler 8302B2* bei ca. 1.2kHz ist nur eine mit weniger als -40dB ausgeprägte Harmonische bei 800Hz zu erkennen, die als Eigenschwingung des Tisches identifiziert wurde.

5.4 Aktive Strahllagestabilisierung mit Piezoelementen

Dieser Abschnitt beschreibt die Elemente des Regelkreises zur aktiven Strahllagestabilisierung. Resonanzen des Regelkreises machen eine Signalfilterung erforderlich. Die Regelung mit verschiedenen Signalfiltern wird besprochen. Messungen der aktiv stabilisierten Strahllageschwankungen und ein Vergleich mit den Ergebnissen aus Abschnitt 5.3 schließen das Kapitel ab.

- **Piezogeführte Spiegelhalter.** Aus den Fourierspektren in Abbildung 27 ist zu entnehmen, daß bis zu Frequenzen von 600Hz mehr oder weniger scharfe, harmonische Schwingungskomponenten auftreten, deren Herkunft, mit Ausnahme der prominenten 300Hz vom Drehstrom, ad hoc nicht klar ist. Die weitere Entkopplung des Lasers von Gebäudeschwingungen und der Wasserleitung erscheint nur mit erheblichem Aufwand bei unklarer Erfolgsaussicht realisierbar. Aus diesem Grund wurde versucht, den Laserstrahl mit piezogeführten Spiegeln aktiv zu stabilisieren. Zu diesem Zweck wurden ultraschnelle dreiachsige Kipp-/Verschiebeeinheiten, Modell S-315.10 der Firma *Physik Instrumente* verwendet. Diese Bauteile sind mit drei unabhängig ansteuerbaren PZT-(Blei-Zirkonat-Titanat)-Piezo-Translatoren ausgestat-

tete Spiegelhalter. Die Resonanzfrequenz f_0 der unbelasteten Systeme liegt bei $5.5\text{kHz} \pm 20\%$. Mit montiertem Spiegel sinkt die Resonanzfrequenz gemäß

$$f_{0,last} = \frac{f_0}{\sqrt{1 + I_M/I_0}}. \quad (62)$$

$I_0 = 150\text{gmm}^2$ ist das Trägheitsmoment der Kippplatte am Piezosystem. Das Trägheitsmoment I_m eines am Piezosystem montierten, runden Spiegels mit Radius r , Dicke h und Masse m ist gegeben durch

$$I_m = m \left(\frac{3r^2 + h^2}{12} + \left(\frac{h}{2} + t \right)^2 \right). \quad (63)$$

Hierin ist $t = 5\text{mm}$ die Distanz zwischen der Kippplattenoberfläche und der Kippachse. Die benutzten dielektrischen Spiegel haben einen Durchmesser von $2r = 1''$, eine Dicke von $d = \frac{1}{4}''$ und eine Masse von $m = 7.7\text{g}$. Damit ergibt sich die Eigenresonanzfrequenz $f_0 = 2.4\text{kHz}$. Laut Herstellerangaben [PI98] liegt die typische Ausdehnungszeit eines Piezosystems bei einem Drittel der Eigenresonanzperiode $T_0 = f_0^{-1}$,

$$\Delta T_P \approx (3f_0)^{-1}, \quad (64)$$

was zu einer typischen Verzögerung von $\Delta T_P = 0.14\text{ms}$ führt. Die Translatoren haben eine maximale lineare Streckung von $12\mu\text{m}$ und eine Kapazität von ca. 500nF . Zusammen mit dem ebenfalls angeschafften Niederspannungs-Dreikanal-Piezoverstärker E663.00, ebenfalls *PI*, bildet die Kapazität des Piezos einen Tiefpaß mit Abschneidefrequenz $f_{-3\text{dB}} \approx 1\text{kHz}$. Damit sollte es im Prinzip möglich sein, Frequenzen bis 600Hz aktiv zu regeln.

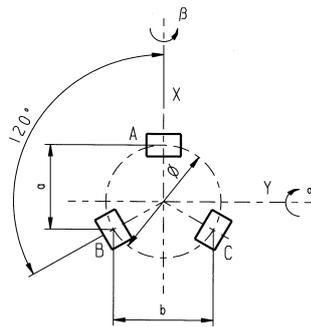


Abbildung 30: Geometrie der dreiaxigen Piezoelemente. Die Translatoren können unabhängig voneinander angesteuert werden. $A, B, C = 0\mu\text{m} \dots 12\mu\text{m}$ ist die Linearausdehnung der entsprechenden Piezotranslatoren. $a = 10.4\text{mm}$, $b = 12.0\text{mm}$.

- **Signaltransformation.** Die Piezotranslatoren sind beim S315.10 mit einem Winkel von 120° zueinander angeordnet. Abbildung 30 zeigt die Skizze des Bauteils. Die kartesischen x-y-Signale der Quadrantendiode müssen übersetzt werden, um mit den Translatorsauslenkungen A, B und C auf die Signale regeln zu können. Unter der gut erfüllten Annahme, daß die Piezoregelspannungen $V_{A,B,C}$ den Auslenkungen A, B, C proportional sind und der Annahme, daß die Distanz d zwischen Spiegel und Quadrantendiode groß genug ist, damit die Strahlagekorrekturen auf der Diode durch $\Delta x = \beta d$, $\Delta y = \alpha d$ gegeben sind, kann die Signaltransformation leicht berechnet werden. Die Kippwinkel α und β sowie die z-Verschiebung (senkrecht zur Papierebene in Abb. 30) sind gegeben durch

$$\begin{aligned}\alpha &= \left(A - \frac{B+C}{2} \right) / a \\ \beta &= (B - C) / b \\ z &= (A + B + C) / 3.\end{aligned}\tag{65}$$

Inversion dieses linearen Gleichungssystems liefert

$$\begin{aligned}A &= \frac{2a}{3}\alpha + z \\ B &= -\frac{a}{3}\alpha + \frac{b}{2}\beta + z \\ C &= -\frac{a}{3}\alpha - \frac{b}{2}\beta + z.\end{aligned}\tag{66}$$

Diese Transformationsvorschrift wurde mit Addierern in einer Schaltung realisiert. Der Schaltplan ist in Anhang E.2 abgebildet. Da die Verstärkung der Eingangssignale geregelt werden kann, wurden die Proportionalitätskonstanten a und b , die die Geometrie des PIT315.10 widerspiegeln, identisch Eins gesetzt. Den eigentlichen Addierstufen sind außerdem zuschaltbare Invertierer vorgelagert, um bei Änderungen der Signalpolarität, z.B. durch einen weiteren Spiegel im Strahlengang zwischen Piezospiegel und Quadrantendiode, leicht von Mitkopplung auf Gegenkopplung umschalten zu können.

- **Der Regelkreis.** Die Spiegel wurden gemäß Herstellerankunft mit dem Silikonkleber RTV162 von *General Electric* auf die Piezosysteme geklebt. Die Systeme selbst wurden an massive Stahlblöcke der Masse $m \approx 10\text{kg}$ geschraubt, um ein Anschwingen der Spiegelhalterungen zu unterdrücken. In Abbildung 31 ist der Aufbau des Regelkreises schematisch dargestellt.

Um das Anschwingen der Eigenresonanz zu unterdrücken, wurden verschiedene aktive und passive Filterbausteine getestet. Signalfilter sind durch frequenzabhängige Signalverstärkungen A_F und Phasenverschiebungen Φ_F gekennzeichnet und man spricht vom Amplitudengang und Phasengang eines

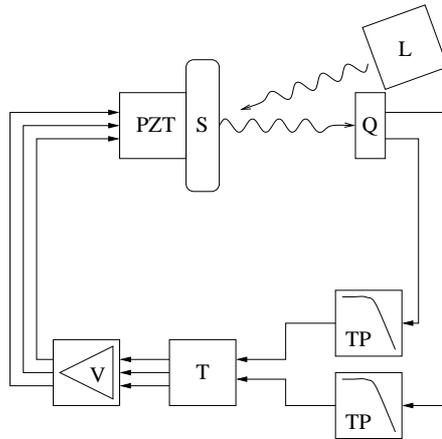


Abbildung 31: *Schema der Regelung der Strahlposition. L: Laser, S: Spiegel, Q: Quadrantendiode mit Beschaltung, TP: Tiefpaß, T: Signaltransformation, V: Piezoverstärker, PZT: Piezosystem. Von der Quadrantendiode wird das horizontale und das vertikale Signal abgegriffen.*

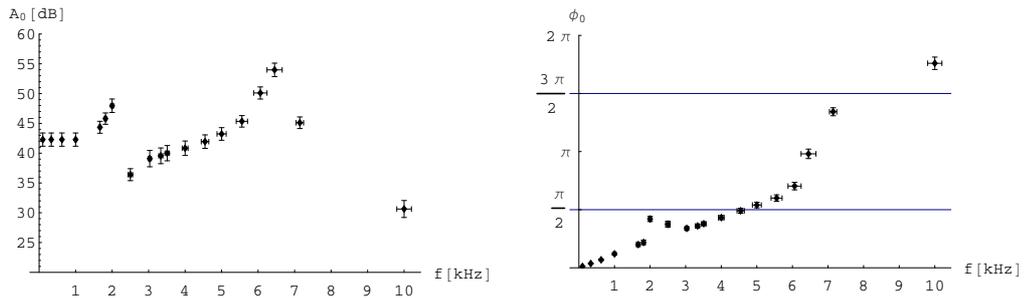


Abbildung 32: *Frequenzgang der Signalkette ohne Filter. Links Amplitudengang, rechts Phasengang.*

