SIEGFRIED TRAUTMANN

Aktienoptionspreise an der Frankfurter Optionsbörse im Lichte der Optionsbewertungstheorie

1. Einführung

Wenn Anfang 1990 an der Deutschen Terminbörse (DTB) der Handel mit Aktienoptionen aufgenommen wird, werden einige Marktteilnehmer auf eine fast 20-jährige Erfahrung im Handel mit Optionen auf deutsche Aktien zurückblicken können. Bereits am 1. Juli 1970 wurde nämlich an allen bundesdeutschen Wertpapierbörsen der Handel mit Aktienoptionen zugelassen. Die Ausgestaltungsmerkmale der damals gehandelten Kauf- und Verkaufsoptionen hatten allerdings nur wenig mit denen der zukünftigen DTB-Aktienoptionen gemein. Während der deutsche Optionshandel des Jahres 1970 den US-amerikanischen Over-The-Counter (OTC) Optionsmarkt zum Vorbild hatte, orientiert sich die DTB an den US-amerikanischen Börsen für standardisierte Optionskontrakte, zum Beispiel der Chicago Board of Options Exchange (CBOE), und bezüglich ihrer Computerisierung an der Swiss Options and Financial Futures Exchange (SOFFEX). Alle an den genannten Börsen gehandelten Kontrakte haben jedoch eines gemeinsam: Sie verbriefen das Recht, aber nicht die Verpflichtung, eine bestimmte Anzahl einer zum Optionshandel zugelassenen Aktie (Optionspapier) zu einem vorher vereinbarten Preis (Basispreis) innerhalb einer bestimmten Frist (Optionsfrist oder Laufzeit) zu kaufen (Kaufoption oder Call-Option) oder zu verkaufen (Verkaufsoption oder Put-Option). Diese Optionen können also während ihrer Laufzeit zu jedem Zeitpunkt ausgeübt werden, sind also Optionen vom Amerikanischen Typ (im Gegensatz zu denen vom Europäischen Typ, die nur am Verfalltag ausgeübt werden können). Der Preis, den der Käufer der Option dem Verkäufer (Stillhalter) zu bezahlen hat, wird Optionspreis genannt.

Bis zum 1. April 1983 verhinderte insbesondere die fehlende Standardisierung der Kontrakte einen liquiden Sekundärmarkt in Aktienoptionen. Am 1. April 1983 wurden die Handelsbedingungen an den deutschen Aktienoptionsbörsen weitgehend standardisiert. Die wichtigsten Aenderungen waren folgende:

(1) Standardisierung der Basispreise: Die Preise müssen in Abhängigkeit vom absoluten Preisniveau durch 2.50 DM, 5.00 DM und 10.00 DM teilbar sein.

(2) Reduzierung der Verfalltermine: Die Optionen verfallen am jeweils ersten Börsentag nach dem 14. Kalendertag in den Verfallmonaten Januar, April, Juli und Oktober. In der ersten Hälfte eines Verfallmonates werden lediglich die Optionen notiert, deren Verfalltag in einem der drei darauffolgenden Verfallmonaten liegt. Zu jedem anderen Zeitpunkt werden Optionen mit den drei nächstgelegenen Verfallterminen notiert. Daraus ergibt sich für eine Option eine maximale Laufzeit von 9 1/2 Monaten.

Diese Reform erbrachte zwar eine Belebung des traditionellen Optionsgeschäftes, bei weitem aber nicht das an US-amerikanischen Optionsbörsen in Relation zum Aktienumsatz beobachtete Umsatzvolumen. Die Gründe dafür liegen auf der Hand:

(1) Beim traditionellen deutschen Optionsgeschäft besteht bis zur Ausübung oder dem Verfalltag der Option eine direkte Beziehung zwischen Käufer und Stillhalter der Option. Deshalb ist es für einen Stillhalter unmöglich, sich seiner Verpflichtungen aus dem Optionsgeschäft vor dem Verfalltag zu entledigen. An den US-amerikanischen Märkten für Aktienoptionen steht dem Käufer unmittelbar die sogenannte Option Clearing Corporation als Garant für die Leistung im Falle der Ausübung gegenüber. Sowohl für Käufer als auch für die Stillhalter besteht zu jedem Zeitpunkt die Möglichkeit, ihre eingegangenen Positionen glattzustellen.

(2) An den US-amerikanischen Optionsbörsen wurde ein "market maker system" institutionalisiert, um die Marktliquidität zu erhöhen. Beim traditionellen deutschen Optionshandel sind Marktteilnehmer mit solchen Funktionen nicht vorgesehen.

(3) Sowohl Investmentfonds als auch Versicherungsunternehmen können bisher nicht im gewünschten Umfang am Handel mit Options- und Finanzterminkontrakten teilnehmen. Zudem ist in der Bundesrepublik Deutschland der Leerverkauf von Wertpapieren derzeit noch nicht möglich.

(4) Für die geringe Liquidität vor dem 1. April 1987 war auch der bis dahin geltende, sogenannte Dividendenschutz für Aktienoptionen verantwortlich: Im Falle einer Dividendenzahlung auf die zugrundeliegende Aktie erfolgte nämlich eine Reduktion des Basispreises in Höhe der angefallenen Dividende. Dies führte zwangsläufig zu einer Erhöhung der umlaufenden Optionsserien und verhinderte somit die wünschenswerte Konzentration des Optionshandels auf wenige Optionsserien.

Trotz dieser institutionellen Hindernisse, die bisher einem liquiden Markt im Wege standen, macht es Sinn die notierten Aktienoptionspreise im Lichte der modernen Optionsbewertungstheorie zu untersuchen. Im Gegensatz zu landläufiger Meinung, stellen weder Leerverkaufsbeschränkungen noch die fehlende Möglichkeit des Stillhalters seine Verpflichtungen aus einem Optionsgeschäft weiterzugeben, prinzipiell die Gültigkeit der modernen Optionsbewertungstheorie in Frage. Mit diesem Beitrag soll insbesondere auf einige im 4-Jahreszeitraum vom 1. April 1983 bis 31. März 1987 beobachtete Abweichungen zwischen Marktpreisen und Modellwerten für an der Frankfurter Optionsbörse gehandelte Aktienoptionen hingewiesen werden. Die vorgestellten Ergebnisse dürften sowohl für Marktteilnehmer der zukünftigen DTB als auch für Teilnehmer am weiterhin bestehenden traditionellen Optionsgeschäft interessant sein: sie deuten nämlich auf die Profitabilität bestimmter Handelsstrategien hin.

Dazu werden in Abschnitt 2 zunächst einige Ergebnisse der Optionsbewertungstheorie zusammengestellt und in Abschnitt 3 der Untersuchungsaufbau und die Datenbasis erklärt. Abschnitt 4 berichtet über die Profitabilität zweier Handelsstrategien, die dann angebracht sind, wenn beobachtete Marktpreise für Aktienoptionen Wertgrenzen verletzen, die unabhängig von der zukünftigen Aktienkursentwicklung eingehalten werden müssen. Ueber Abweichungen der Marktpreise von den theoretischen Modellwerten nach Black und Scholes wird in Abschnitt 5 berichtet. Abschnitt 6 fasst die Ergebnisse zusammen.

2. Einige Ergebnisse der Optionsbewertungstheorie

In diesem Abschnitt werden einige theoretische Ergebnisse zur Optionsbewertung zusammengestellt. Es wird der Einfachheit halber zunächst unterstellt, dass (1) während der Restlaufzeit einer Aktienoption auf die zugrundeliegende Aktie weder Dividendenzahlungen noch sonstige Nebenrechte entfallen, und (2) Transaktionskosten vernachlässigbar sind. Diese Annahmen werden jedoch bei der Formulierung der empirischen Tests in den darauffolgenden Abschnitten wieder aufgehoben. Weiterführende Darstellungen können z.B.

dem Standardwerk von COX und RUBINSTEIN (1985) oder dem Uebersichtsartikel von GESKE und TRAUTMANN (1986) entnommen werden.

Der Wert einer Aktienoption lässt sich gedanklich als Summe von innerem Wert und Zeitwert auffassen. Der innere Wert wird üblicherweise dem Ausübungswert gleichgesetzt und entspricht - sofern sich die Optionsausübung lohnt - der Differenz aus Basispreis und dem jeweils aktuellen Kurs der zugrundeliegenden Aktie. Folglich ist der Wert einer Option am Verfalltag immer gleich dem inneren Wert der Option. Falls am Verfalltermin der Aktienkurs geringer als der Basispreis ist, so lohnt es sich für den Käufer einer Kaufoption nicht, diese auszuüben, und die Option verfällt. Wenn jedoch der Aktienkurs höher als der Basispreis ist, entspricht der Wert der Kaufoption der Differenz aus Basispreis und Aktienkurs. Der Wert der Kaufoption am Verfalltag entspricht also dem Maximum von Null und der Differenz (S_T - K) und lässt sich mathematisch wie folgt formulieren:

$$C_T = \text{Max}\,(0, S_T - K) \qquad (1)$$

wobei

C_T den Wert der Kaufoption am Verfalltag,
S_T den Aktienkurs am Verfalltag, und
K den Basispreis der Kaufoption kennzeichnet.

