

Lösungsskizze zu Aufgabe 8.7.6 Reduzierte Form der Technologie

[Anmerkung: Aufgabe wird nicht besprochen.]

Gegeben sei eine Technologie, die als Zwischengut Öl, O_t , verwendet

$$Y_t = AK_t^\alpha O_t^\beta L^{1-\alpha-\beta}, \quad (8.44)$$

wobei q_t der Preis einer Einheit Öl ist.

a) Das Maximierungsproblem des Unternehmens lautet

$$\max_{K_t, L, O_t} \pi = \max_{K_t, L, O_t} Y_t - w_t^K K - w_t^L L - q_t O_t, \quad (8.45)$$

gegeben (8.44).

b) BEO für gewinnmaximales Verhalten

$$\frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = w_t^K \Leftrightarrow A\alpha K_t^{\alpha-1} O_t^\beta L^{1-\alpha-\beta} = w_t^K \quad (8.46)$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial L} = w_t^L \Leftrightarrow AK_t^\alpha O_t^\beta (1 - \alpha - \beta) L^{-\alpha-\beta} = w_t^L \quad (8.47)$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial O_t} = q_t \Leftrightarrow AK_t^\alpha \beta O_t^{\beta-1} L^{1-\alpha-\beta} = q_t \quad (8.48)$$

Der Faktoreinsatz von Kapital, Arbeit und Öl wird so lange erhöht, bis die Grenzproduktivität der Einsatzfaktoren der jeweiligen realen Faktorentlohnung (in Einheiten von Y_t) entspricht.

c) Gleichung (8.48) kann nach O_t aufgelöst werden

$$\begin{aligned}
 O_t^{\beta-1} &= \frac{q_t}{AK_t^\alpha \beta L^{1-\alpha-\beta}} \\
 \Leftrightarrow O_t &= \left(\frac{q_t}{AK_t^\alpha \beta L^{1-\alpha-\beta}} \right)^{\frac{1}{\beta-1}} = \left(\frac{AK_t^\alpha \beta L^{1-\alpha-\beta}}{q_t} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} \quad (8.49)
 \end{aligned}$$

und anschließend in (8.44) eingesetzt werden

$$Y_t = AK_t^\alpha \left(\frac{AK_t^\alpha \beta L^{1-\alpha-\beta}}{q_t} \right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} L^{1-\alpha-\beta} \quad (8.50)$$

$$= \left(\frac{\beta}{q_t} \right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} A^{1+\frac{\beta}{1-\beta}} K_t^{\alpha+\frac{\alpha\beta}{1-\beta}} L^{1-\alpha-\beta+\frac{(1-\alpha-\beta)\beta}{1-\beta}} \quad (8.51)$$

$$= \left(\frac{\beta}{q_t} \right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} A^{\frac{1}{1-\beta}} K_t^{\frac{\alpha}{1-\beta}} L^{\frac{1-\alpha-\beta}{1-\beta}} \quad (8.52)$$

Definiert man nun $B_t \equiv \left(\frac{\beta}{q_t}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} A^{\frac{1}{1-\beta}}$ erhält man

$$Y_t = B_t K_t^{\frac{\alpha}{1-\beta}} L^{\frac{1-\alpha-\beta}{1-\beta}}. \quad (8.53)$$

- d) In (8.7) sieht man, dass der Anstieg des Ölpreises äquivalent zu einem negativem Technologieschock ist, denn $q_t \uparrow \rightarrow Y \downarrow$, genauso wie $B_t \downarrow \rightarrow Y \downarrow$?

Der ökonomische Mechanismus eines Ölpreisschocks: Preis von Öl geht rauf, Ölnachfrage geht zurück, aber Vorleistung steigt, damit sinkt Bruttowertschöpfung.