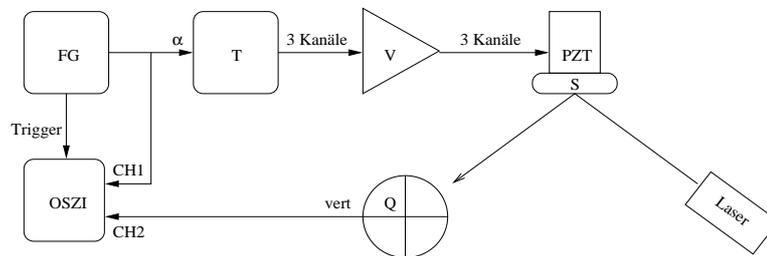


Abbildung 33: *Schema der Frequenzgangmessung. FG: Funktionsgenerator, T: Signaltransformation, V: Piezoverstärker, PZT: Piezosystem. S: Spiegel, Q: Quadrantendiode mit Beschaltung*

Filters. Wird ein Regelkreis entworfen, so ist zu beachten, daß die Gesamtverstärkung A des Regelkreises in Frequenzbereichen, wo die Gesamtphasenverschiebung ϕ zu einer Mitkopplung führt, kleiner als Eins bleibt, d.h.

$$A(\omega) < 1 \quad \text{für} \quad \frac{\pi}{2} \leq \phi(\omega) \leq \frac{3\pi}{2}. \quad (67)$$

Die Gesamtverstärkung A ergibt sich als Produkt der Verstärkung des Filters A_F und der Verstärkung der ungefilterten Signalkette A_0 . In die Verstärkung der ungerichteten Signalkette geht der Hebelweg des Laserstrahls linear ein, also der Abstand zwischen dem piezogeführten Spiegel und dem Positionssensor. Deswegen geben wir die Verstärkung auf diesen Abstand normiert, d.h. in m^{-1} , an.

Die Gesamtphasenverschiebung ϕ ergibt sich als Summe aus der Phasenverschiebung des Filters ϕ_F und der Phasenverschiebung der ungerichteten Signalkette ϕ_0 . Die Phasenverschiebung der ungerichteten Signalkette hängt von der zeitlichen Verzögerung des Signals durch die Piezoausdehnung und der Tiefpaßcharakteristik des Systems Piezoverstärker-Piezokapazität ab.

Um gezielt einen Filter zu entwerfen, der die Bedingung (67) im Regelkreis nicht verletzt, müssen der Amplituden- und der Phasengang der ungefilterten Signalkette bekannt sein. Abbildung 32 zeigt den gemessenen Amplituden- und Phasengang der ungefilterten Signalkette. Dazu wurde das Signal eines Funktionsgenerators auf den voll ausgeregelten vertikalen Eingang des Signaltransformators und eines Oszilloskops gelegt, s. Abbildung 33. Am anderen Eingang des Oszilloskops wurde das Ausgangssignal des Positionssensors angelegt. Der Abstand zwischen piezogeführtem Spiegel und Quadrantendiode betrug ca. 40cm. Es wurde ein batteriebetriebener Diodenlaser der Wellenlänge 670nm verwendet, um Strahllageschwankungen zu minimieren. Die veränderte spektrale Empfindlichkeit der Quadrantendiode für rotes Licht bleibt ohne großen Einfluß auf die Amplitudenmessung, weil die Ausgangssignale auf den Gesamtphotostrom der Quadranten normiert sind. Um sicher zu sein, wurde die Verstärkung bei ca. 100Hz auch mit dem Argonlaser gemessen. Wir erhalten den gleichen Wert wie in der Messung mit dem Diodenlaser. Die Messung zeigt, daß die Verstärkung der ungefilterten Signalkette $A_0 = 130/\text{m}$ im Frequenzbereich bis 1kHz beträgt. Die durch die Verzögerung der Piezoausdehnung ΔT_P verursachte Phasenverschiebung ϕ_P sollte gemäß

$$\phi_P = \omega \Delta T_P \quad (68)$$

linear mit der Frequenz ω wachsen. In der Tat ist die gemessene Phasenverschiebung im Bereich bis 1kHz linear frequenzabhängig und die gemessene typische Verzögerungszeit des Piezosystems beträgt $\Delta T_P = (54 \pm 2)\mu\text{s}$. Bei

2kHz, also in der Nähe der Eigenresonanz des Piezosystems, hat die Phasenverschiebung ein lokales Maximum mit $\phi_0 \approx \pi/2$. Für noch höhere Frequenzen wird die Phasenverschiebung wieder gut durch (68) beschrieben, bis ab ca. 6kHz der typische, durch $\arctan \frac{\omega}{\omega_0}$ beschriebene Phasengang eines RC-Gliedes einsetzt. Wir halten fest, daß Frequenzen $2\text{kHz} \leq f \leq 8\text{kHz}$ die Signalkette mit Phasenverschiebungen passieren, die nahe am oder im Mitkoppelbereich liegen.

- **Regelkreis mit RC-Tiefpaß.** Im einfachsten Fall wird ein RC-Glied als Tiefpaß verwendet. Die Verstärkung A_{RC} und die Phasendrehung ϕ_{RC} des RC-Gliedes sind gegeben durch, z.B. [Tie91],

$$A_{RC} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}, \quad \phi_{RC} = -\arctan \omega RC. \quad (69)$$

Um die Eigenresonanz des PIT315.10 um einen Faktor $100 \hat{=} -40\text{dB}$ zu unterdrücken, muß also im Falle des RC-Tiefpasses eine Abschneidefrequenz

$$f_{-3\text{dB}} = \frac{1}{2\pi RC} \approx 24\text{Hz} \quad (70)$$

gewählt werden. Legt man $R = 4.7\text{k}\Omega \pm 1\%$ fest, um eine günstige Impedanzanpassung an die Ausgangsimpedanz der Quadrantenelektronik $R_{aus} = 100\Omega$ und die Eingangsimpedanz des Signalwandlers $R_{ein} = 50\text{k}\Omega$ zu haben, muß ein Kondensator der Kapazität $C = 1.4\mu\text{F}$ verwendet werden. Bei den Versuchen wurde ein Kondensator mit $C = 1.0\mu\text{F} \pm 10\%$ verwendet. Damit erhöht sich die Abschneidefrequenz auf $f_{-3\text{dB}} \approx 35\text{Hz}$ und die Unterdrückung der Eigenresonanzfrequenz sinkt auf -37dB . Werden die Positionssignale der Quadrantendiode mit dem RC-Glied gefiltert und aktiv geregelt, ergeben sich die in Abbildung 35 gezeigten Fourierspektren. Die Spektren sind zum Vergleich mit den Messungen am unregulierten Strahl noch einmal in Anhang C abgebildet. Der Abstand zwischen der Laserapertur und dem geregelten Spiegel betrug 150cm, der Abstand zwischen dem Spiegel und der Quadrantendiode dagegen 40cm. Die Eingangsverstärkung des Signaltransformators wurde hierbei nicht ganz ausgeregelt. Wird die Eingangsverstärkung und damit die Gesamtverstärkung des Regelkreises weiter erhöht, kommt es zum Anschwingen einer Mitkopplung der Frequenz $f_{0,RC} \approx 450\text{Hz}$, wie in Abbildung 36 gezeigt. Diese Mitkopplung ist auf eine Verletzung der Bedingung (67) zurückzuführen. Um uns von dieser Aussage zu überzeugen, betrachten wir die Gesamtphasenverschiebung $\phi = \phi_0 + \phi_{RC}$ und die Gesamtverstärkung $A = A_0 A_{RC}$ in Abbildung 34. Im Rahmen der Fehlergrenzen bestätigt der Phasengang, daß Signale oberhalb von 450Hz vom Regelkreis mitgekoppelt werden. Aus dem Amplitudengang liest man ab, daß die Gesamtverstärkung im Bereich um 450Hz mit zunehmender Frequenz sinkt. Deshalb schwingen zuerst 450Hz an, wenn

die Verstärkung am Signaltransformator so erhöht wird, daß die Gesamtverstärkung $A(450\text{Hz}) \geq 0\text{dB}$ wird. Dies tritt etwa 20dB unterhalb der Maximalverstärkung ein. Damit verstehen wir auch, warum die Verstärkung am Signaltransformator nicht bis zum Maximum erhöht werden konnte. Die Abschneidefrequenz des RC-Gliedes kann nach oben verschoben werden, um die Frequenz zu erhöhen, bei der die Mitkopplung einsetzt. Hierdurch könnte auch eine $\lesssim 5\text{dB}$ höhere Gesamtregelverstärkung erreicht werden, weil der Amplitudengang A unterhalb 1.5kHz mit steigender Frequenz abfällt. Das lokale Maximum im Amplitudengang A_0 bei 2kHz begrenzt die Erhöhung der Abschneidefrequenz, weil die Dämpfung im Sperrband abnimmt. Die Abstimmung der Abschneidefrequenz ist wegen der Bauteilchwankungen der Kondensatoren von 10% für jedes einzelne RC-Glied durchzuführen und durch Messung des Frequenzgangs zu verifizieren. Der experimentelle Mehraufwand scheint den Gewinn von weniger als 5dB Gesamtverstärkung nicht zu rechtfertigen.