Entsprechend wird der Inhaber einer Verkaufsoption sein Verkaufsrecht nur dann ausüben, wenn der Aktienkurs am Verfalltermin kleiner als der Basispreis ist. Liegt der Aktienkurs hingegen über dem Basispreis, wird der Käufer einer Verkaufsoption sein Recht nicht ausüben, und die Option verfällt. Der Wert der Verkaufsoption am Verfalltag entspricht also dem Maximum von Null und der Differenz (K - S_T) und lässt sich mathematisch wie folgt formulieren:

$$P_T = \text{Max}\,(0, K - S_T) \qquad (2)$$

wobei

P_T den Wert der Verkaufsoption am Verfalltag T darstellt.

Vor dem Verfalltag einer Aktienoption wird dagegen der Gesamtwert über dem Ausübungswert liegen, also definitionsgemäss ein positiver Zeitwert vorliegen, weil es immer eine positive Wahrscheinlichkeit dafür gibt, dass bis zum Verfallzeitpunkt der innere Wert noch anwächst. Dies ist insbesondere der Fall, wenn der gegenwärtige Ausübungswert gleich Null ist. Damit hängt also der Zeitwert von der Modellierung der zukünftigen Aktienkursentwicklung ab.
Glücklicherweise können zumindest Unter- bzw. Obergrenzen für den Zeitwert und damit für den Gesamtwert einer Option abgeleitet werden, die bei beliebigen Aktienkursentwicklungen gelten. Falls ein beobachteter Marktpreis eine Wertuntergrenze unterschreitet bzw. eine Wertobergrenze überschreitet, und Aktienoptionen sowie die zugrundeliegende Aktie gleichzeitig gehandelt werden können (also sogenannte synchronisierte Märkte vorliegen), besteht die Möglichkeit profitable, risikolose Zeitarbitrage zu betreiben. Unter profitabler, risikoloser Zeitarbitrage wird dabei der Aufbau einer Portefeuilleposition verstanden, deren Liquidationswert bei beliebiger Aktienkursentwicklung nichtnegativ ist, und deren Aufbau mit positiven Zahlungsüberschüssen verbunden ist. Im folgenden wird sowohl für Kaufoptionen als auch für Verkaufsoptionen eine Wertuntergrenze näher beschrieben.

2.1 Die Europäische Wertuntergrenze für Kaufoptionen

MERTON (1973a) formulierte die folgende Wertuntergrenze für Aktienoptionen vom Europäischen Typ:

$$C \geq \text{Max}\,(0, S - Ke^{-rT}) \qquad (3)$$

wobei

C den aktuellen Wert der Kaufoption,
S den aktuellen Aktienkurs,
r den Zinssatz (p.a.) für risikolose Anlagen,
T die Restlaufzeit (in Jahren) und
e^{-rT} den Diskontierungsfaktor symbolisiert.

Danach muss also der Wert einer Kaufoption mindestens der Differenz zwischen gegenwärtigem Aktienkurs und diskontiertem Basispreis entsprechen. Die Handelsstrategie, die von der Verletzung der Europäischen Wertuntergrenze (3) profitiert, lautet folgendermassen:

- Kauf einer Kaufoption,
- (Leer-) Verkauf der zugrundeliegenden Aktie, und
- risikolose Anlage des diskontierten Basispreises.

Aus Tabelle 1 ist nun zu entnehmen, dass nach Durchführung dieser Transaktionen im gegenwärtigen Zeitpunkt $\varepsilon = - C + S - Ke^{-rT} > 0$ Geldeinheiten verbleiben. Wird nun dieses Portefeuille bis zum Verfalltag der Option gehalten, so ist der Liquidationswert im Fall einer sich lohnenden Optionsausübung (d.h. für $S_T > K$) Null, und ansonsten positiv. Tabelle 1 gibt diesen Wert in Abhängigkeit vom Aktienkurs am Verfalltag, S_T, an. Dabei wird in jedem Fall am Verfalltag t = T die Aktie zum Preis von S_T zurückgekauft, um entweder bei einem Leerverkauf den Lieferverpflichtungen nachzukommen, oder bei einem regulären Verkauf das ursprüngliche Aktienportefeuille wieder herzustellen. Die insolvenzrisikofreie Finanzanlage (z.B. eine Festgeldanlage) im Umfang von Ke^{-rT} Geldeinheiten wächst bis zum Zeitpunkt t = T auf $(Ke^{-rT})e^{rT} = K$ Geldeinheiten an, und wird dann liquidiert. Die spaltenweise vorzunehmende Aufsummierung der Zahlungen in Tabelle 1 zeigt nun, dass im Falle von $S_T > K$, neben dem Arbitragegewinn zum Zeitpunkt t = 0, kein zusätzlicher Arbitragegewinn realisiert werden kann. Für $S_T < K$ kann dagegen bei Verfolgung dieser Portefeuillestrategie ein Aktienbesitzer zudem den Aktienkursverlust $K - S_T$ vermeiden, bzw. ein Leerverkäufer den zusätzlichen Arbitragegewinn $K - S_T$ realisieren. Da Leerverkäufe in der Bundesrepublik Deutschland nicht erlaubt sind, kann nur derjenige Investor diese Strategie verfolgen, der beim Aufbau dieser Position bereits im Besitz der zugrundeliegenden Aktie ist.

Tabelle 1: Risikolose Gewinne durch indirekte Zeitarbitrage bei Verletzung der Europäischen Wertuntergrenze.

	Zahlungen im Zeitpunkt t = 0	t = T	
Transaktionen		$S_T \leq K$	$S_T > K$
Kauf einer Kaufoption	- C	-	S_T - K
Verkauf einer Aktie	S	$-S_T$	$- S_T$
Insolvenzrisikofreie Finanzanlage	$-Ke^{-rT}$	K	K
Arbitragegewinn	ε	$K- S_T$	-

Die Europäische Wertuntergrenze gilt auch für Kaufoptionen vom Amerikanischen Typ, sofern keine Dividenden während der Restlaufzeit der Option auf die zugrundeliegende Aktie entfallen. Zudem kann unter dieser Annahme aus der Beziehung (3) abgeleitet werden, dass sich die Ausübung einer Amerikanischen Option vor dem Verfalltag niemals lohnt. Eine Kaufoption, deren gegenwärtiger Ausübungswert positiv ist, besitzt nämlich gemäss Beziehung (3) einen positiven Zeitwert. Der vor dem Verfalltag erzielbare Marktpreis $C \geq S - Ke^{-rT}$ wird also den aktuellen Ausübungswert, S - K, übersteigen. Bei einem erwarteten Aktienkursrückgang wird folglich der rational handelnde Besitzer einer Kaufoption den Verkauf der Kaufoption ihrer Ausübung vorziehen.

2.2 Eine Wertuntergrenze für Verkaufsoptionen

Bereits 1969 hat HANS STOLL in Anlehnung an das Zinsparitätentheorem die sogenannte Put-Call-

Parität für Aktienoptionen abgeleitet. Diese besagt, dass für Aktienoptionen vom Europäischen Typ der Preis einer Verkaufsoption (P) mit dem Basispreis K und der Restlaufzeit T, dem Preis einer ansonsten identischen Kaufoption (C) minus dem aktuellen Kurs (S) der zugrundeliegenden Aktie plus dem abgezinsten Basispreis Ke^{-rT} entsprechen muss:

$$P = C - S + Ke^{-rT}. \tag{4}$$

Bei einer Verletzung dieser Paritätsbeziehung bietet sich Marktteilnehmern die Gelegenheit zu profitabler, risikoloser Zeitarbitrage. MERTON (1973b) verallgemeinerte dieses Ergebnis für Optionen vom Amerikanischen Typ, indem er das "=" - Zeichen durch ein "$\geq$" - Zeichen in Beziehung (4) ersetzte:

$$P \geq C - S + Ke^{-rT}. \tag{5}$$

Diese Modifikation kann ökonomisch wie folgt begründet werden. Zum einen sollte, wie bereits festgestellt, eine Kaufoption vom Amerikanischen Typ nicht vorzeitig (d.h. vor dem Verfalltag) ausgeübt werden. Daher wird der Wert einer Kaufoption vom Amerikanischen Typ sich nicht vom Wert einer ansonsten identischen Kaufoption vom Europäischen Typ unterscheiden. Andererseits besteht bei Verkaufsoptionen vom Amerikanischen Typ immer eine positive Wahrscheinlichkeit für die Vorteilhaftigkeit ihrer vorzeitigen Ausübung. Man denke etwa an die Situation eines extremen Kursverfalls der zugrundeliegenden Aktie. Spätestens dann, wenn die Aktie wertlos ist, also der Ausübungswert sein Maximum mit K - S = K erreicht hat, sollte die Verkaufsoption ausgeübt werden, um Opportunitätskosten in Form von entgangenen Zinsen auf den Ausübungswert zu vermeiden. Eine Verkaufsoption vom Amerikanischen Typ ist also wertvoller als eine ansonsten identische Verkaufsoption vom Europäischen Typ.
Die folgende Handelsstrategie führt bei Verletzung der Beziehung (5) zu risikolosen Gewinnen aus Zeitarbitrage:

- Kauf einer Verkaufsoption,
- Verkauf einer ansonsten identischen Kaufoption,
- Kauf der zugrundeliegenden Aktie,
- Kreditaufnahme in Höhe des diskontierten Basispreises

und Halten bis zum Verfalltag oder bis zur Ausübung der Kaufoption. Da bei dieser Strategie die zugrundeliegende Aktie in positiven Beständen (also "long") gehalten wird, spricht man in diesem Zusammenhang auch von der Long-Hedge-Strategie. Aus Tabelle 2 ist zu entnehmen, dass bei beliebiger Aktienkursentwicklung der Liquidationswert dieses Portefeuilles Null ist, und daher bei Verletzung von Beziehung (5) ein sofortiger Arbitragegewinn in Höhe von $\varepsilon = -P + C - S + Ke^{-rT} > 0$ anfällt.