Anschließend wurde das Langzeitverhalten der Regelung gemessen. Analog zur Messung in Abbildung 26 wurde das ungefilterte Signal der Quadrantendiode mit dem Plotter aufgezeichnet. Beide Driftplots sind zum Vergleich noch einmal in Anhang B abgebildet. Die Gesamtverstärkung des Regelkreises wurde wieder so eingestellt, daß gerade keine Mitkopplung auftritt. Wegen der Trägheit der Plotterarme wurden die Maximalausschläge der Signale am Oszilloskop gemessen: $V_{\text{hori,max}} \leq (300 \pm 20)\text{mV}$, $V_{\text{vert,max}} \leq (400 \pm 20)\text{mV}$. Im Vergleich zur unregelmäßigen Rauschamplitude von $(1300 \pm 50)\text{mV}$ werden mit dieser Regelung Strahllageschwankungen mit einem Faktor 3 unterdrückt: die geregelte Winkelstabilität des Laserstrahls beträgt $8\mu\text{rad}$.

Die Drifts des Laserstrahls auf der Zeitskala von Minuten und Stunden werden wirkungsvoller kompensiert. In Abbildung 37 sind wieder verhältnismäßig große Lageverschiebungen innerhalb einiger Minuten von etwa $20\text{mV}/10\text{min} \hat{=} 42\text{nrad}/\text{min}$ und ein Langzeitdrift von $2\text{mV}/\text{h} \hat{=} 42\text{nrad}/\text{h}$ erkennbar. Mögliche Ursachen für diese Drifts wurden bereits im Zusammenhang mit Abbildung 26 diskutiert. Wir halten fest, daß die Regelung die Drifts innerhalb von Minuten mit einem Faktor 100 und die Drifts über Stunden mit einem Faktor 50 unterdrückt.

- **Regelung mit aktivem Potentziefpaß^{††} zweiter Ordnung.** Um ein Filter zu finden, mit dem sich eine effektivere Regelung aufbauen läßt, betrachten wir in Abbildung 38 den Frequenzgang verschiedener aktiver und passiver Filtertypen [Tie91].

Um ein Anschwingen der Eigenresonanz des Piezos mit einer gewissen Dämpfung zu unterdrücken, kann die Abschneidefrequenz $f_{-3\text{dB}}$ beim Potentzfilter wegen des steileren Amplitudengangs im Sperrband wesentlich

^{††}Potentzfilter werden auch als Butterworthfilter bezeichnet.

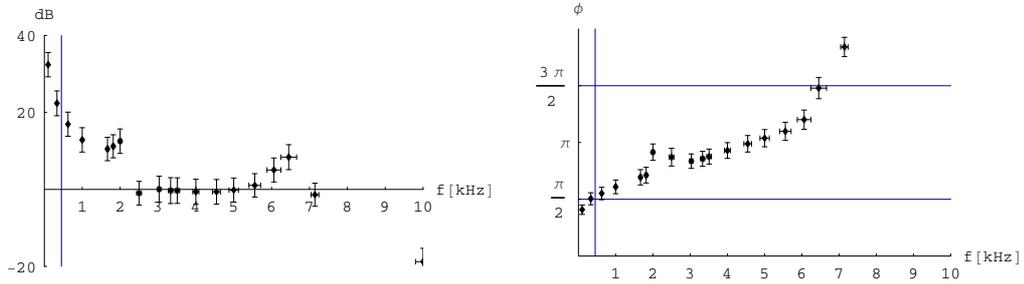


Abbildung 34: *Frequenzgang der Signalkette mit RC-Glied. Links Amplitudengang, rechts Phasengang. $R = 4.7\text{k}\Omega \pm 1\%$, $C = 1\mu\text{F} \pm 10\%$. Die Mitkopplungsfrequenz von 450Hz ist durch einen vertikalen Strich markiert.*

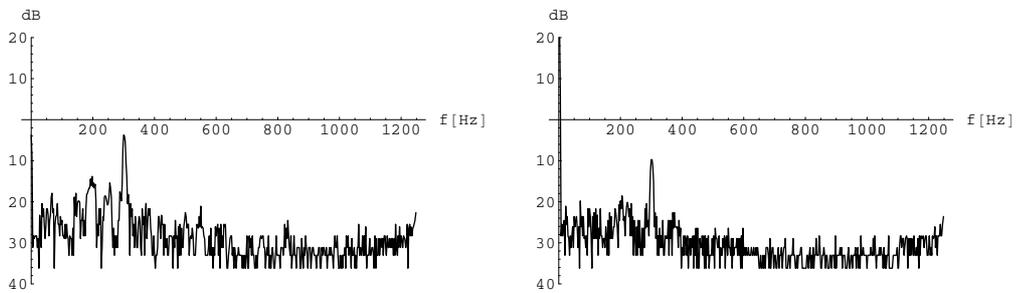


Abbildung 35: *Geregelt Strahlageschwankungen, bezogen auf 1V Signalamplitude. Der Laufweg des Lichts von der Apertur des Lasers bis zur Quadrantendiode betrug $d = 190\text{cm}$. Als Filter wurde ein RC-Glied der Abschneidefrequenz $f_{-3\text{dB}} = 35\text{Hz}$ verwendet.*

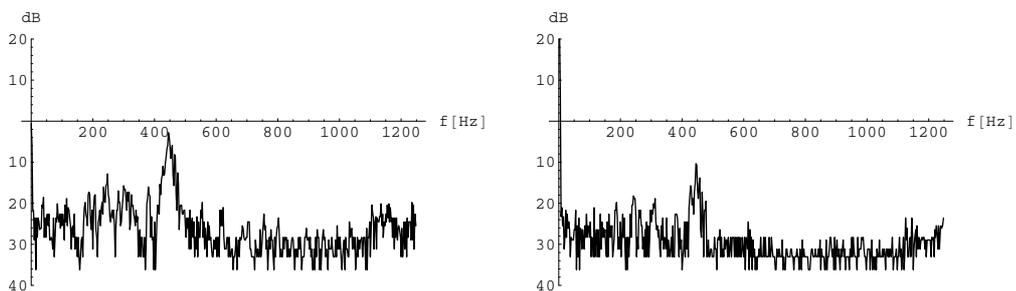


Abbildung 36: *Anschwingen der Mitkopplung bei 450Hz, sobald die Bedingung (67) verletzt wird. Bezogen auf 1V Signalamplitude. Der Laufweg des Lichts von der Apertur des Lasers bis zur Quadrantendiode betrug $d = 190\text{cm}$. Als Filter wurde ein RC-Glied der Abschneidefrequenz $f_{-3\text{dB}} = 35\text{Hz}$ verwendet.*

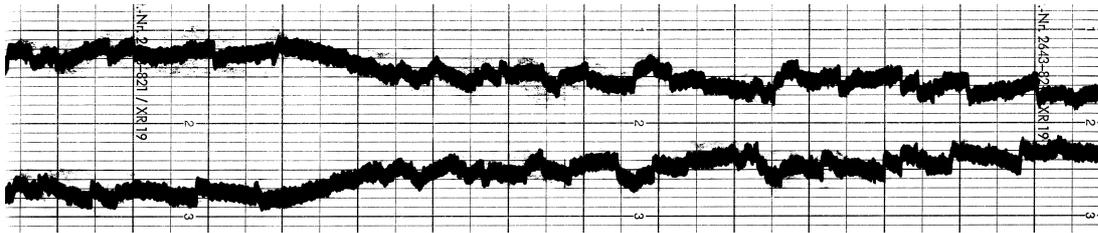


Abbildung 37: *Drift des geregelten Laserstrahls. Die Teilung entspricht 1h/Div. von links nach rechts und 10mV/Div. $\hat{=}$ 200nrad/Div. von oben nach unten. Der obere Plot zeigt das vertikale Lagesignal.*

höher gewählt werden als beim RC-Glied. Dafür muß ein steilerer Phasengang in Kauf genommen werden. Die Mitkopplungsbedingung des Regelkreises wird unterhalb von f_{-3dB} erreicht. Da die Verstärkung des Potenzfilters unterhalb der Abschneidefrequenz größer ist als die Verstärkung des RC-Gliedes im Sperrband, ist die Gesamtverstärkung des Regelkreises mit Potenzfilter in jedem Falle kleiner zu wählen als beim RC-gefilterten Kreis. Wegen des breiteren Durchlaßbandes mit flachem Verlauf des Amplitudengangs kann aber damit gerechnet werden, daß auch mit einer niedrigeren Gesamtverstärkung Frequenzanteile geregelt werden können, die unterhalb der Abschneidefrequenz des Potenzfilters und oberhalb der Abschneidefrequenz des RC-Gliedes liegen. Aus dieser Überlegung heraus wurde ein aktives Potenzfilter zweiter Ordnung mit dem Universalfilterbaustein UAF42AP der Firma *Burr-Brown* aufgebaut. Dieser Chip enthält lasergetrimmte Kapazitäten und Widerstände mit weniger als 0.5% Toleranz, die eine präzise Abstimmung der Filtereigenschaften durch externe Potentiometer extrem vereinfachen. Die Beschaltung des Chips und der Gesamtschaltplan für eine Abschneidefrequenz $f_{-3dB} = 1\text{kHz}$ sind in Anhang E.3 dargestellt.

Eine Spektralmessung der geregelten Strahlschwankungen ergab, daß die Regelung der Schwingungen durch den Einsatz des Potenzfilters nicht verbessert wird. Die Spektren sind in Abbildung 39 gezeigt. Schon bei einer deutlich kleineren Gesamtverstärkung des Regelkreises setzt die Mitkopplung heftig ein, s. Abbildung 40. Dieses Verhalten wurde auch mit Potenzfiltern anderer Abschneidefrequenzen beobachtet. Aktive Potenzfilter ohne weitere Filterbausteine scheiden wegen ihres Frequenzgangs für den Regelkreis aus.

- **Verbesserung der Regelung durch Bandsperrfilter.** Eine mögliche Verbesserung stellen Bandsperrfilter dar. Bandsperrfilter haben die Eigenschaft, daß sie unterhalb der Sperrfrequenz eine negative Phasendrehung einführen. Damit läßt sich die Phasendrehung der ungefilterten Signalkette ϕ_0 im unteren Frequenzbereich zum Teil kompensieren. Oberhalb des Sperr-

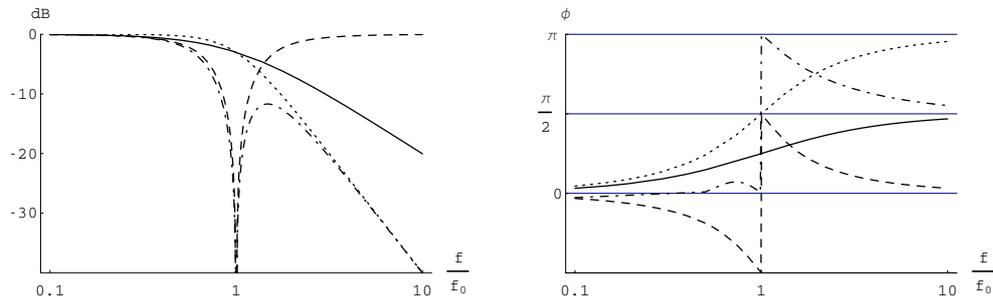


Abbildung 38: *Frequenzgang der Amplituden(links) und Phasen(rechts) verschiedener Filtertypen, Frequenz normiert auf die Abschneide- bzw. Sperrfrequenz f_0 . Durchgezogen: RC-Tiefpaß. Punktiert: Potenzfilter zweiter Ordnung. Gestrichelt: LCR-Bandsperre. Strichpunktirt: Potenzfilter-Bandsperre-Kombination.*

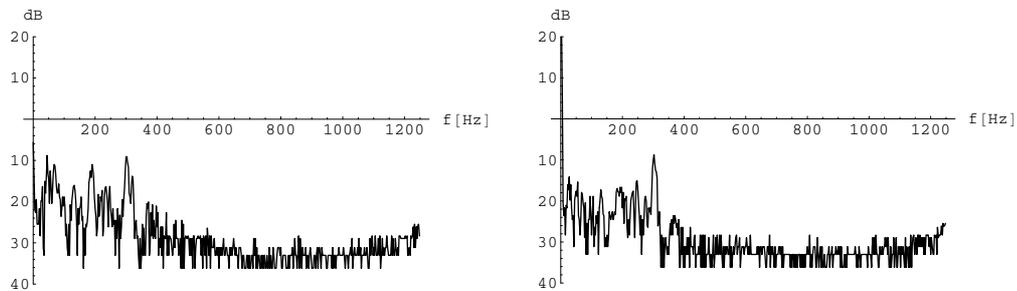


Abbildung 39: *Geregelt Strahllageschwankungen. Bezogen auf 1V Signalamplitude. Der Laufweg des Lichts von der Apertur des Lasers bis zur Quadrantendiode betrug $d = 190\text{cm}$. Als Filter wurde ein Potenztiefpaß zweiter Ordnung der Abschneidefrequenz $f_{-3\text{dB}} = 1\text{kHz}$ verwendet.*

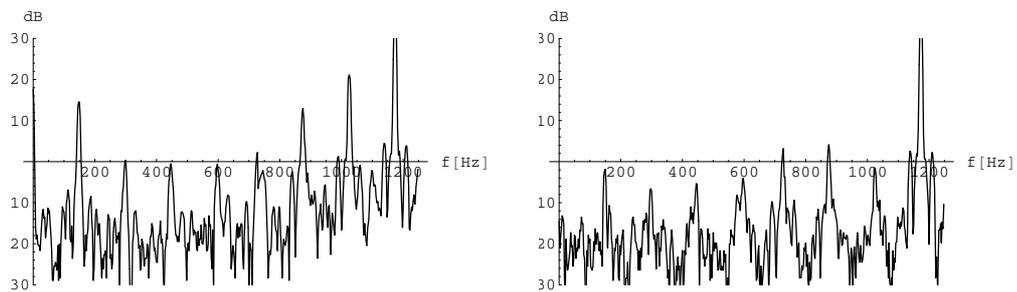


Abbildung 40: *Anschwingen der Mitkopplung, sobald die Bedingung (67) verletzt wird. Bezogen auf 1V Signalamplitude. Der Laufweg des Lichts von der Apertur des Lasers bis zur Quadrantendiode betrug $d = 190\text{cm}$. Als Filter wurde ein Potenztiefpaß zweiter Ordnung der Abschneidefrequenz $f_{-3\text{dB}} = 1\text{kHz}$ verwendet.*

bandes wird das Signal aber ungedämpft weitergegeben, so daß es in diesem Bereich wegen der Phasendrehung ϕ_0 zur Mitkopplung kommen würde. Deshalb muß das Bandsperrfilter mit einem Tiefpaß kombiniert werden. Abschneidefrequenz des Tiefpasses und Sperrfrequenz der Bandsperre müssen natürlich nicht zusammenfallen, wie in Abbildung 38. *Burr-Brown* schlägt einen *tuned circuit* vor [Mol91], mit dem ein passives RLC-Bandsperrfilter durch den UAF42AP approximiert wird. Die Schaltung wurde aufgebaut, aber noch nicht vollständig in Verbindung mit einem Tiefpaß getestet. Der Schaltplan ist in Anhang E.4 abgebildet.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein optischer Resonator für ein Comptonrückstreupolarimeter entworfen. Der Resonator ist notwendig, um Polarisationsmessungen mit einer Genauigkeit von 1% am MAMI-Elektronenstrahl parallel zum A4-Experiment durchzuführen.

Dazu wurde die erzielbare mittlere Luminosität für verschiedene Resonatorgeometrien numerisch berechnet. Die Stabilität optischer Resonatoren wurde untersucht und Konsequenzen für die Anpassung der Strahlen wurden für verschiedene typische Resonatorgeometrien abgeleitet. Strahllageschwankungen in weniger stabilen Resonatoren höherer Maximalluminosität führen im Vergleich mit stabilen Resonatoren zu einer geringeren mittleren Luminosität. Unter der Voraussetzung, daß der MAMI-Elektronenstrahl im Polarimeter auf eine horizontale und vertikale Rayleighlänge $\check{z}_e \approx 10\text{m}$ fokussiert wird und daß die Resonatorspiegel auf $100\mu\text{rad}$ stabilisiert werden können, wird die maximale mittlere Luminosität von $\check{L} = 1.72\text{kHz/b}$ innerhalb einer Wechselwirkungszone der Länge $\ell = 2\text{m}$ mit einem konfokalen Resonator erzielt. Bei einer Resonatorlänge von $L = 5\text{m}$ müssen hierfür sphärisch konkave Spiegel vom Krümmungsradius $R = 5\text{m}$ verwendet werden. Bei dieser mittleren Luminosität muß im Resonator eine Leistungsüberhöhung von $I_{circ} \approx 320\text{W}$ erreicht werden, um die Polarisation mit einem relativen Fehler von 3% innerhalb von 15min messen zu können.

Es wurde ein Sensor für die Laserstrahlposition und -intensität entwickelt und charakterisiert, um den Laserstrahl räumlich zu stabilisieren und um den Resonator mit dem Laserlicht resonant abzustimmen.