Tabelle 2 : Risikolose Gewinne durch indirekte Zeitarbitrage bei Verletzung der Paritätsbeziehung zwischen Kauf- und Verkaufsoption.

	Zahlungen im Zeitpunkt t = 0	t = T	
Transaktionen		$S_T \leq K$	$S_T > K$
Kauf der Verkaufsoption	-P	$K - S_T$	-
Verkauf der Kaufoption	C	-	$K - S_T$
Kauf einer Aktie	-S	S_T	S_T
Kreditaufnahme	Ke^{-rT}	-K	-K
Arbitragegewinn	ε	-	-

2.3 Der Black-Scholes Modellwert für Kaufoptionen

Die Festlegung eines absoluten Modell- bzw. Zeitwertes für Aktienoptionen erfordert zusätzliche Annahmen über die Risikopräferenz der Marktteilnehmer und/oder die zukünftige Aktienkursentwicklung. Optionsbewertung im Sinne der bereits als klassisch zu bezeichnenden Arbeiten von BLACK und SCHOLES (1973) und MERTON (1973a) unterstellt lediglich schwache (d.h. akzeptable) Annahmen über den Kursverlauf der zugrundeliegenden Aktie. Fischer Black und Myron Scholes legten ihrem Modell einen kontinuierlichen Aktienkursverlauf mit konstanter Volatilität zugrunde. Dies beinhaltet die Annahme, dass zum Beispiel tägliche und wöchentliche Aktienkursrenditen [1] normal verteilt sind und deren Varianz im Zeitablauf konstant ist. Das Bahnbrechende in den Arbeiten von Black-Scholes und Merton besteht nun darin, zu zeigen, dass ein aus Optionen und zugrundeliegenden Aktien bestehendes Portefeuille zeitkontinuierlich derart angepasst werden kann, dass sein Ertrag risikolos wird. Die nahezu perfekte Korrelation zwischen Aktienkursentwicklung und Optionspreisentwicklung bietet eine intuitive Erklärung für dieses Ergebnis. Mit der Forderung, dass im Gleichgewicht die Verzinsung dieses dynamisch angepassten Portefeuilles mit der einer risikolosen Anlage übereinstimmen muss, gelangten sie zu einer deterministischen partiellen Differentialgleichung, deren Lösung unter der Randbedingung (1) die berühmte Black-Scholes Formel für Kaufoptionen vom Europäischen Typ ergibt:

$$C^{BS} = SN(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2) \tag{6}$$

wobei

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r + 1/2\,\sigma^2)\,T}{\sigma\sqrt{T}} \quad ,$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad ,$$

- C^{BS} den theoretischen Wert einer Europäischen Kaufoption,
- S den gegenwärtigen Kurs der zugrundeliegenden Aktie,
- K den Basispreis der Kaufoption,
- T die Restlaufzeit (in Jahren),
- r der kontinuierliche Zinssatz (p.a.) für risikolose Anlagen,
- σ die annualisierte Standardabweichung (Volatilität) der zukünftigen Aktienkursrendite, und
- $N(\cdot)$ die Verteilungsfunktion einer standard-normalverteilten Zufallsvariablen bezeichnen.

Der durch Gleichung (6) gegebene Wert einer Kaufoption kann intuitiv interpretiert werden, als die gewichtete Differenz zwischen Aktienkurs und Barwert des Basispreises, wobei die Gewichte $N(d_1)$ und $N(d_2)$ Werte zwischen null und eins annehmen können. Im Falle einer weit aus dem Geld notierenden Option (d.h., S ist viel kleiner als K) ist die Kaufoption beinahe wertlos, weil beide Gewichte nahe bei Null liegen. Ist die Option hingegen tief im Geld (d.h., S ist viel grösser als K), so nehmen beide Gewichte Werte nahe eins an, und der Wert der Option entspricht in etwa ihrem inneren Wert, der Differenz aus Aktienkurs und abgezinstem Basispreis. Die Gewichte können demnach als Wahrscheinlichkeiten interpretiert werden, dass die Option im Geld endet, d.h. der Aktienkurs am Verfalltag über dem Basispreis liegt.

Der Wert einer Kaufoption hängt gemäss der Black-Scholes Formel (6) von den folgenden fünf Parametern ab: dem aktuellen Aktienkurs S, dem Basispreis K, der Restlaufzeit T, dem risikolosen Zinssatz r und der zukünftigen Volatilität σ der zugrundeliegenden Aktie. Lediglich der letzte der genannten Parameter ist nicht direkt beobachtbar. Ueberraschenderweise hängt der Wert einer Kaufoption nicht direkt von der erwarteten Aktienrendite ab. Diese hat über den beobachteten Aktienkurs nur einen indirekten Einfluss auf den Optionswert. Dies ist wohl der wesentliche Grund für die breite Akzeptanz dieses Bewertungsmodells in Theorie und Praxis.

Der Volatilitätsparameter kann prinzipiell auf zweierlei Arten geschätzt werden: (1) auf der Basis der historischen Kursvolatilität des zugrundeliegenden Optionspapiers, und (2) auf der Basis der sogenannten impliziten Kursvolatilität. Letztere wird prinzipiell durch die Gleichsetzung von der Black-Scholes Formel und dem Marktpreis mit anschliessender (numerischer) Auflösung der Gleichung nach dem Volatilitätsparameter bestimmt. Diese Vorgehensweise führt dann zu besseren Volatilitätsschätzungen, wenn (1) die Black-Scholes-Formel gültig ist, (2) die sonstigen Modellparameter korrekt spezifiziert wurden, und (3) der Optionsmarkt in dem Sinn effizient ist, dass die Preisbildung für Optionen auf der Basis der korrekt antizipierten zukünftigen Volatilität erfolgt.

3. Untersuchungsaufbau und Datenbasis

Für den gewählten Untersuchungszeitraum vom 1. April 1983 bis zum 31. März 1987 berichten wir in den folgenden beiden Abschnitten über

- die Profitabilität der Arbitragestrategie, die durch eine Verletzung der Europäischen Wertuntergrenze für Kaufoptionen ausgelöst wird,
- die Profitabilität der Arbitragestrategie, die durch eine Verletzung der aus der Put-Call-Parität abgeleiteten Wertuntergrenze für Verkaufsoptionen ausgelöst wird, und
- die Abweichungen der Black-Scholes-Modellwerte von den Marktpreisen für Kaufoptionen.

Die Profitabilität der beiden Arbitragestrategien wird sowohl im Rahmen eines Ex-post-Tests als auch im Rahmen eines Ex-ante-Tests überprüft:

- Ein Ex-post-Test unterstellt, dass (1) die beobachteten Preise für Optionsrechte und die zugrundeliegende Aktie zeitgleich (synchron) festgelegt worden sind, und (2) im Falle von fehlbewerteten Optionsrechten noch zu den Preisen, die eine Fehlbewertung anzeigen, eine die Fehlbewertung ausnutzende Portefeuilleposition hätte aufgebaut werden können.
- Ein Ex-ante-Test berücksichtigt demgegenüber (1) die meist nichtsimultane (asynchrone) Festlegung von Preisen für Optionsrechte und die zugrundeliegende Aktie, sowie (2) einen Zeitabstand zwischen dem Erkennen eines Fehlbewertungssignals und dem Aufbau einer entsprechenden Portefeuilleposition.

Die im Rahmen eines Ex-post-Tests errechneten "Arbitragegewinne" sind oft nur auf die nicht zeitgleiche Quotierung der veröffentlichen Aktienkurse und Optionspreise zurückzuführen [2]. Die Frage nach der Profitabilität einer Arbitragestrategie kann daher letztlich nur anhand der Ergebnisse eines Exante-Tests beantwortet werden. Fehlbewertungssignale, die bei Ex-post-Tests entdeckt werden, dienen lediglich als Auslöser eines Ex-ante-Tests. Der zeitliche Abstand zwischen dem Aufspüren eines Fehlbewertungssignals und dem simulierten Aufbau einer Portefeuilleposition beträgt einen Börsentag. Aufgrund des Preisänderungsrisikos, das durch den Zeitabstand zwischen dem Erkennen eines Fehlbewertungssignals und dem Aufbau der entsprechenden Portefeuilleposition entsteht, sind allerdings die im Rahmen eines Ex-ante-Tests simulierten Arbitragegewinne nicht mehr risikolos. Im Unterschied zu den Ausführungen in Abschnitt 2 werden Arbitragegewinne unter Berücksichtigung von Dividendenzahlungen und daraus resultierender Basispreisreduktion errechnet [3]. In den nachfolgenden Ausführungen bezeichnet D_i den Wert eines Nebenrechtes (Dividende, sonstige Barausschüttung oder Bezugsrecht), das zum Zeitpunkt t_i (i=1,...,m) pro optierbarer Aktie anfällt. Zudem werden die Arbitragegewinne auf der Basis verschieden hoher Transaktionskosten errechnet. Zunächst vernachlässigen wir diese, um unsere Untersuchung mit ähnlichen Studien vergleichbar machen zu können. Dann werden Arbitragegewinne aus der Sicht einer Bank betrachtet, die lediglich die Courtage an den Optionsmakler und Gewährleistungsgebühren an die Lombardkasse AG zu entrichten hat. Der letzte Fall umfasst die Transaktionskosten eines Privatanlegers, nämlich Bankenprovision, Maklercourtage und Börsenumsatzsteuer. In den Ergebnistabellen werden die entsprechenden Arbitragegewinne pro Kontrakt [4] (nach Abzug von Transaktionskosten) als

EPS (falls keine Transaktionskosten anfallen)

EPSBA (aus der Sicht einer Bank)
EPSPR (aus der Sicht eines Privatanlegers)

gekennzeichnet.
Sämtliche für die Parameterschätzung und Optionsbewertung benötigten Marktdaten wurden der Karlsruher Kapitalmarktdatenbank (KKMDB) entnommen. In TRAUTMANN, RENNER und STERNBERG (1988) ist dokumentiert, dass für den betrachteten 4-Jahreszeitraum mehr als 460'000 Aktienoptionspreise, davon ca. 220'000 Transaktionspreise, vorliegen. Die nachfolgenden Ergebnisse basieren auf sämtlichen Transaktionspreisen für Aktienoptionen aller 46 inländischen Optionspapiere, die bereits am 1. April 1983 zum Optionshandel zugelassen waren. Als Stellvertreter für den risikolosen Zinssatz wurde der jeweils gültige, in den Monatsberichten der Deutschen Bundesbank veröffentlichte 3-Monat-Geldmarktsatz unter Banken herangezogen.

4. Profitabilität von Arbitragestrategien

4.1 Arbitragegewinne bei Verletzung der Europäischen Wertuntergrenze für Kaufoptionen

Unter Berücksichtigung von Dividendenzahlungen und Transaktionskosten lautet nun die Europäische Wertuntergrenze für Kaufoptionen folgendermassen:

$$C \geq S - (K - \sum_{i=1}^{m} D_i)\, e^{-rT} - \sum_{i=1}^{m} D_i e^{-rt_i} - Tk. \qquad (7)$$

Dabei kennzeichnet Tk den Kapitalwert der anfallenden Transaktionskosten beim Aufbau und der Liquidation der entsprechenden Arbitrageposition. Sie unterscheidet sich von der in Tabelle 1 beschriebenen nur dadurch, dass die risikolose Finanzanlage nicht in Höhe des diskontierten Basispreises sondern in Höhe des diskontierten, um Dividendenzahlungen ermässigten Basispreises plus dem Kapitalwert anfallender Dividenden erfolgt. Der Arbitragegewinn ist demnach folgendermassen definiert:

Tabelle 3: Testergebnisse zur Profitabilität einer Strategie, die Verletzungen der Europäischen Wertuntergrenze für Kaufoptionen ausnutzt.

Optionspapier:	alle Optionspapiere
Untersuchungszeitraum:	01.07.1985—31.03.1987
Restlaufzeit der Aktienoptionen:	0.5 - 9.5 Monate
Stichprobe:	TOTAL
Anzahl der Beobachtungen:	101'913

Ex-post-Tests*	EPS	EPSBA	EPSPR
Fehlbewertungssignale	4'972	4'171	76
Mittelwert	95.20	86.63	158.37
Standardabweichung	114.75	113.27	177.30
Minimum	0.03	0.02	1.14
1/16 Fraktil	8.11	5.93	9.53
1/8 Fraktil	15.47	12.32	12.89
1/4 Fraktil	30.37	25.18	27.50
1/2 Fraktil	63.54	54.08	95.75
3/4 Fraktil	114.06	101.34	202.52
7/8 Fraktil	175.44	161.23	440.32
15/16 Fraktil	267.73	261.64	520.28
Maximum	1'501.95	1'415.83	763.41

Ex-ante-Tests*	EPS	EPSBA	EPSPR
Aufgebaute Positionen	2'418	2'003	28
Mittelwert	-44.89	-58.98	-251.02
Standardabweichung	233.64	227.09	417.49
Minimum	-3'465.68	-3'548.43	-1'687.32
1/16 Fraktil	-325.49	-339.31	-867.10
1/8 Fraktil	-206.04	-218.20	-438.14
1/4 Fraktil	-104.38	-108.35	-298.37
1/2 Fraktil	-1.36	-15.93	-200.90
3/4 Fraktil	61.18	42.27	-117.85
7/8 Fraktil	100.95	81.74	-30.59
15/16 Fraktil	145.97	122.65	121.02
Maximum	1'357.36	1'326.91	763.41

* Spaltenbezeichnungen:
EPS ≡ Arbitragegewinn ohne Berücksichtigung von Transaktionskosten
EPSBA ≡ Arbitragegewinn aus der Sicht einer Bank
EPSPR ≡ Arbitragegewinn aus der Sicht eines Privatanlegers

$$\varepsilon \equiv - C + S - (K - \sum_{i=1}^{m} D_i)e^{-rT} - \sum_{i=1}^{m} D_i e^{-rt_i} - Tk. \qquad (8)$$

Die Ergebnisse des Ex-post- und des Ex-ante-Tests sind für die gesamtmarktbezogene TOTAL-Stichprobe und den Teilzeitraum vom 1. Juli 1985 bis zum 31. März 1987 in Tabelle 3 zusammengestellt. Bei insgesamt 101'913 beobachteten Kaufoptionspreisen wurden demnach im Rahmen des Ex-post-Tests aus Banken- bzw. Privatanlegersicht 4'171 bzw. 76 Fehlbewertungssignale festgestellt. Das kontraktbezogene Ausmass der signalisierten Fehlbewertung betrug dabei im Mittel DM 86.63 bzw. DM 158.37, und erreichte den Maximalwert von DM 1415.83 bzw. DM 763.41.
Aus den Ergebnissen des Ex-ante-Tests geht jedoch hervor, dass es weder Banken noch Privatanlegern hätte gelingen können, von der beobachteten Verletzung der Europäischen Wertuntergrenze zu profitieren. Vergleicht man die Zahl der Fehlbewertungssignale mit der Zahl der aufgebauten Positionen, so sieht man zunächst, dass aufgrund fehlender Optionspreisnotierungen nur in weniger als 50% aller Fälle auf ein Fehlbewertungssignal hätte reagiert werden können. Sowohl aus der Sicht der Banken als auch der Privatanleger wäre der Arbitragegewinn EPSBA bzw. EPSPR bei Verfolgung der obengenannten Strategie im Mittel negativ gewesen. Zur Beschreibung der empirischen Verteilung der Arbitragegewinne wurden Fraktile herangezogen. Das 1/X - Fraktil besagt, dass bei 1/X - tel aller aufgebauten Positionen der Arbitragegewinn kleiner oder gleich diesem Wert gewesen ist. Aus der empirischen Verteilung der risikobehafteten Arbitragegewinne geht hervor, dass für Banken mehr als 50 % und für Privatanleger mehr als 75 % aller aufgebauten Positionen nicht profitabel gewesen wären. In TRAUTMANN (1987) findet man ein analoges Ergebnis für den ersten Teilzeitraum vom 1. April 1983 bis zum 30. Juni 1985.