Der Argonionenlaser wurde für $\lambda = 514.5\text{nm}$ *single line* Betrieb umgebaut und charakterisiert. Dazu wurden longitudinale Modenspektren und Strahllageschwankungen gemessen. Das Modenspektrum zeigt, daß der Laser auf vielen, stark konkurrierenden longitudinalen Moden strahlt. Die Stabilisierung der longitudinalen Lasermoden durch ein internes oder externes Fabry-Perot-Etalon ist noch zu realisieren. Die unregelmäßige Laserstrahlposition zeigt ein Rauschen von ca. $30\mu\text{rad}$, kurzzeitige Drifts von $8\mu\text{rad}/\text{min}$ und Langzeitdrifts von $3\mu\text{rad}/\text{h}$. Ursachen für die Drifts werden genannt und weitere Messungen vorgeschlagen.

Es wurde eine aktive Regelung für die Strahllageposition mit Piezoelementen entworfen und aufgebaut. Um die Eigenschwingungen der Piezosysteme zu dämpfen, wurden verschiedene Filter studiert. Die beste bisher realisierte Regelung enthält einen einfachen *RC*-Tiefpaß als Filter. Damit konnte eine Stabilisierung der Laserstrahlposition auf $8\mu\text{rad}$ bei kurzzeitigen Drifts von ca. $40\text{nrad}/\text{min}$ und Langzeitdrifts von $42\text{nrad}/\text{h}$ erreicht werden. Mit aktiven Tiefpässen konnte keine verbesserte Regelung erzielt werden. Es werden Versuche mit einer Kombination aus einem Tiefpaß und einem Bandsperrfilter vorgeschlagen.

Der Einfluß der Doppelbrechung an der dielektrischen Beschichtung der Resonatorspiegel auf die Photonenpolarisation wurde untersucht. Die optischen Eigenschaften dünner Schichten hängen von vielen Parametern ab, so daß keine

Vorhersage über die mittlere Photonenpolarisation gegeben werden kann. Der Einfluß der Resonatorspiegel auf die Photonenpolarisation wird zu messen sein. Es wurde ein Entwurf für die optimale Einkopplung des Laserstrahls in den Resonator gegeben.

Die Schwingungen auf dem MAMI-Strahlrohr wurden gemessen und Maßnahmen zur Entkopplung des Resonators vom Strahlrohr wurden vorgeschlagen.

Das Phänomen von opaken Ablagerungen auf Spiegeln, die Synchrotronstrahlung ausgesetzt waren, ist an MAMI bekannt und es wird zu untersuchen sein, ob die Ablagerungen am strahlabwärts gelegenen Resonatorspiegel auftreten und die Polarimeteereigenschaften verschlechtern.

Der im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Entwurf für ein optisches System ermöglicht die Realisierung des Comptonpolarimeters für das A4-Experiment. Die vorgeschlagenen Verbesserungen lassen eine weitere Erhöhung der Luminosität im Polarimeter erwarten.

A Skizze des geplanten Polarimeters

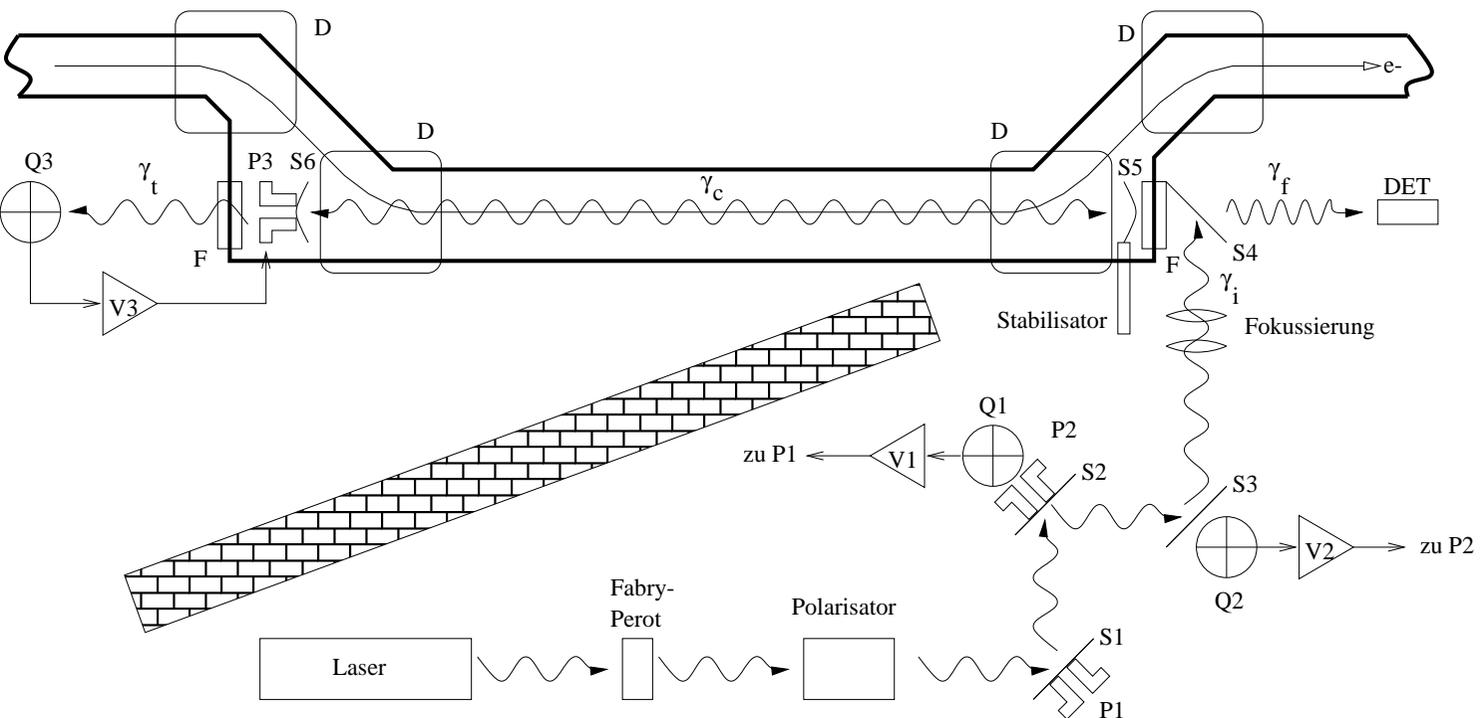


Abbildung 41: Skizze des geplanten Polarimeters, in transversaler Richtung stark gedehnt gezeichnet. Erläuterungen auf der folgenden Seite.

Als Lichtquelle dient ein Argonionenlaser im *single mode* Betrieb. Durch ein Fabry-Perot-Etalon wird die Laserstrahlung auf eine longitudinale Mode stabilisiert. In der mit Polarisator bezeichneten Einheit wird das linear polarisierte Licht vom Laser in zirkulares Licht umpolarisiert. Durch Verwendung einer Pockels-Zelle wird zwischen rechts- und linkshändig zirkularem Licht umgeschaltet. Es folgt die aktive Strahllagestabilisierung durch Regelkreis 1: die Quadrantendiode Q1 liefert Signale, mit denen über die Piezoelektronik V1, den Piezo P1 und den Spiegel S1 die Strahllageschwankungen auf dem Spiegel S2 aktiv gegengeregelt werden. Um den Strahl durch zwei Punkte zu definieren, werden die Strahllageschwankungen zusätzlich mit dem Regelkreis 2 auf Spiegel S3 minimiert. Die Fokussierung zur effizienten Einkopplung der Laserstrahlung γ_i in den Resonator schließt sich an. Der Resonator befindet sich in einer Vakuumkammer, die an das Strahlrohr von MAMI angeflanscht ist. Die Vakuumkammer ist durch die dicke Linie angedeutet. Der Laserstrahl kann durch die Fenster F in die Vakuumkammer ein- und austreten. Der strahlabwärts^{‡‡} gelegene Resonatorspiegel S wird passiv stabilisiert. Der andere, in der Skizze links gezeigte Resonatorspiegel S kann mit dem Regelkreis 3 so stabilisiert werden, daß die transmittierte Intensität γ_t maximiert wird. Damit ist der Resonator in Resonanz mit der Laserstrahlung. Im Resonator baut sich das zirkulierende Strahlungsfeld γ_c auf. Der Elektronenstrahl e- wird durch die Schikanendipole D in den optischen Resonator gelenkt. In der Wechselwirkungszone finden Comptonstreuungsprozesse statt. Die rückgestreuten, hochenergetischen Comptonphotonen γ_f passieren den Einkopplungspiegel S4 fast ungehindert und werden im Detektor DET nachgewiesen. Die Laserapparatur wird durch eine Betonwand vor Strahlung geschützt.

^{‡‡}Bezogen auf den MAMI-Elektronenstrahl.

B Drift der unregulierten und der regulierten Signale der Laserstrahlposition

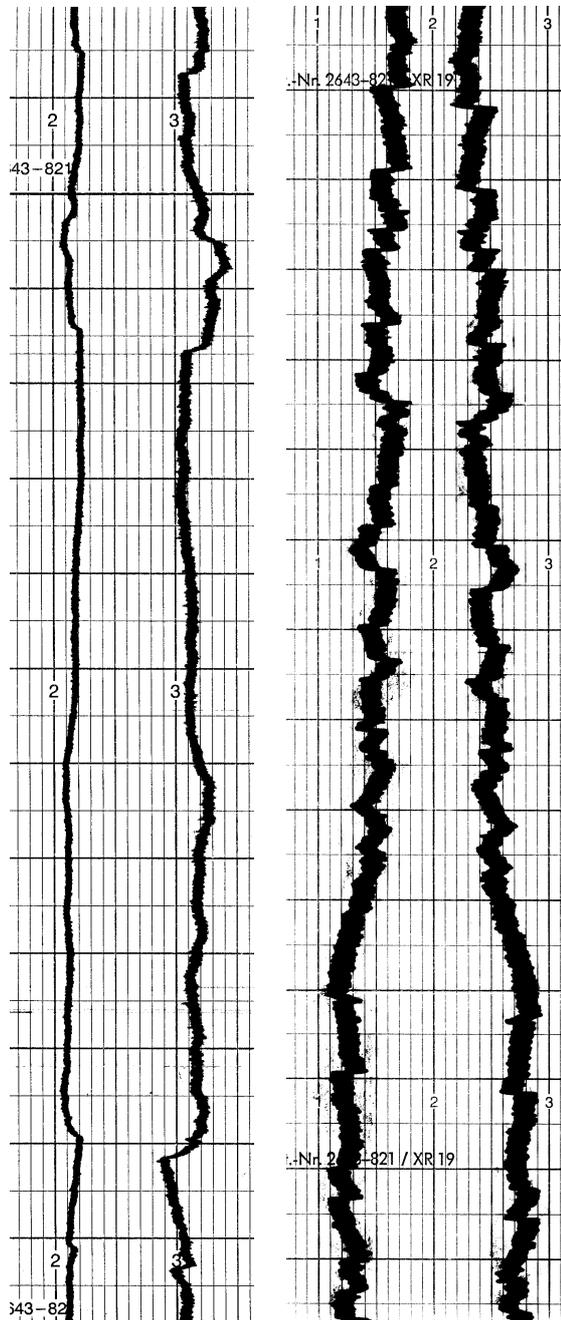


Abbildung 42: Drift der unregulierten (links) und der regulierten (rechts) Laserstrahlposition. In der linken Graphik entspricht die Teilung 10min/Div. von unten nach oben und 500mV/Div. $\hat{=}$ 13 μ rad/Div. von links nach rechts. Der linke Plot zeigt das vertikale Lagesignal. In der rechten Graphik entspricht die Teilung 10h/Div. von unten nach oben und 10mV/Div. $\hat{=}$ 200 μ rad/Div. von links nach rechts. Der linke Plot zeigt wieder das vertikale Lagesignal.

C Fourierspektren der unregelten und der geregelten Laserstrahlschwankungen

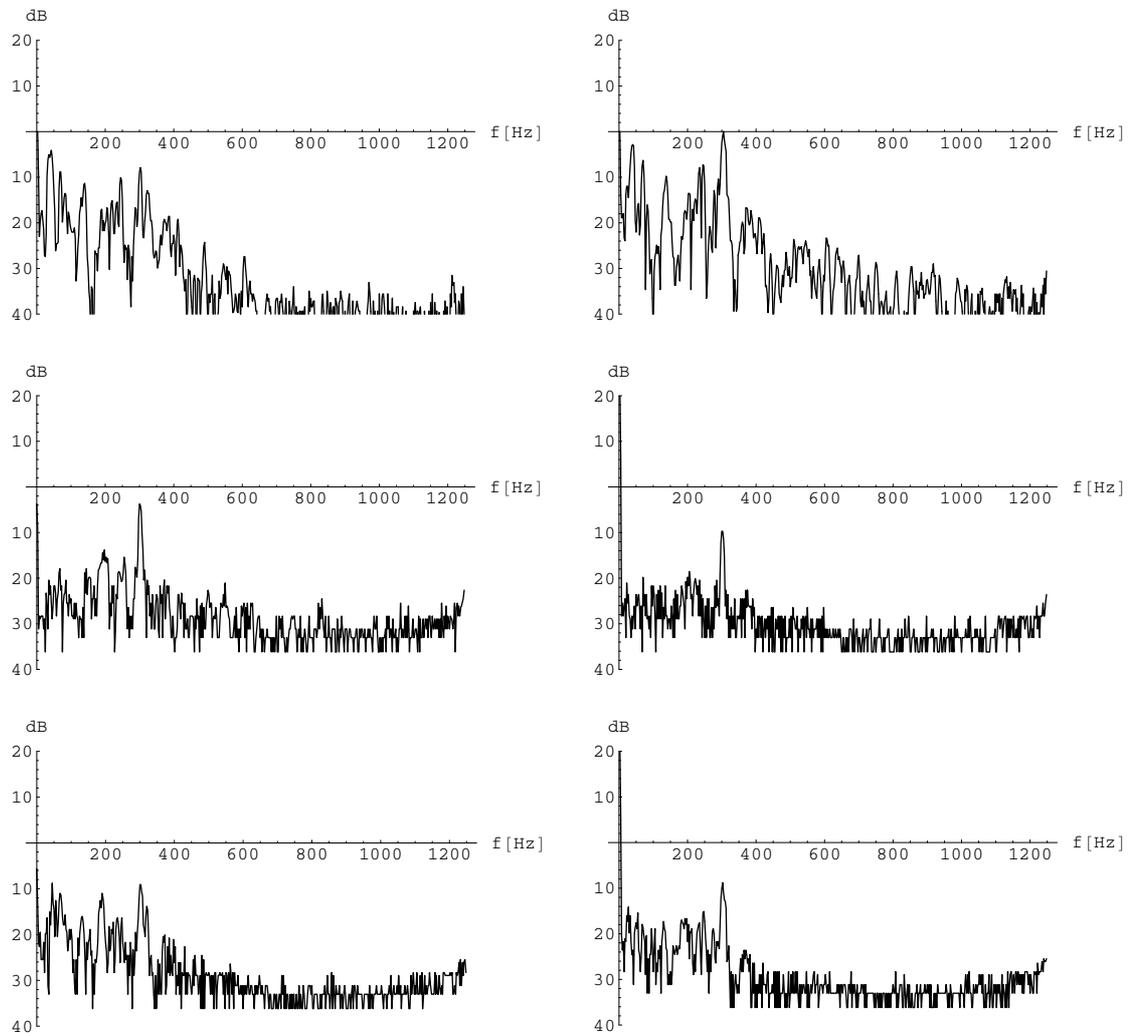


Abbildung 43: *Fourierspektren der unregelten (oben), der über das RC-Glied geregelten (Mitte) und der über das Potenzfilter geregelten (unten) Signale der Laserstrahlposition. In der linken Spalte sind die Spektren der horizontalen Lagesignale und in der rechten Spalte die Spektren der vertikalen Lagesignale gezeigt. Die Abschwächungen in Dezibel sind in allen Spektren auf 1V Signalamplitude bezogen. Der Laufweg des Lichts von der Apertur des Lasers bis zur Quadrantendiode betrug beim unregelten Spektrum $d = 150\text{cm}$ und bei den geregelten Spektren $d = 190\text{cm}$.*

D Sylvesters Theorem

Die Strahlmatrix

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 - \frac{2L}{R_2} & 2L - \frac{2L^2}{R_2} \\ \frac{4L}{R_1 R_2} - \frac{2}{R_1} - \frac{2}{R_2} & 1 - \frac{2L}{R_2} - \frac{4L}{R_1} - \frac{4L^2}{R_1 R_2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (71)$$

hat die Determinante

$$AD - BC = 1, \quad (72)$$

weil die Matrizen \mathcal{M}_d und \mathcal{M}_R die Determinante 1 haben und

$$\det(\mathcal{A}\mathcal{B}) = \det(\mathcal{A}) \cdot \det(\mathcal{B}).$$

Man definiert

$$\cos \vartheta = \frac{1}{2}(A + D). \quad (73)$$

Der Beweis wird durch Induktion geführt. Für $N = 1$ ist

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^N = \frac{1}{\sin \vartheta} \begin{pmatrix} A \sin N\vartheta - \sin(N-1)\vartheta & B \sin N\vartheta \\ C \sin N\vartheta & D \sin N\vartheta - \sin(N-1)\vartheta \end{pmatrix} \quad (74)$$

offenbar richtig. Wir nehmen also an, daß (74) für N gilt, so daß

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^{N+1} &= \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^N \\ &= \frac{1}{\sin \vartheta} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \sin N\vartheta - \sin(N-1)\vartheta & B \sin N\vartheta \\ C \sin N\vartheta & D \sin N\vartheta - \sin(N-1)\vartheta \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sin \vartheta} \times \begin{pmatrix} (A^2 + BC) \sin N\vartheta - A \sin(N-1)\vartheta & B(A+D) \sin N\vartheta - B \sin(N-1)\vartheta \\ C(A+D) \sin N\vartheta - C \sin(N-1)\vartheta & (BC + D^2) \sin N\vartheta - D \sin(N-1)\vartheta \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Unter Verwendung von (72) und (73) erhalten wir für das (1, 1)-Element dieser Matrix

$$\begin{aligned} &(A^2 + BC) \sin N\vartheta - A \sin(N-1)\vartheta \\ &= (A^2 + AD - 1) \sin N\vartheta - A \sin(N-1)\vartheta \\ &= A(A+D) \sin N\vartheta - \sin N\vartheta - A \sin(N-1)\vartheta \\ &= 2A \sin N\vartheta \cos \vartheta - \sin N\vartheta - A \sin(N-1)\vartheta \\ &= 2A \left(\frac{1}{2} \sin(N+1)\vartheta + \frac{1}{2} \sin(N-1)\vartheta \right) - \sin N\vartheta - A \sin(N-1)\vartheta \\ &= A \sin(N+1)\vartheta - \sin N\vartheta. \end{aligned} \quad (75)$$