4.2 Arbitragegewinne bei Verletzung der aus der Put-Call-Parität abgeleiteten Wertuntergrenze für Verkaufsoptionen

Unter Berücksichtigung von Dividendenzahlungen und Transaktionskosten lautet die aus der Put-Call-Parität abgeleitete Wertuntergrenze für Verkaufsoptionen folgendermassen:

$$P \geq C \quad - S + (K - \sum_{i=1}^{m} D_i)e^{-rT} + \sum_{i=1}^{m} D_i e^{-rt_i} + Tk. \qquad (9)$$

Dabei kennzeichnet Tk den Kapitalwert der anfallenden Transaktionskosten beim Aufbau und der Liquidation der entsprechenden Arbitrageposition. Sie unterscheidet sich von der in Tabelle 2 beschriebenen nur dadurch, dass die Kreditaufnahme nicht in Höhe des abgezinsten Basispreises sondern in Höhe des abgezinsten, um Dividendenzahlungen ermässigten Basispreises plus dem Kapitalwert anfallender Dividenden erfolgt. Der Arbitragegewinn ist demnach folgendermassen definiert:

$$\varepsilon \equiv - P + C - S + (K - \sum_{i=1}^{m} D_i)e^{-rT} + \sum_{i=1}^{m} D_i e^{-rt_i} - Tk. \qquad (10)$$

In Uebereinstimmung mit der bisherigen Sprechweise liegt ein Fehlbewertungssignal dann vor, falls im Rahmen eines Ex-post-Tests der Long-Hedge-Strategie ein strikt positiver Arbitragegewinn entdeckt wird. Die Berechnung des Arbitragegewinns basiert dabei wiederum auf dem Aktienkassakurs und den veröffentlichten Preisnotierungen für Kauf- und Verkaufsoptionen eines Börsentages. Bei dem durch ein Fehlbewertungssignal ausgelösten Ex-ante-Test der Long-Hedge-Strategie erfolgt die Bestimmung von deren Profitabilität auf der Grundlage des Verkaufsoptionpreises am nächsten Börsentag sowie der ersten Preisnotierung für die Kaufoption innerhalb der darauffolgenden 20 Börsentage. Als Aktienkurs wird der Kassakurs des Börsentages gewählt, an dem die Verkaufsoption gekauft wird. Liegt nun an dem auf das Fehlbewertungssignal folgenden Börsentag keine Preisnotierung für die Verkaufsoption vor, dann wird dieses Fehlbewertungssignal als Auslöser eines Ex-ante-Tests ignoriert.

Tabelle 4 : Testergebnisse zur Profitabilität der Long-Hedge Strategie, die Verletzungen einer Preisrelation zwischen Kauf- und Verkaufsoption ausnutzt.

Optionspapier:	alle Optionspapiere
Untersuchungszeitraum:	01.07.1985—31.03.1987
Restlaufzeit der Aktienoptionen:	0.5 - 9.5 Monate
Stichprobe:	TOTAL
Anzahl der Beobachtungen:	12'955

	Ex-post-Tests*		
	EPS	EPSBA	EPSPR
Fehlbewertungssignale	10'493	10'186	5'026
Mittelwert	511.36	496.32	350.45
Standardabweichung	527.64	518.03	397.03
Minimum	0.02	0.03	0.04
1/16 Fraktil	49.42	46.29	24.09
1/8 Fraktil	96.66	90.23	49.27
1/4 Fraktil	179.79	169.99	105.01
1/2 Fraktil	374.73	363.95	237.07
3/4 Fraktil	668.62	650.95	462.65
7/8 Fraktil	955.52	937.87	682.63
15/16 Fraktil	1'260.42	1'231.77	908.48
Maximum	7'186.56	7'079.42	5'543.74

	Ex-ante-Tests*		
	EPS	EPSBA	EPSPR
Aufgebaute Positionen	6'094	5'955	3'101
Mittelwert	462.57	440.42	211.14
Standardabweichung	643.60	634.22	557.70
Minimum	-6'293.07	-6'396.38	-4'581.05
1/16 Fraktil	-143.49	-165.86	-383.16
1/8 Fraktil	-10.63	-27.56	-209.55
1/4 Fraktil	135.15	119.32	-46.92
1/2 Fraktil	364.14	345.55	161.44
3/4 Fraktil	670.86	648.11	426.77
7/8 Fraktil	969.95	944.72	668.94
15/16 Fraktil	1'289.36	1'552.46	894.11
Maximum	11'510.69	11'371.94	6'993.57

* Spaltenbezeichnungen:

EPS ≡ Arbitragegewinne ohne Berücksichtigung von Transaktionskosten

EPSBA ≡ Arbitragegewinne aus der Sicht einer Bank

EPSPR ≡ Arbitragegewinne aus der Sicht eines Privatanlegers

Die Ergebnisse des Ex-post- und des Ex-ante-Tests sind für die gesamtmarktbezogene TOTAL-Stichprobe in Tabelle 4 zusammengestellt.

Bei insgesamt 12'955 Beobachtungen (Anzahl möglicher Long-Hedge-Positionen) wurden demnach im Rahmen eines Ex-post-Tests aus Banken- bzw. Privatanlegersicht 10'186 bzw. 5'026 Fehlbewertungssignale festgestellt. Die durchschnittliche kontraktbezogene Fehlbewertung betrug dabei DM 496.32 bzw. DM 350.45 und erreichte den Maximalwert von DM 7'079.42 bzw. DM 5'543.74. Lediglich in ca. 60% der Fälle, in denen im Rahmen des Ex-post-Tests eine Fehlbewertung signalisiert wurde, konnte eine entsprechende Portefeuilleposition aufgebaut werden. Diese erbrachten jedoch einen mittleren Arbitragegewinn von DM 440.42 bzw. DM 411.14 pro Kontrakt. Aus der empirischen Verteilung der Arbitragegewinne, also aus den Fraktilswerten, ist zudem ablesbar, dass mehr als 75% bzw. 50 % der aufbaubaren Positionen einen positiven Arbitragegewinn erbracht hätten. Die in der Tabelle ausgewiesenen Maximalwerte für den simulierten Arbitragegewinn, z.B. DM 11'371.94 aus Bankensicht, resultieren aus dem hohen Liquidationswert für die Aktie bei einer nicht komplettierbaren Portefeuilleposition. Letzterer Fall lag genau dann vor, wenn die Kaufoption nicht innerhalb von 20 Tagen nach dem Kauf der Verkaufsoption und der Aktie verkauft werden konnte. Die Ergebnisse des Ex-ante-Tests belegen also, dass es sowohl aus der Sicht der Banken und der Privatanleger profitabel gewesen wäre auf der Basis der Fehlbewertungssignale die beschriebene Long-Hedge-Strategie zu verfolgen. Damit werden die in TRAUTMANN (1987) dokumentierten Ergebnisse für den ersten Teilzeitraum vom 1. April 1983 bis zum 30. Juni 1985 bestätigt. Allerdings liegt das Gewinnniveau im hier betrachteten zweiten Teilzeitraum um ca. 200% über dem des ersten.

Ein angemessener Anteil am Durchschnittsgewinn muss allerdings als Kompensation für das Preisänderungsrisiko, das durch den nichtsimultanen Aufbau der Long-Hedge-Position entsteht, aufgefasst werden. Weiterhin ist zu berücksichtigen, dass aus

Privatanlegersicht Kreditaufnahmen nicht zum verwendeten Geldmarktsatz, sondern nur zu einem beträchtlich höheren Zinssatz hätten aufgenommen werden können. Aus Bankensicht sind hingegen die bisher nicht berücksichtigten impliziten Transaktionskosten, wie z.B. die Opportunitätskosten der Arbeitskraft eines Börsenhändlers, bei einer Ergebnisinterpretation mit einzubeziehen.

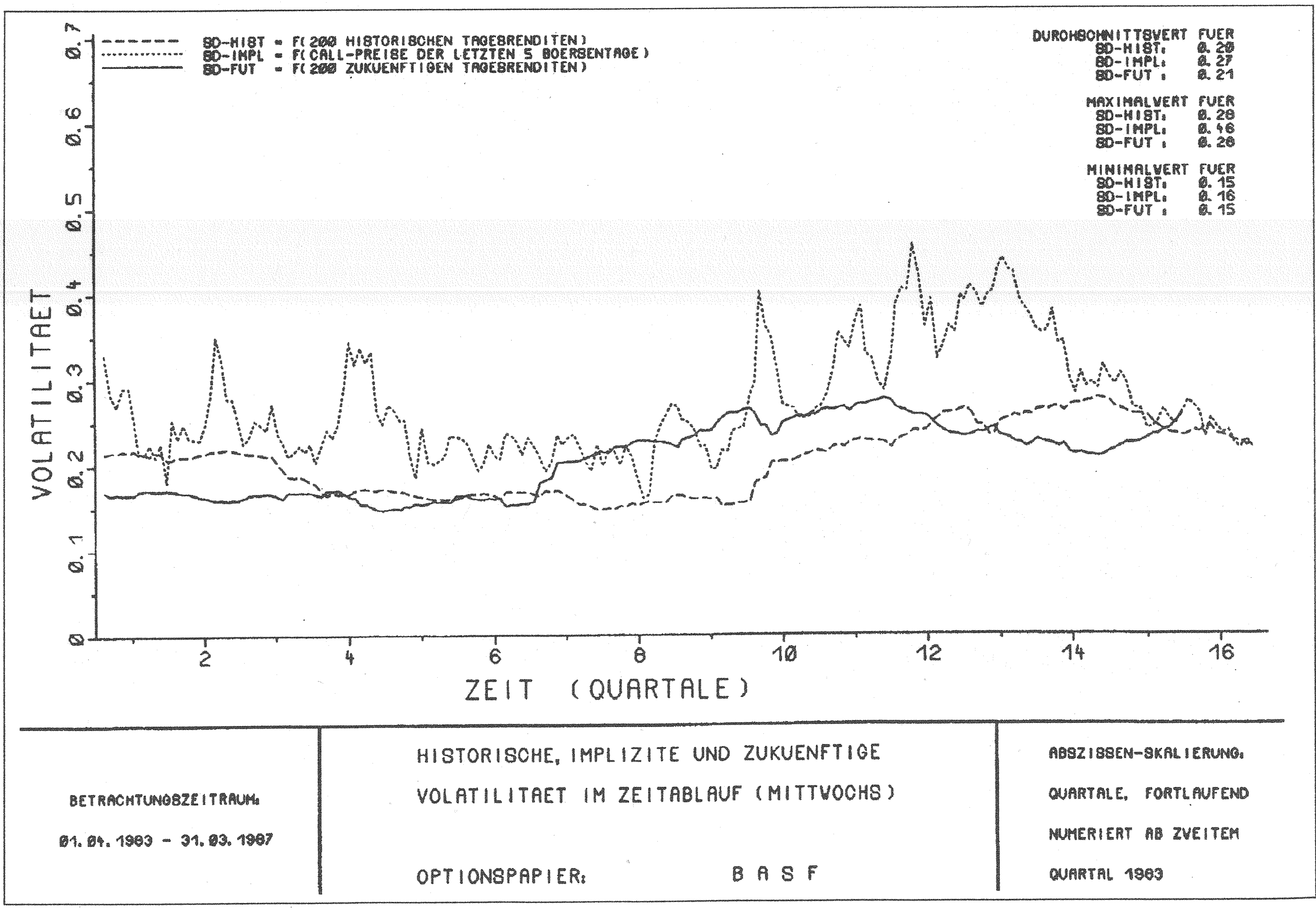
5. Abweichungen der Black-Scholes Modellwerte von den Marktpreisen für Kaufoptionen