Die übrigen Matrixelemente werden ähnlich ausgewertet. Wir erhalten

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^{N+1} = \frac{1}{\sin \vartheta} \begin{pmatrix} A \sin(N+1)\vartheta - \sin N\vartheta & B \sin(N+1)\vartheta \\ C \sin(N+1)\vartheta & D \sin(N+1)\vartheta - \sin N\vartheta \end{pmatrix}.$$

Wenn die Gleichung (74) für N gilt, dann gilt sie auch für $N + 1$. Da sie für $N = 1$ gilt, gilt sie für alle N . Damit ist Sylvesters Theorem für Matrizen, die (72) erfüllen, bewiesen. •

E Elektronik

E.1 Elektronik der Quadrantendiode

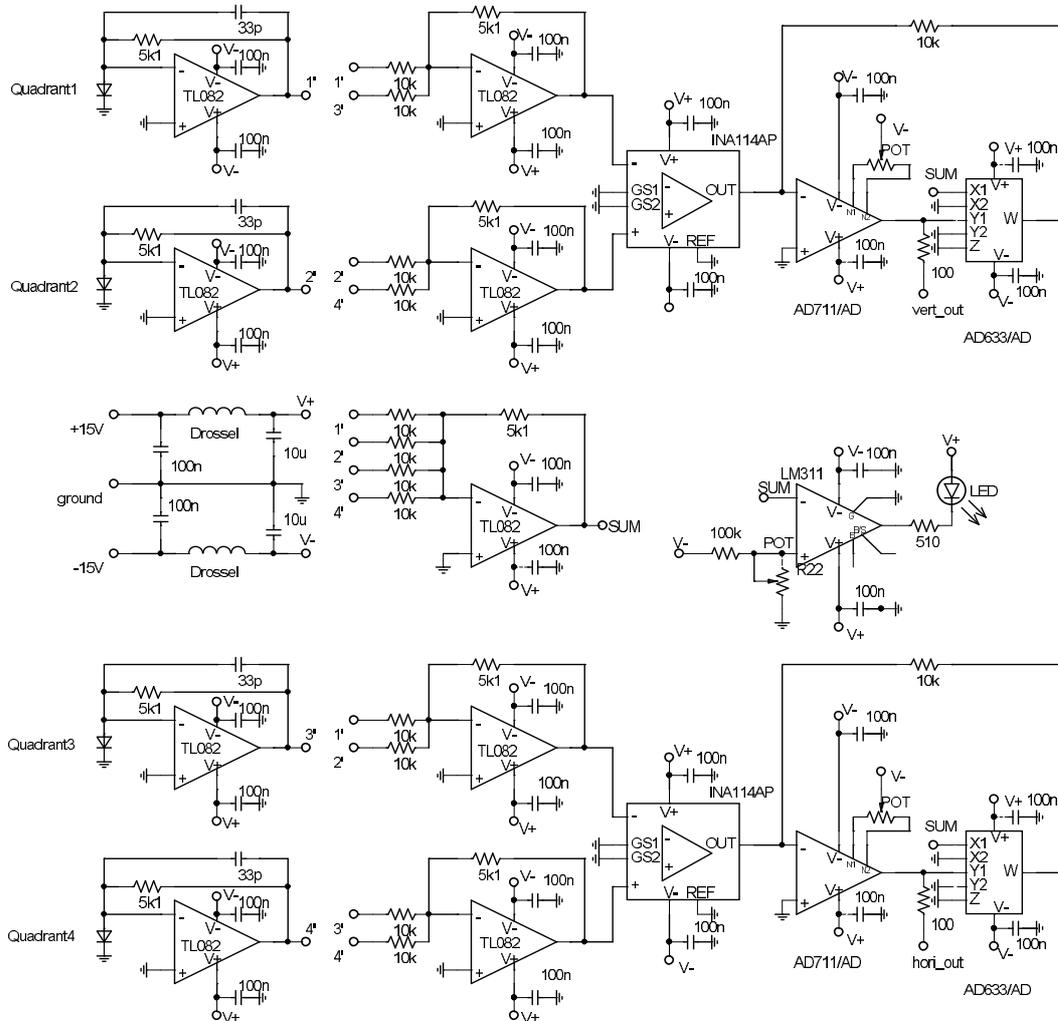


Abbildung 44: Schaltplan der Elektronik, die die Photoströme der Quadrantendiode JQ20P in positions- und intensitaetsproportionale Spannungssignale umformt.

E.2 Signalwandler für Piezoverstärker

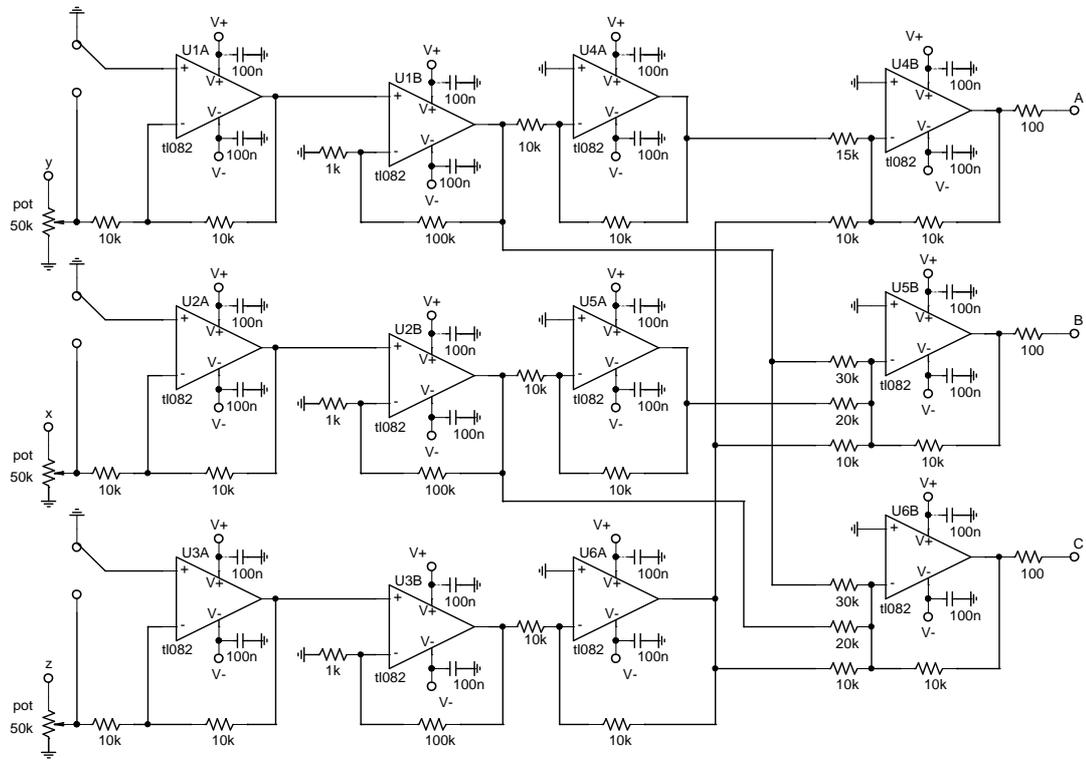


Abbildung 45: Schaltplan des Signalwandlers, der die kartesischen Signale der Positions- und Intensitätsdetektoren in Signale für die drei Kanäle eines Piezokippsystems S-315.10 umformt.

E.3 Aktiver Potenztiefpass zweiten Grades

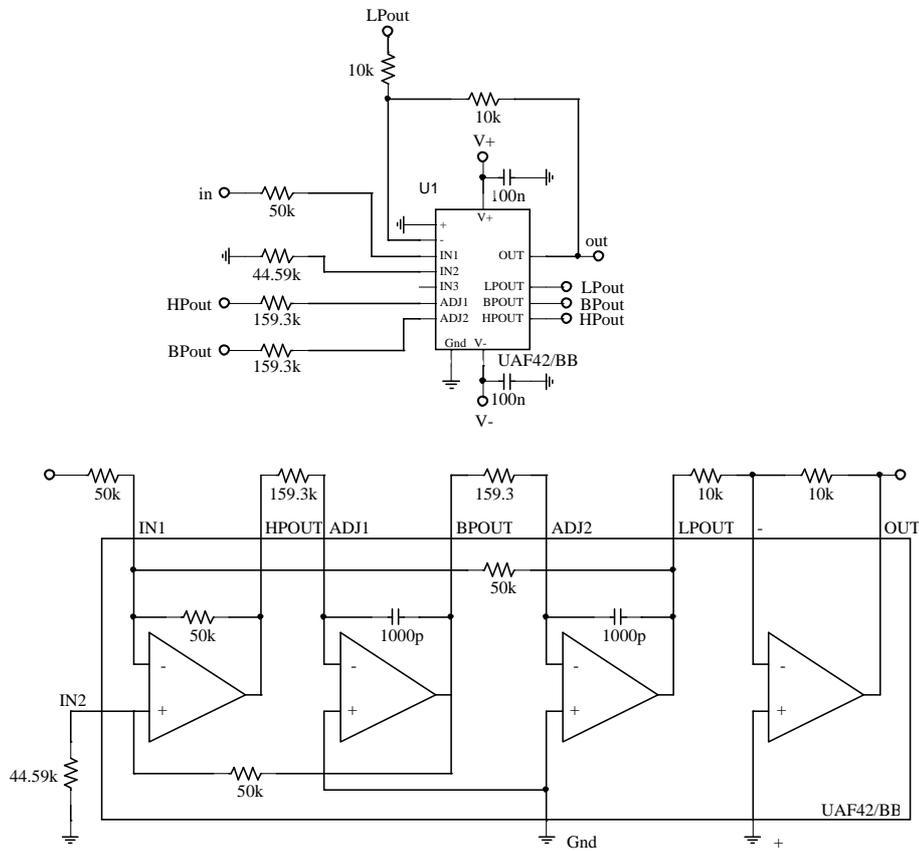


Abbildung 46: Schaltplan des aktiven Tiefpassfilters mit $f_{-3dB} = 1\text{kHz}$.

E.4 Approximation einer passiven LCR-Bandsperre

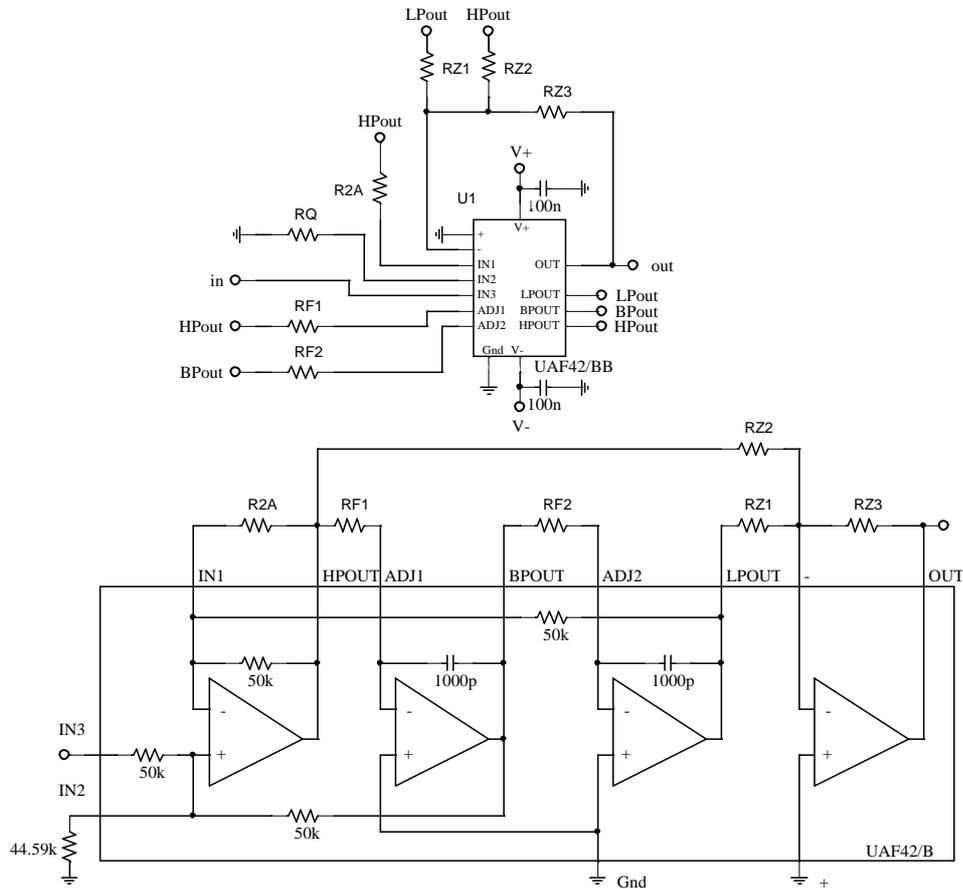


Abbildung 47: Schaltplan des aktiven Bandsperrfilters mit $f_{sperr} = 3.5\text{kHz}$ und einer -3dB -Bandbreite $B = 5\text{kHz}$.

Literatur

- [Apr83] E. Aprile-Giboni et al.: *Proton-Carbon Effective Analyzing Power between 95 and 570 MeV*. Nucl. Instr. and Meth. 215, 147 (1983)
- [Aul98] K. Aulenbacher: Private Kommunikation. (1998)
- [Bec91] D. H. Beck: *Measurement of the Flavour Singlet Charge Form Factor of the Proton, G_E^0* . CEBAF Proposal PR-91-017. (1991)
- [Bei96] E. J. Beise et al.: *SAMPLE: Parity Violating Electron Scattering from Hydrogen and Deuterium*. Preprint. (1996)
- [Bel90] J. Bellanca, R. Wilson: *A Discussion of Polarization Analysers for Parity Experiments*. Proc. of the Workshop on Par. Viol. Exp. in El. Scat., 111 (Pasadena, 1990)
- [Bjo66] J. D. Bjoerken, S. D. Drell: *Relativistische Quantenmechanik*. (Bibliographisches Institut, Mannheim, 1966)
- [Che95] J. P. Chen et al.: *Design Report for a Compton Polarimeter at CEBAF Hall A*. (Saclay, 1995)
- [Dem93] W. Demtröder: *Laserspektroskopie*, 3. Aufl. (Springer, Heidelberg, 1993)
- [Eut94] H. Euteneuer et al.: *Beam Measurements and Operating Experience at MAMI*. Proc. European Part. Acc. Conf., London, 506 (1994)
- [Hei95] E. Heinen-Konschak: *Vorbereitende experimentelle Studien für die Messung der Paritätsverletzung in der elastischen ep-Streuung*. (Dissertation, Mainz, 1995)
- [Kai98] K. H. Kaiser: Private Kommunikation. (1998)
- [Kuc91] H. Kuchling: *Taschenbuch der Physik*. (Harri Deutsch, Thun, 1991)
- [Lop96] A. Lopes Ginja: *Vorstudien zum Bau eines Polarisationsmonitors für ein paritätsverletzendes Experiment*. (Diplomarbeit, Mainz, 1996)
- [Mac86] H. A. Macleod: *Structure-related optical properties of thin films*. J. Vac. Sci. Technol. A4(3), 418 (1986)
- [Mil88] P. W. Milonni, J. H. Eberly: *Lasers*. (Wiley, New York, 1988)
- [Mol91] J. Molina, R. M. Stitt: *Filter Design Program for the UAF42 Universal Active Filter*. Burr-Brown Application Bulletin (1991)
- [Mus94] M.J.Musolf et al.: *Intermediate Energy Semileptonic Probes of the Hadronic Neutral Current*. Phys. Rep., 239 (1994)
- [Nov93] V. A. Novikov et al.: *On the Elektroweak One-Loop Corrections*. Nucl. Phys. B 397, 35 (1993)

- [PI98] Physik Instrumente: *Nano Positioning 1998*. (Katalog)
- [Sie86] A. E. Siegman: *Lasers*. (University Science, Sausalito, 1986)
- [Tie91] U. Tietze, Ch. Schenk: *Halbleiterschaltungstechnik*. (Springer, Heidelberg, 1991)
- [Vod95] N. P. Vodinas et al.: *Electron Beam Polarimeter*. (NIKHEF, Amsterdam, 1995)
- [Sou93] P. Souder: *Parity Violation in Elastic Scattering from the Proton and ^4He* . CEBAF Proposal PR-91-010. (1991)
- [Woo96] C. S. Wood: *High Precision Atomic Parity Non-Conserving Measurement Using a Spin Polarized Cesium Beam and the Nuclear Anapole Moment of ^{133}Cs* . (Ph.D. thesis, Colorado, 1996)

Ich erkläre, daß ich diese Arbeit selbständig verfaßt und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Mainz, den 15. Dezember 1998

Wolfgang Ketter