Das Optionsbewertungsmodell von BLACK und SCHOLES (1973) zeichnet sich gegenüber alternativen Optionsbewertungsmodellen durch Einfachheit und Robustheit aus. So haben beispielsweise die Untersuchungen von BALL und TOROUS (1985) für den US-amerikanischen Markt gezeigt, dass die theoretischen Werte nach dem weitaus komplizierteren Modell von MERTON (1976) nicht signifikant von den Black-Scholes Modellwerten abweichen. Dies ist überraschend, weil Merton's Aktienkursmodell die empirische Verteilung der Kursrenditen von Aktien deutlich besser als das der Black-Scholes Formel zugrunde gelegte Modell erklärt. Letzteres gilt auch für den deutschen Aktienmarkt. Dennoch ist die Anwendung der Black-Scholes Formel nicht unproblematisch: sie erfordert nämlich wie jedes andere Optionsbewertungsmodell die Kenntnis der zukünftigen Volatilität des Optionspapiers. Die Qualität der Optionsbewertung steht und fällt mit der Qualität der Volatilitätsschätzung.

5.1 Historische oder implizite Volatilität?

In der vorliegenden Studie wurden sowohl historische als auch implizite Volatilitäten als Schätzwert

Abbildung 1: Historische, implizite und zukünftige Volatilität der BASF-Aktie im Zeitablauf.



für die zukünftige Volatilität verwendet. Die historische Volatilität (SD-HIST) wurde jeweils auf der Basis der letzten 200 Tagesrenditen bestimmt [5]. Zur Bestimmung der impliziten Volatilität (SD-IMPL) werden alle Kaufoptionspreise der dem Bewertungstag vorausgehenden 5 Börsentage herangezogen [6]. Abbildung 1 verdeutlicht am Beispiel der BASF-Aktie, inwieweit die beiden Volatilitätsschätzer in der Lage waren, die zukünftige Volatilität zu prognostizieren. Die zukünftige Volatilität SD-FUT wird dabei aus den Tagesrenditen der auf den Betrachtungszeitpunkt nachfolgenden 200 Börsentage errechnet.

Man kann nun aus dieser Abbildung erkennen, dass der implizite Volatilitätsschätzer SD-IMPL beinahe während des gesamten Untersuchungszeitraums die zukünftige Volatilität in beträchtlichem Umfang überschätzt. Dies ist insbesondere in der Hausse-Periode von Mitte 1985 bis Ende 1986 der Fall. Nicht nur beim betrachteten Optionspapier, sondern bei den meisten inländischen Optionspapieren, war überraschenderweise der historische Volatilitätsschätzer SD-HIST ein besserer Prädiktor für die zukünftige Volatilität.

Tabelle 5 : Mittelwert (MW) und Standardabweichung (SD) des geschätzten Volatilitätsparameters und der relativen Abweichung der Black-Scholes Modellwerte von den Marktpreisen für Kaufoptionen bei historischer und impliziter Volatilitätsschätzung im Zeitraum vom 1. April 1983 bis zum 31. März 1987 auf der Basis von 168'881 Preisbeobachtungen.*

Volatilitäts-schätzer	σ MW	σ SD	$(C^{BS} - C)/C$ MW	$(C^{BS} - C)/C$ SD	$\lvert(CBS-C)/C\rvert$ MW	$\lvert(CBS-C)/C\rvert$ SD
SD-HIST	0.27	0.09	-0.13	0.39	0.29	0.29
SD-IMPL	0.32	0.10	0.05	0.32	0.19	0.27

* C^{BS} Black-Scholes-Modellwert
C Marktpreis

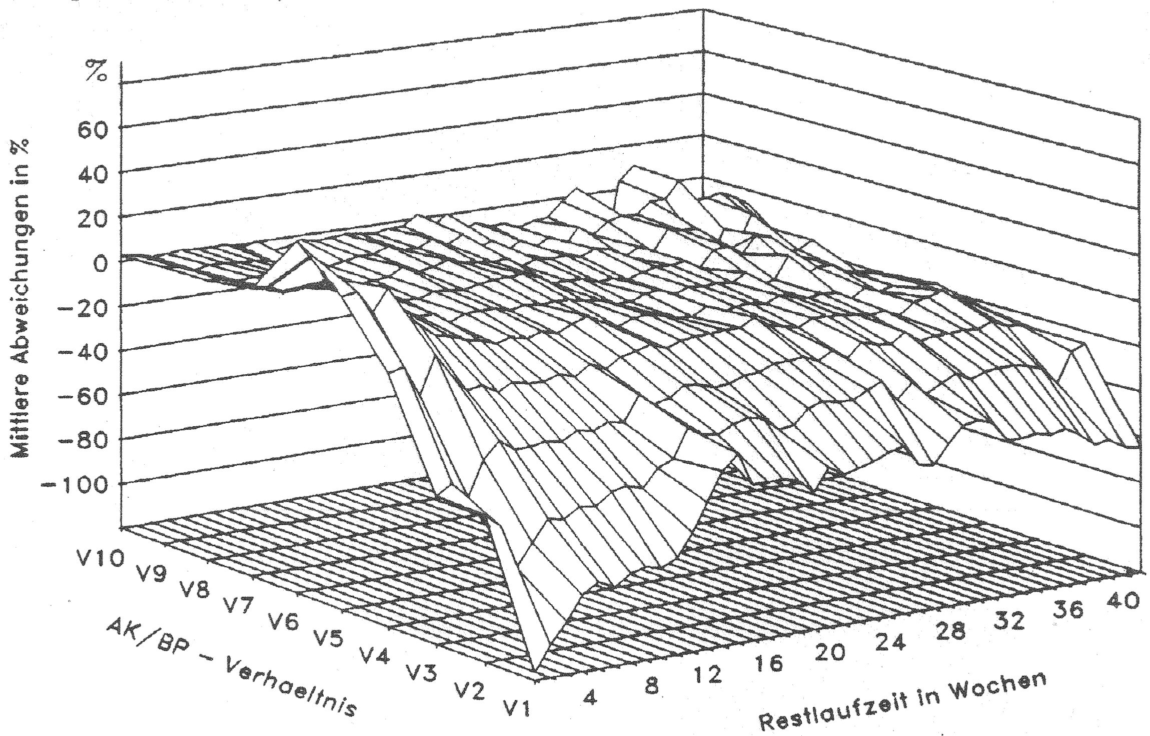
5.2 Analyse der beobachteten Abweichungen

Jedem der 168'881 im Untersuchungszeitraum beobachteten Marktpreise für Kaufoptionen wurde jeweils ein auf der aktuellen, historischen bzw. impliziten Volatilität basierender Black-Scholes-Modellwert gegenübergestellt. Tabelle 5 ist zu entnehmen, dass die auf der Basis historischer Volatilitäten errechneten Black-Scholes Werte im Mittel 13% nach unten abweichen, während die auf der Basis impliziter Volatilitäten errechneten Modellwerte um 5% nach oben abweichen. Erwartungsgemäss sind die mittleren Abweichungen vom Marktpreis bei Verwendung impliziter Volatilitäten bedeutend geringer als bei Verwendung historischer Volatilitäten, weil die impliziten Volatilitäten aus den in den jeweils letzten 5 Börsentagen beobachteten Marktpreisen gewonnen werden. Dementsprechend ist die mittlere gemessene implizite Kursvolatilität (0.32) grösser als die mittlere gemessene historische Volatilität (0.27). Der Wert einer Option steigt nämlich mit der Kursvolatilität. Der betragsmässige Prognosefehler, $\lvert(C^{BS} - C)/C\rvert$, ist für beide Volatilitätsschätzer im Mittel beträchtlich höher, nämlich 29% bzw. 19%. Dies kann teilweise auf die bereits angesprochene nicht zeitgleiche Quotierung der für einen Börsentag veröffentlichten Aktienkassakurse und Optionspreise zurückzuführen sein.

Abbildung 2 und 3 veranschaulichen die mittlere prozentuale Abweichung der Black-Scholes-Modellwerte von den Marktpreisen in Abhängigkeit der Restlaufzeit und dem Verhältnis von Aktienkurs zu Basispreis (Money-ratio) der Kaufoption für verschiedene Teilstichproben. Die TOTAL/DTB - Stichprobe umfasst alle im Untersuchungszeitraum beobachteten Kaufoptionspreise von Optionspapieren, die voraussichtlich zum Handel an der künftigen DTB zugelassen werden [7]. Die NO-DIV/DTB - Stichprobe ist wiederum eine Teilstichprobe von TOTAL/DTB. In ihr werden nur solche Kaufoptionen berücksichtigt, in deren Restlaufzeit keine Nebenrechte (Dividenden oder Bezugsrechte) auf das Optionspapier entfallen sind. Die Kaufoptionen wurden gemäss dem Money-ratio in die folgenden zehn Klassen eingeteilt:

Abbildung 2: Mittlere prozentuale Abweichungen der Black-Scholes-Modellwerte von den Marktpreisen für Kaufoptionen bei Verwendung historischer Volatilitäten (SD-HIST) im Zeitraum 1.4.1983-31.3.1987.

(a) Stichprobe : TOTAL/DTB



(b) Stichprobe : NODIV/DTB

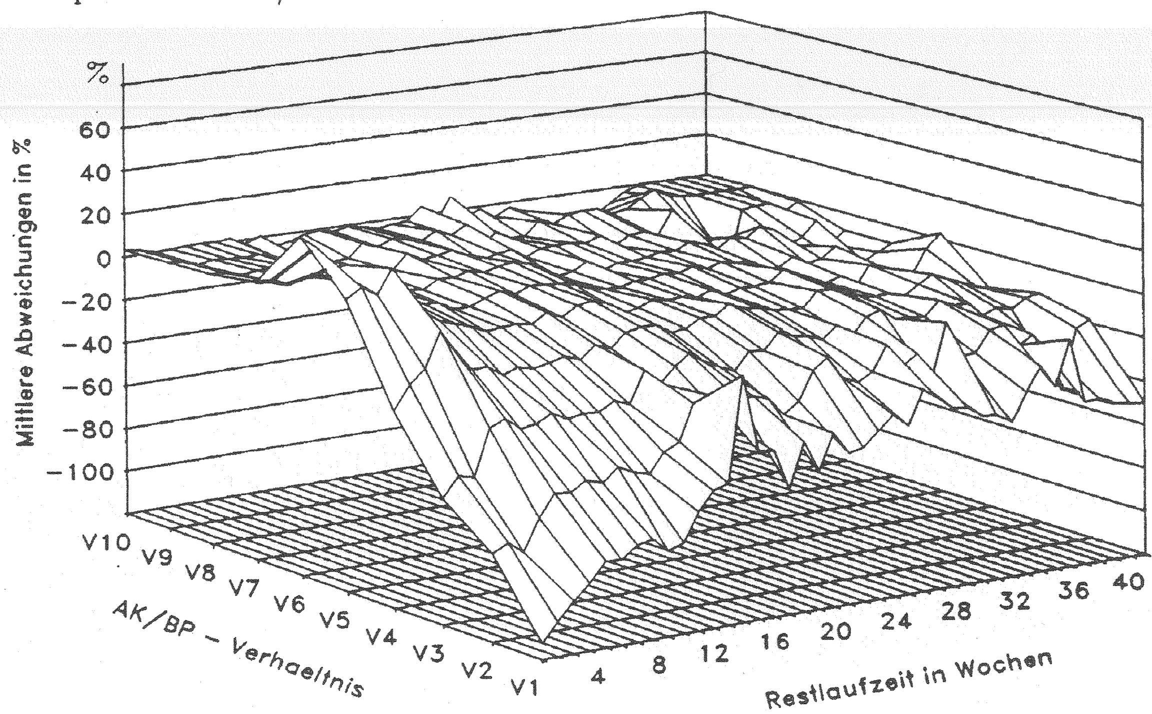
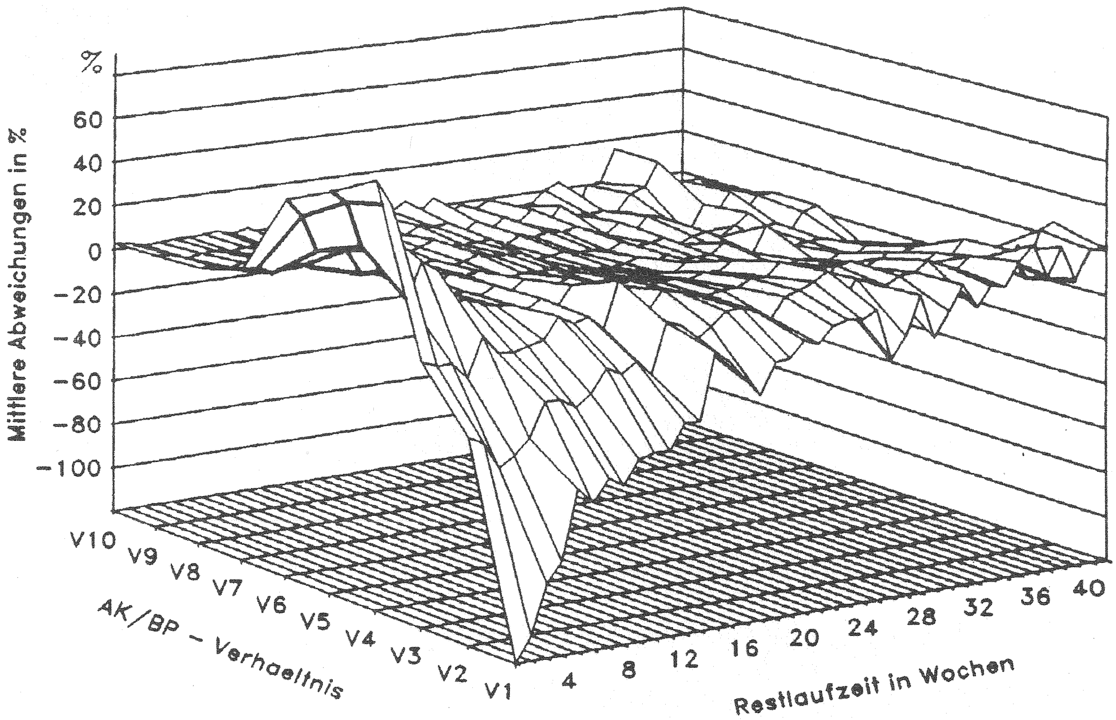
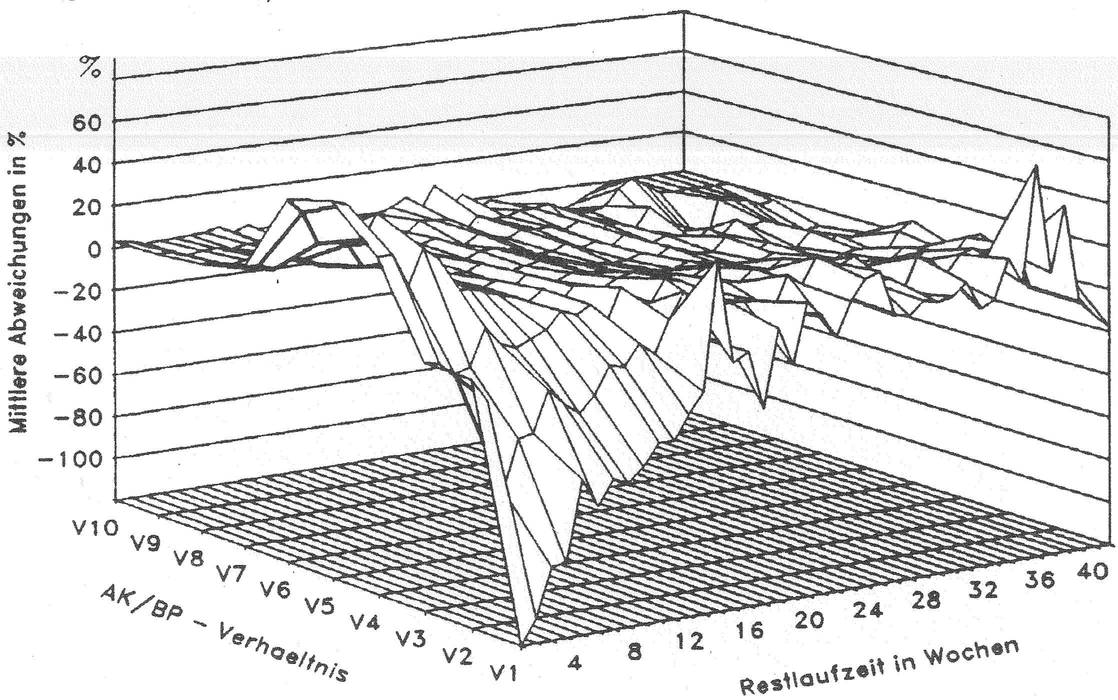


Abbildung 3: Mittlere prozentuale Abweichungen der Black-Scholes-Modellwerte von den Marktpreisen für Kaufoptionen bei Verwendung impliziter Volatilitäten (SD-IMPL) im Zeitraum 1.4.1983-31.3.1987.

(a) Stichprobe : TOTAL/DTB



(b) Stichprobe : NODIV/DTB



Money-ratio (AK/BP)	Klasse
AK/BP < 0.80	V1 ⟷ deep out of the money
0.80 < AK/BP < 0.85	V2 ⟷ deep out of the money
0.85 < AK/BP < 0.90	V3 ⟷ out of the money
0.90 < AK/BP < 0.95	V4 ⟷ out of the money
0.95 < AK/BP < 1.00	V5 ⟷ at the money
1.00 < AK/BP < 1.05	V6 ⟷ at the money
1.05 < AK/BP < 1.10	V7 ⟷ in the money
1.10 < AK/BP < 1.15	V8 ⟷ in the money
1.15 < AK/BP < 1.20	V9 ⟷ deep in the money
1.20 < AK/BP	V10 ⟷ deep in the money

Bei der Interpretation der beiden Abbildungen ist zu berücksichtigen, dass Optionen mit einer Restlaufzeit unter zwei Wochen nicht mehr quotiert wurden und daher für die entsprechenden Restlaufzeitklassen keine Beobachtungen vorlagen. Dies führt bei der verwendeten Plotroutine dazu, dass fehlende Werte aus Werten benachbarter Restlaufzeitklassen extrapoliert werden und scheinbare Abweichungen von mehr als 100% auftreten. Trotz dieser zu beachtenden Besonderheit geht aus den Abbildungen hervor, dass beide Modellwerte für Optionen mit einer Restlaufzeit von mehr als vier Wochen und einem Basispreis der weit über dem aktuellen Aktienkurs liegt (deep-out-the-money) um bis zu 80% unter dem Marktpreis liegen. Während die mit historischen Volatilitäten bestimmten Modellwerte bei out-of-the-money Optionen auch für längere Restlaufzeiten in beträchtlichem Umfang unter den Marktpreisen liegen, kann dies bei Verwendung von impliziten Volatilitäten nicht beobachtet werden. Bei genauerer Betrachtung von Abbildung 3 ist sogar festzustellen, dass bei längeren Laufzeiten der Modellwert im Mittel über dem Marktpreis liegt. Für at-the-money Optionen mit kurzer Restlaufzeit liegen dagegen beide Modellwerte über dem Marktpreis.

6. Schlussfolgerungen

Die Untersuchung von mehr als 220'000 Transaktionspreisen für Aktienoptionen, die im Zeitraum vom 1. April 1983 bis 31. März 1987 an der Frankfurter Optionsbörse notiert wurden, lässt für diesen Untersuchungszeitraum folgende Schlussfolgerungen zu:

- Marktpreise für Kaufoptionen haben nur selten die Europäische Wertuntergrenze unterschritten. Daraus kann allerdings nur abgeleitet werden, dass die Preisbildung für Kaufoptionen in Relation zum Optionspapier nicht extrem unfair gewesen ist.
- Verkaufsoptionen waren in Relation zu den Kaufoptionen unterbewertet. Dies ergibt sich (1) aus der häufig beobachteten Verletzung der aus der Put-Call-Parität abgeleiteten Wertuntergrenze für Verkaufsoptionen, und (2) aus der simulierten Profitabilität der dadurch ausgelösten Arbitragestrategie.
- Marktpreise für Kaufoptionen konnten nur in bescheidenem Umfang von Black-Scholes-Modellwerten erklärt werden. Im Mittel weichen die errechneten Black-Scholes-Modellwerte um -13% (bei Verwendung historischer Volatilitäten) bzw. nur um 5% (bei Verwendung impliziter Volatilitäten) von den beobachteten Marktpreisen ab. Der betragsmässige Prognosefehler war dagegen bedeutend höher: im Mittel 29% bzw. 19%.

Die Angemessenheit des absoluten Preisniveaus für Optionen in Relation zu dem der zugrundeliegenden Aktien kann nur anhand der Profitabilität von Arbitragestrategien, die scheinbare Fehlbewertungen der Optionen auszunutzen versuchen, überprüft werden. In der demnächst erscheinenden Monographie des Verfassers (TRAUTMANN (1989)) wird über die Profitabilität von Strategien berichtet, die auf dem Black-Scholes-Modell und einem Alternativmodell beruhen. In diesem Buch findet man neben einem theoretischen Teil eine ausführliche Beschreibung der zugrundeliegenden Datenbasis, der gewählten Auswertungsmethoden und der Ergebnisse dieser umfassenden Studie.

Fussnoten

[1] Strenggenommen wird unterstellt, dass der Logarithmus naturalis von (1 + Kursrendite) normal verteilt ist.

[2] Die Preise für BASF-Aktienoptionen wurden z.B. im Untersuchungszeitraum an der Frankfurter Optionsbörse zwischen $11.^{30}$ und $12.^{00}$ quotiert, während der in den empirischen Studien verwendete Aktienkurs (Kassakurs) ca. $12.^{30}$ festgestellt wurde.

[3] Für alle bis 31. März 1987 geschriebenen Optionen wurde bei auf das Optionspapier entfallenden Dividenden oder Bezugsrechten der Basispreis der betreffenden Option in Höhe der Dividendenzahlung bzw. des Bezugsrechtwerts reduziert.

[4] Bei inländischen Optionspapieren umfasst ein Kontrakt derzeit 50 Optionsrechte.

[5] Die maximale Restlaufzeit deutscher Aktienoptionen (9 1/2 Monate) entspricht in etwa 200 Börsentagen. Aus diesem Grunde wurde die Volatilität auf der Basis von 200 Tagesrenditen bestimmt.

[6] Die Volatilität wurde nach dem von WHALEY (1982) vorgeschlagenen Verfahren bestimmt.

[7] Diese auf 12 Optionspapieren basierende Teilstichprobe umfasst etwa 50 % der gesamten Preisbeobachtungen.

7. Literaturverzeichnis

ARBEITSGRUPPE OPTIONSGESCHAEFT (1983): "Das börsenmässige Optionsgeschäft". Frankfurt a.M.

BALL, C.A. und TOROUS, W.N. (1985): "On Jumps in Common Stock Prices and Their Impact on Call Option Pricing". Journal of Finance 40, pp. 155-173.

BLACK, F. und SCHOLES, M. (1973): "The Pricing of Options and Corporate Liabilities". Journal of Political Economy 81, pp. 637-659.

COX, J.C. und RUBINSTEIN, M. (1985): "Options Markets". Englewood Cliffs, N.J.

GESKE, R. und TRAUTMANN, S. (1986): "Option Valuation: Theory and Empirical Evidence". In: Bamberg, G. und Spremann, K. (Hrsg.), Capital Market Equilibria, pp. 79-133.

GESKE, R., ROLL, R. und SHASTRI, K. (1983): "Over-the-Counter Option Market Dividend Protection and "Biases" in the Black-Scholes Model: A Note". Journal of Finance 38, pp. 1271-1277.

MERTON, R.C. (1973a): "Theory of Rational Option Pricing". Bell Journal of Economics and Management Science 4, pp. 141-183.

MERTON, R.C. (1973b): "The Relationship Between Put and Call Option Prices: Comment". Journal of Finance 28, pp. 183-184.

MERTON, R.C. (1976): "Option Pricing When Underlying Stock Returns are Discontinuous". Journal of Financial Economics 3, pp. 125-144.

STOLL, H.R. (1969): "The Relationship Between Put and Call Option Prices". Journal of Finance 24, pp. 801-824.

TRAUTMANN, S. (1987): "Die Bewertung von Aktienoptionen am deutschen Kapitalmarkt - Eine empirische "Ueberprüfung der Informationseffizienzhypothese". Schriften des Vereins für Socialpolitik, Neue Reihe Band 165, pp. 311-327.

TRAUTMANN, S. (1989): "Finanztitelbewertung bei arbitragefreien Finanzmärkten - Theoretische Analyse sowie empirische Ueberprüfung für den deutschen Markt für Aktienoptionen und Optionsscheine". Erscheint im Springer Verlag.

TRAUTMANN, S., RENNER, G., STERNBERG, M. (1988): "Die Karlsruher Kapitalmarktdatenbank für Aktienoptionen". Diskussionspapier Nr. 127, Institut für Entscheidungstheorie und Unternehmensforschung, Universität Karlsruhe.

WHALEY, R.E. (1982): "Valuation of American Call Option on Dividend-Paying Stocks - Empirical Tests". Journal of Financial Economics 10, pp. 29-58.